فیزیک ۲

پاورتست PowerTest یازدهم ریاضی

• نصرالله افاضل • مصطفی کیانی
• رامین شادلویی • محمدرضا معدنی • آبتین عابد
همکار تألیف: علیرضا عبداللهی

مهروماه

سخن نخست

بیا تا گل برافشانیم و می در ساغر اندازیم   فلک را سقف بشکافیم و طرحی نو دراندازیم

«حضرت حافظ»

انتشارات مهروماه به لطف خدا و حمایت صمیمانهٔ اساتید فرهیخته در سراسر میهن و دانش‌آموزان شایسته و کوشا، افق‌های نوین در عرصهٔ آموزش و کنکور کشورمان گشوده است.

طی بیش از یک دههٔ اخیر، انتشارات مهروماه حقیقتاً پرچمدار خلاقیت و نوآوری در عرصهٔ کتاب‌های آموزشی و کنکور بوده است و کتاب‌هایی در اختیار دانش‌آموزان عزیز و اساتید گرامی قرار داده است، همچون ماه!

کتاب‌هایی که برازندهٔ نام وزین «مهروماه»اند.

شاید مناسب باشد که تعدادی از مهمترین سری کتاب‌های کمک آموزشی مهروماه را معرفی کنیم و اطمینان می‌دهیم که با استفاده از این منابع و تلاش و پشتکاری که قطعاً دارید، نتایج مطلوبی در امتحانات مختلف و به‌ویژه کنکور برایتان رقم خواهد خورد.

کتاب‌های جامع

- بانک تست کامل برای پوشش کامل کنکور در هر درس
- درسنامه‌های راهبردی، مختصر و مفید امّا کامل در ابتدای هر مبحث
- نکات ویژهٔ تستی و کنکوری در پاسخ‌های تشریحی

کتاب‌های لقمه

این کتاب‌های جذاب که یکی از ابتکارات انتشـــارات مهروماه به‌شمار می‌آیند، ویژگی‌های منحصر به فردی دارند، از جمله:

- نوع و چیدمان مطالب و قطع کوچک آن، که امکان استفاده از کتاب را در هر شرایطی فراهم می‌کند.
- بسیار جذاب و بانمک و در عین حال، مفیدند و از مطالعهٔ آن‌ها خسته نمی‌شوید.

کتاب‌های پاورتست (کتاب‌های تست هریک از پایه‌ها)

- درسنامهٔ آموزشی کامل و مفید
- تست‌های مفهومی همراه با پاسخ‌های کامل
- تقویت بنیهٔ آموزشی و ایجاد پایهٔ محکم و استوار در درس و پایهٔ مربوطه

کتاب‌های امتحانوفن

- طراحی شده برای هفته‌های آخر قبل از امتحان ترم و شب امتحان
- خلاصه درس کپسولی منحصر به فرد
- امتحان‌های بارم‌بندی شده کاملاً مطابق با امتحان ترم همراه با پاسخ کامل

کتاب‌های آزمونیوم

- مجموعه‌ای از آزمون‌های مبحث‌بندی شده + آزمون‌های جامع
- شامل استانداردترین آزمون‌هایی که همانند کنکورهای ۹۹ و ۱۴۰۰، تست‌های خلاقیت‌آمیز و چالش‌برانگیزی را در بردارند.

کتاب‌های جمع‌بندی

- در طول سـال پس از آموزش و تسـت‌زنی از هر مبحث، با اسـتفاده از این کتاب می‌توانید به جمع‌بندی آن مبحث بپردازید.
- در چند مـاه انتهایی قبل از کنکور، برای آماده شـدن جهت استفاده از مجموعـهٔ کنکوریوم، می‌توانـد برای جمع‌بنـدی مطالـب و آمادگـی جهـت برگـزاری کنکـور در خانه، معجـزه کند.

مجموعهٔ «کنکوریوم»

- کامل‌تریـن بسـتهٔ آزمون‌هـای کنکور بـرای دوران جمع‌بندی اسـت و تنها مجموعه‌ای اسـت که علاوه بر دفترچه‌های کنکور و کتاب پاسخ‌نامه و ...، اپلیکیشن بسیار مفید و کاربردی هم به همراه دارد تا با استفاده از آن، کارنامهٔ هوشمند و مشاوره‌ای منحصر به فرد نیز برای شما صادر شود.

غیر از هفت سـری کتاب نامبرده، کتاب‌های دیگری مانند کتاب‌های موضوعی و کتاب‌های کار نیز در لیسـت کتاب‌های مفید و کاربردی مهروماه وجود دارد. اطلاعات لازم در مورد این کتاب‌ها را می‌توانید از طریق سایت مهروماه به آدرس mehromah.ir ملاحظه کنید.
اطلاعـات لازم در مـورد این کتاب‌های آکنـده از «مهر» و مثل «مـاه» را می‌توانید در سـایت وزین مهروماه بـه آدرس mehromah.ir ملاحظه کنید.

با آرزوی توفیق روزافزون همهٔ دانش‌آموزان
مدیر مسئول انتشارات: احمد اختیاری
مدیر شورای تألیف: محمدحسین انوشه

مقدمه

در یادگیری و تســلط بر مفاهیم درسی و آموزشی، داشتن پشتکار و تلاش منظم، مهم‌ترین عامل موفقیت است. ممکن است برخی دانش‌آموزان از قدرت تمرکز یا به اصطلاح هوش بیشــتری بهره‌مند باشــند اما باور ما بر این اســت که این ویژگی‌ها مهم‌ترین عامل موفقیت نیســتند. این کتاب ویرایش کاملاً جدید از نســخه قبلی آن اســت. درسنامه‌های این کتاب بســیار کامل شده‌اند. نکته‌ها و یادآوری‌ها و تذکرات بسیاری به آن افزوده شده است. مثال‌های متنوع و فراوان در درسنامه‌ها آورده‌ایم تا درک مفاهیم‌هایی برایتان آســان‌تر باشــد. در بخش پرسش‌های چهارگزینه‌ای و بانک ســؤالات بسیار کوشیده‌ایم که تســت‌هایی متنوع از ساده تا دشوار، و در برگیرندهٔ همهٔ مفاهیم و نکته‌های درســی را برای شما دانش‌آموزان ســخت‌کوش ، منظم و دقیق فراهم کنیم تا زمینه‌ساز موفقیت شما در کنکور سراسری باشد.

برخی از ویژگی‌های این کتاب

۱ ساختار منطقی آموزشی و متناسب با آخرین تغییرات کتاب درسی به طوری که شما بتوانید پس از تدریس دبیر محترم و یادگیری مفاهیم هر بخش، تست‌های مربوط به جلسهٔ تدریس را پاسخ دهید.

۲ درسنامه‌های جامع و روان همراه با مثال‌های متنوع که به منظور درک عمیق‌تر مفاهیم برای شما نگاشته شده است.

۳ سؤال‌های کنکور سراسری و تست‌های تالیفی شبیه‌سازی شده با کنکور که حاصل خرد جمعی مولفان است.

۴ تست‌ها تیپ‌بندی شده‌اند و در هر بخش بر اساس روند آموزشی و از تست‌های ساده به دشوار چیده شده‌اند تا یادگیری برایتان لذت‌بخش و آسان‌تر باشد و قوت قلب بیشتری بیابید.

۵ پوشش صددرصدی و نعل به نعل تمرین‌ها، فعالیت‌ها، مسئله‌ها و تصویرهای کتاب درسی که در قالب تست آورده شده‌اند.

۶ پاسخ‌های ابرتشریحی مفهومی همراه با ارائهٔ روش‌های تستی متنوع

۷ آزمون‌های‌مبحثی و پایان فصل برای محک زدن و اطمینان از تلاش و زحمتی که به کار بردید.

راهنمای استفاده از کتاب

مرحلهٔ اول: پیش از شروع در هر بخش، باید مطمئن باشید که مفاهیم درسی را که دبیر گرامی تدریس کرده‌اند به‌خوبی یاد گرفته‌اید و تمرینات کتاب درسی و مثال‌های آن را کار کرده باشید.

مرحلهٔ دوم: درسنامه‌ای را که در بخش مورد نظر آورده‌ایم به دقت مطالعه و خلاصه‌نویسی کنید و مثال‌های آن را پاسخ دهید.

مرحلهٔ ســوم: تســت‌های هر بخش را به ترتیب (سعی کنید ترتیب را رعایت کنید) پاســخ دهید. کوشیده‌ایم ترتیب تست‌ها از ساده به دشــوار باشد. پاسخ تشریحی تســت ها را مطالعه کنید تا بر مفاهیم درسی مسلط شوید.(اگرچه گزینه درست را انتخاب کرده باشید،) بخشی از یادگیری و تسلط شما با مطالعه پاسخ‌نامه انجام می‌شود.

مرحلهٔ چهارم: در هر قسمت، آزمون مبحثی و در پایان هر فصل، آزمون پایانی فصل را پاسخ دهید.

و اما قدردانی...

در پایــان وظیفــهٔ خود می‌دانیم از همــهٔ همــکاران مهروماهی عزیز که برای به ثمر رســاندن ایــن کتاب، مؤلفین را یــاری نمودند سپاسگزاری کنیم:

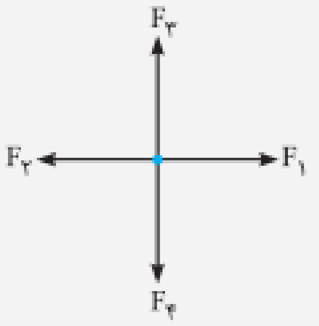
- جناب آقای احمد اختیاری، مدیر فرزانهٔ انتشارات مهروماه که از هرگونه راهنمایی و حمایت ما فروگذاری نکردند؛
- جناب استاد محمدحسین انوشه که همواره ما را از تجربه غنی خود بهره‌مند ساخته‌اند.
- همکاران ویراستار و تولید که بسیار کوشیدند تا کتاب به موقع آمادهٔ چاپ شود.
- در پایــان از شــما دبیر محتــرم و دانش‌آمــوز گرامی تقاضا می‌کنیــم ما را از پیشــنهادات خود دربــارهٔ ارتقاء کیفــی کتاب و رفع لغزش ها و کاستی‌ها بر آن بهره‌مند سازید.

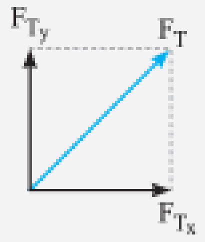
مؤلفان

فهرست

برهم نهی در دو بعد

پیش از این‌که برهم نهی نیروهای الکتریکی در دو بعد را بررسی کنیم، یادآوری مختصری از برایند چند بردار که در یک صفحه قرار دارند مطرح می‌کنیم.





اگر بردارها در یک راستا نباشند و بر هم عمود باشند، برایند آن‌ها را در هر راستای x و y به‌ترتیب قاعده‌ای که در بخش برهم نهی در یک بعد ذکر شد، حساب می‌کنیم و اندازهٔ برایند را از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} F_{T_x} = F_۱ - F_۲ \\ F_{T_y} = F_۳ - F_۴ \end{cases}$$

اندازهٔ برایند بردارها:

$$F_T = \sqrt{F_{T_x}^۲ + F_{T_y}^۲}$$

مثلاً در شکل بالا اگر $F_۱ = ۱۲N$، $F_۲ = ۶N$ و $F_۳ = ۱۴N$ و $F_۴ = ۶N$ باشد، برای محاسبهٔ بردار خالص به‌صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} F_{T_x} = F_۱ - F_۲ \Rightarrow F_{T_x} = ۱۲ - ۶ = ۶N \\ F_{T_y} = F_۳ - F_۴ \Rightarrow F_{T_y} = ۱۴ - ۶ = ۸N \end{array}\right\} \Rightarrow F_T = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} \Rightarrow F_T = ۱۰N$$

تذکر: هر نیرو (از جمله نیروی خالص وارد بر ذره) که در صفحه است را می‌توان برحسب بردارهای یکه به شکل زیر نوشت:

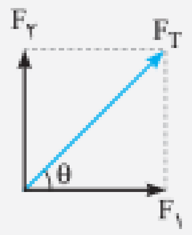
$$\vec{F}_T = F_{T_x}\vec{i} + F_{T_y}\vec{j}$$

برای مثال فوق می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_T = ۶\vec{i} + ۸\vec{j}\ (N)$$

نکته

۱) زاویه‌ای که برایند دو بردار عمود بر هم با یکی از بردارها می‌سازد را برحسب اندازهٔ دو بردار عمود بر هم، می‌توان از رابطهٔ زیر حساب کرد.



$$\tan\theta = \frac{F_۲}{F_۱}$$

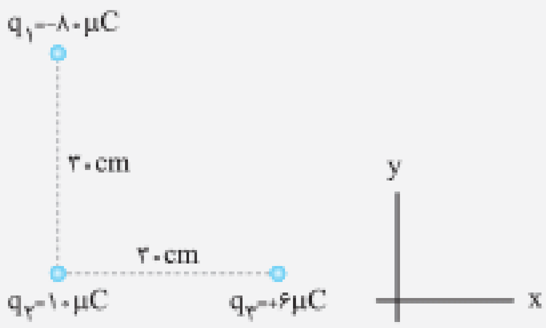
۲) همچنین از نسبت‌های $\sin\theta$ و $\cos\theta$ نیز می‌توان استفاده کرد و رابطهٔ بین $F_۱$ و $F_۲$ با F_T را نوشت:

$$\sin\theta = \frac{F_۲}{F_T} \ , \ \cos\theta = \frac{F_۱}{F_T}$$

۳) برای دو بردار عمود بر هم و هم‌اندازه می‌توان نوشت:

$$F_۱ = F_۲ \Rightarrow F_T = \sqrt{۲}F$$

مثال: در شکل مقابل هر سه بار الکتریکی در جای خود ثابت شده‌اند. نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ برحسب نیوتون کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۸۰\vec{i} + ۶\vec{j}$

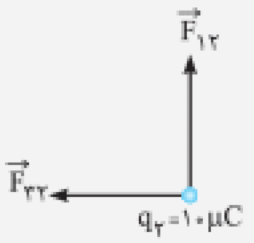
۲) $۸\vec{i} + ۰/۶\vec{j}$

۳) $-۸۰\vec{i} + ۶\vec{j}$

۴) $-۸\vec{i} + ۰/۶\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر $q_۲$ را مشخص و رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که $q_۱$ منفی، $q_۳$ مثبت و $q_۲$ نیز مثبت است، جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ مطابق شکل است.



گام دوم: بزرگی نیروهای $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$ را با استفاده از قانون کولن حساب می‌کنیم:

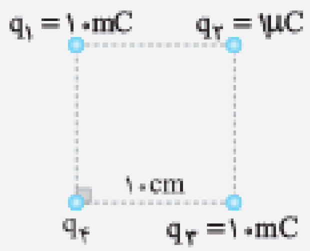
$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_۱^۲} \xrightarrow{\text{تکنیک ۹۰}} F_{۱۲} = ۹۰\times\frac{۱۰\times۸۰}{۹۰۰} = ۸۰N$$

$$F_{۳۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_۲^۲} \xrightarrow{\text{تکنیک ۹۰}} F_{۳۲} = ۹۰\times\frac{۱۰\times۶}{۹۰۰} = ۶N$$

گام سوم: نیروی خالص وارد بر $q_۲$ به‌صورت نمایش بردارهای یکه موردنظر است و با توجه به این‌که نیروی $F_{۱۲}$ در جهت $+y$ و نیروی $F_{۳۲}$ در جهت $-x$ است، نیروی خالص به‌صورت مقابل خواهد بود:

$$\vec{F}_T = -۸۰\vec{i} + ۶\vec{j}\ (N)$$

مثال: در شکل روبه‌رو چهار بار الکتریکی در چهار رأس یک مربع به ضلع 10cm ثابت شده‌اند. q_4 چند کولن باشد تا بار q_2 در حالت تعادل الکتروستاتیکی قرار داشته باشد؟ $(k = 9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2})$

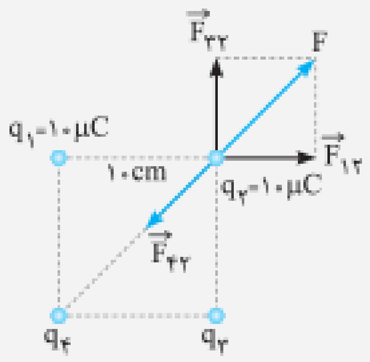


۱) $-2\sqrt{2}\times10^{-2}$ ‏ ۲) $2\sqrt{2}\times10^{-2}$

۳) $-\sqrt{2}\times10^{-2}$ ‏ ۴) $\sqrt{2}\times10^{-2}$

پاسخ: گزینهٔ «۱»

گام اول: با توجه به نوع بارهای الکتریکی q_1، q_3 و q_4 نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 را رسم می‌کنیم. سپس برایند دو نیروی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ را حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases} F_{12} = F_{32} = 9\times10^{9}\times\dfrac{10\times10^{-3}\times1\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 9\times10^{3}\,N \\ F = \sqrt{(9\times10^{3})^2+(9\times10^{3})^2} = 9\sqrt{2}\times10^{3}\,N \end{cases}$$

گام دوم: برای این‌که q_2 در تعادل الکتروستاتیکی باشد، باید برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر شود. از این رو باید نیروی الکتریکی q_4 بر q_2 (F_{42}) هم‌اندازهٔ نیروی F (برایند F_{12} و F_{32}) و در خلاف جهت آن باشد. پس می‌توان نوشت: $F_{42} = F = 9\sqrt{2}\times10^{3}\,N$

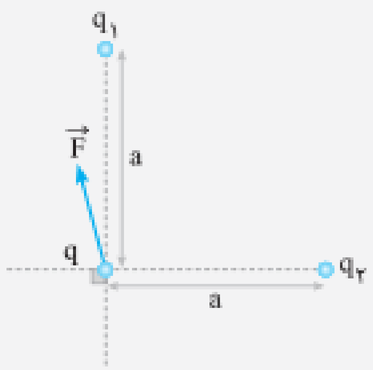
گام سوم: چون q_4 باید بار q_2 را جذب کند.

پس q_4 باید منفی باشد و مقدار آن را از قانون کولن به‌دست می‌آوریم:

$$F_{42} = k\frac{|q_4||q_2|}{r^2} \xrightarrow[F_{42}=9\sqrt{2}\times10^{3}]{r=10\sqrt{2}\times10^{-2}\,(\text{قطر مربع})} 9\sqrt{2}\times10^{3} = 9\times10^{9}\times\frac{|q_4||1\times10^{-6}|}{2\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow q_4 = -2\sqrt{2}\times10^{-2}\,C$$

مثال: در شکل مقابل نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q>0$ از طرف q_1 و q_2، با $\vec{F}$ نشان داده شده است. دربارهٔ q_1 و q_2 کدام گزینه درست است؟



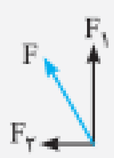
۱) $q_1>0, q_2<0, |q_1|>|q_2|$

۲) $q_1>0, q_2<0, |q_1|<|q_2|$

۳) $q_1<0, q_2>0, |q_1|>|q_2|$

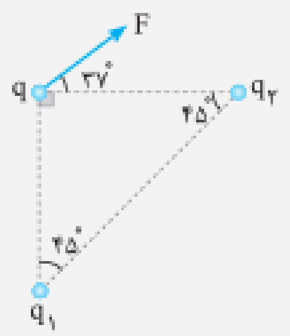
۴) $q_1<0, q_2>0, |q_1|<|q_2|$

پاسخ: گزینهٔ «۳»



نیروی F باید بین دو نیروی F_1 و F_2 باشد، از آنجایی‌که $q>0$ است، $q_1<0$ و $q_2>0$ است. و چون فاصلهٔ بارها تا q یکسان است و نیروی F به سمت F_1 متمایل است، باید $F_1>F_2$ و در نتیجه $|q_1|>|q_2|$ باشد.

مثال: در شکل مقابل نیروی خالص الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 بر بار q برابر $\vec{F}$ است. $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟ $(\sin37^\circ = 0/6)$

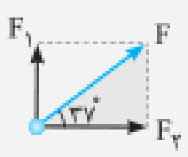


۱) $\frac{3}{4}$ ‏ ۲) $\frac{4}{3}$

۳) $-\frac{3}{4}$ ‏ ۴) $-\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول: جهت نیروهای q_2 بر q (F_2) و q_1 بر q (F_1) را مشخص می‌کنیم.



گام دوم: چون مثلث رنگی قائم‌الزاویه است می‌توان از نسبت مثلثاتی تانژانت زاویهٔ 37° استفاده کنیم و نسبت دو نیروی F_1 به F_2 را حساب کنیم: $\tan37^\circ = \frac{F_1}{F_2}$ ⊛

و با توجه به این‌که $\sin37^\circ = 0/6$ است با استفاده از رابطهٔ $\cos37^\circ = \sqrt{1-\sin^2 37^\circ}$ می‌توان نوشت:

$$\cos37^\circ = \sqrt{1-0/6^2} = 0/8 \Rightarrow \tan37^\circ = \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{4}$$

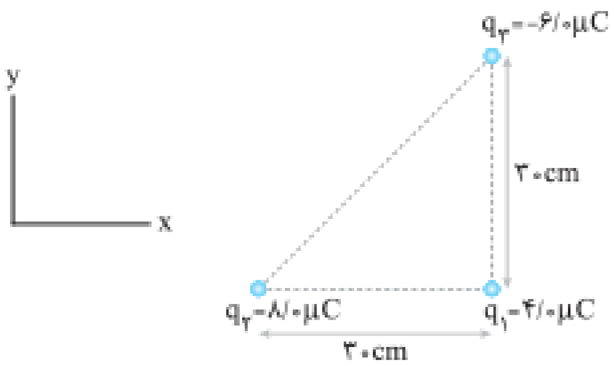
گام سوم: مقدار F_1 و F_2 را از قانون کولن حساب می‌کنیم و در رابطهٔ ⊛ قرار می‌دهیم.

$$\frac{۳}{۴}=\frac{k\frac{|q_1||q|}{r_1^۲}}{k\frac{|q_۲||q|}{r_۲}}\xrightarrow{r_1=r_2}\frac{۳}{۴}=\frac{|q_1|}{|q_۲|}$$

گام چهارم: چون $q_۲$ بر q نیروی جاذبه و q_1 بر q نیروی داقعه وارد کرده است، q_1 و $q_۲$ ناهمنام هستند و داریم: $\frac{q_1}{q_۲}=-\frac{۳}{۴}$

آرایش دوبعدی بارهای الکتریکی

۸۴. در شکل روبه‌رو نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برحسب نیوتون کدام است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



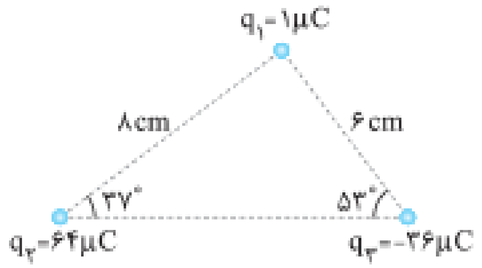
۱) $۳۲۰\vec{i}+۲۴۰\vec{j}$

۲) $۳/۲\vec{i}+۲/۴\vec{j}$

۳) $۹۶۰\vec{i}+۷۲۰\vec{j}$

۴) $۹/۶\vec{i}+۷/۲\vec{j}$

۸۵. در شکل روبه‌رو بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند نیوتون است؟



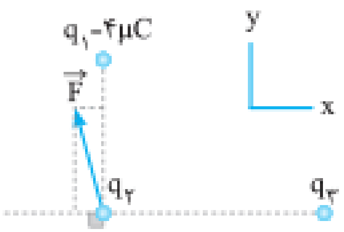
۱) ۱۸۰

۲) ۹۰

۳) $۹۰\sqrt{۲}$

۴) $۹۰\sqrt{۳}$

۸۶. در شکل مقابل فاصلهٔ q_1 تا $q_۲$ برابر با ۲cm و $q_۲$ تا $q_۳$ برابر با ۳cm است. اگر بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ در SI به‌صورت $\vec{F}=-۴۰\vec{i}+۹۰\vec{j}$ باشد، حاصل $\frac{q_۳}{q_1}$ برابر با کدام گزینه است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲})$



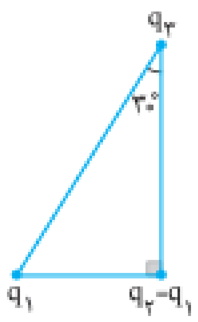
۱) ۵

۲) -۵

۳) -۴

۴) ۴

۸۷. سه ذرهٔ باردار در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_1 بر $q_۲$ وارد می‌کند، F_1 و بزرگی نیروی الکتریکی که $q_۳$ به $q_۲$ وارد می‌کند، $F_۲$ است. در صورتی که $F_1=F_۲$ باشد، بزرگی نیرویی که q_1 بر $q_۳$ وارد می‌کند، چند برابر F_1 است؟ (ریاضی خارج ۹۸)



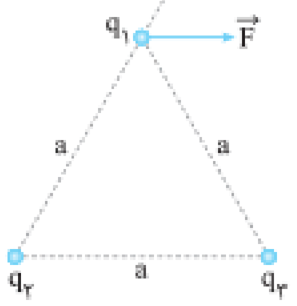
۱) $\frac{۳}{۴}$

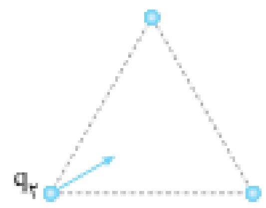
۲) ۱

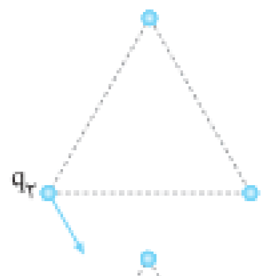
۳) $\frac{۴}{۳}$

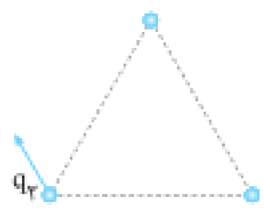
۴) $\frac{۳}{۲}$

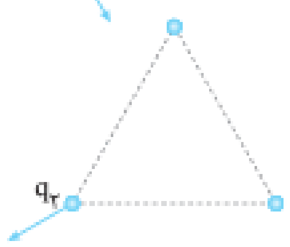
۸۸. در شکل مقابل جهت برایند نیروی الکتریکی وارد بر q_1 از طرف $q_۲$ و $q_۳$ نشان داده شده است. کدام گزینه برایند نیروهای الکتریکی وارد بر $q_۲$ را از طرف q_1 و $q_۳$ به‌درستی نشان می‌دهد؟ (بارها هم‌اندازه‌اند.)



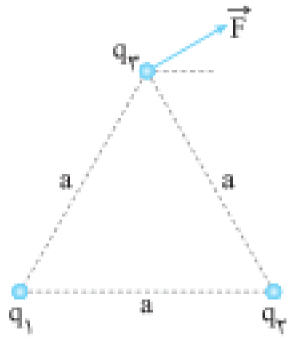
۱)


۲)


۳)


۴)


۸۹. مطابق شکل برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3 > 0$ برابر $\vec{F}$ است. کدام گزینه درست است؟



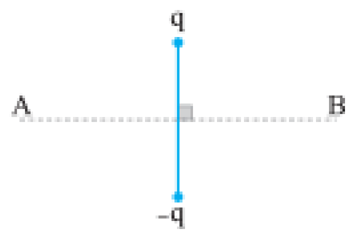
۱) $|q_1| > |q_2|$، $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$

۲) $|q_1| < |q_2|$، $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$

۳) $|q_1| > |q_2|$، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$

۴) $|q_1| < |q_2|$، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$

۹۰. در شکل روبه‌رو $q > 0$ است. اگر بار $q' > 0$ را از نقطهٔ A تا B روی عمودمنصف خط واصل دو بار حرکت دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q' چگونه تغییر می‌کند و جهت این نیرو کدام است؟



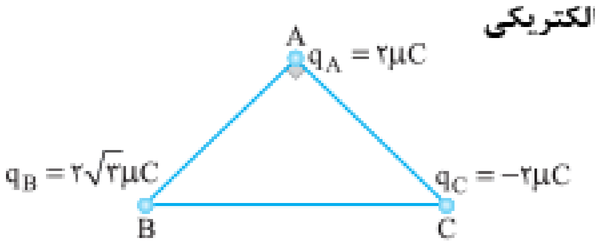
۱) ابتدا افزایش سپس کاهش، ↓

۲) ابتدا افزایش سپس کاهش، ↑

۳) ابتدا کاهش سپس افزایش، ↓

۴) ابتدا کاهش سپس افزایش، ↑

۹۱. در شکل روبه‌رو مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است. زاویه‌ای که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد پاره‌خط AB می‌سازد، چند درجه است؟



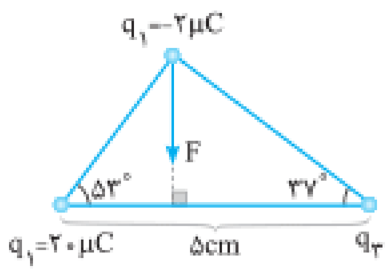
۱) ۳۰

۲) ۴۵

۳) ۵۳

۴) ۶۰

۹۲. در شکل روبه‌رو، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_1 = -2\mu C$ از طرف دو بار دیگر (F) نشان داده شده است. اندازهٔ این نیرو چند نیوتون است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 , k = 9\times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۳۰۰

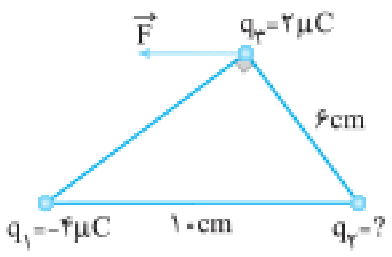
۲) ۴۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

۹۳. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برایند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند (نیروی $\vec{F}$) موازی با قاعدهٔ مثلث است. بار q_2 چند میکروکولن است؟

(ریاضی خارج ۸۸)



۱) ۳

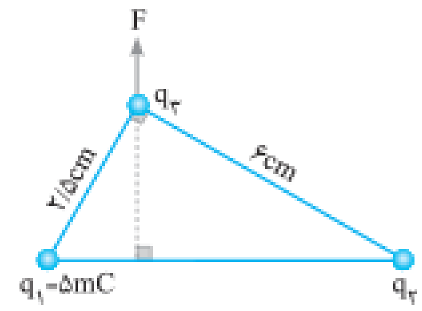
۲) ۴

۳) $\frac{9}{4}$

۴) $\frac{27}{16}$

۹۴. دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار q_3 برابر $\vec{F}$ است. q_2 چند میکروکولن است؟

(تجربی خارج ۹۹)



۱) ۱۰۸

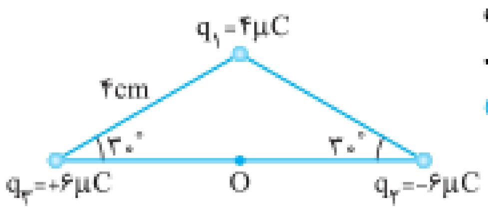
۲) ۲۴

۳) ۱۲

۴) ۶

۹۵. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_4 = +1\mu C$، واقع در نقطهٔ O در وسط خط واصل دو بار q_2 و q_3، چند نیوتون است؟

(ریاضی ۸۴)



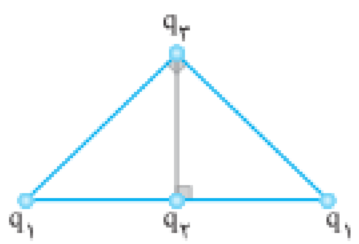
۱) ۴۵

۲) ۹۰

۳) $45\sqrt{3}$

۴) $90\sqrt{2}$

۹۶. مطابق شکل، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در قسمت‌های مختلف یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر با صفر باشد، حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



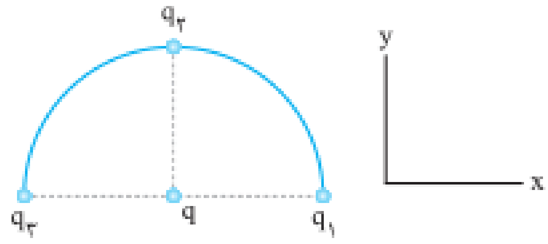
۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳) $\sqrt{2}$

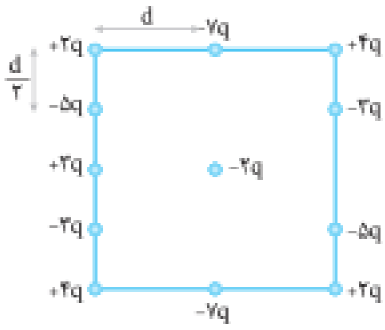
۴) $-\sqrt{2}$

۹۷. سه بار الکتریکی $q_1 = q_2 = 4\mu C$ و $q_3 = -4\mu C$ روی محیط یک نیم‌دایره به شعاع $6cm$ قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q = 2\mu C$ در مرکز دایره برحسب نیوتون کدام است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



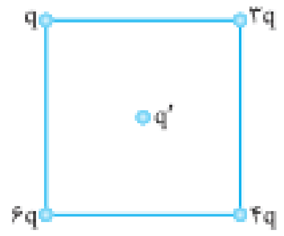
۱) $-40\vec{i} - 20\vec{j}$
۲) $-0/40\vec{i} - 0/20\vec{j}$
۳) $-40\vec{i} + 20\vec{j}$
۴) $-0/4\vec{i} + 0/2\vec{j}$

۹۸. در شکل مقابل، یک ذرهٔ مرکزی با بار $-2q$ با آرایه‌ای مربعی از ذره‌های باردار که به فاصله‌های d یا $\frac{d}{2}$ روی محیط مربعی قرار گرفته‌اند، احاطه شده است. بزرگی برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ مرکزی از طرف سایر ذره‌ها کدام است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



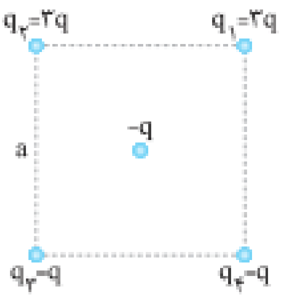
۱) $(3\sqrt{2}+1)k\frac{q^2}{d^2}$
۲) $\frac{6kq^2}{d^2}$
۳) $3\sqrt{2}\frac{kq^2}{d^2}$
۴) $6\sqrt{2}\frac{kq^2}{d^2}$

۹۹. چهار بار نقطه‌ای و مثبت q، $3q$، $4q$ و $6q$ مطابق شکل در رئوس یک مربع قرار دارند. بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار منفی q' واقع در مرکز مربع به کدام طرف است؟



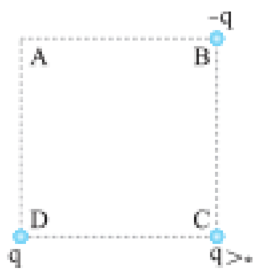
۱) چپ
۲) راست
۳) پایین
۴) بالا

۱۰۰. مطابق شکل، اندازهٔ برایند نیروی الکتریکی وارد بر بار $-q$ که در مرکز مربعی به ضلع a قرار دارد از طرف بارهای واقع در رأس‌های مربع چند برابر $\frac{kq^2}{a^2}$ است؟



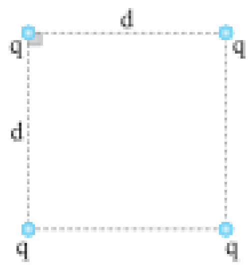
۱) ۴
۲) $2\sqrt{2}$
۳) $4\sqrt{2}$
۴) ۲

۱۰۱. در شکل مقابل اگر بار الکتریکی q واقع در رأس D را به $-q$ تبدیل کنیم، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q (در رأس C) چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟ (برگرفته از کتاب درسی)



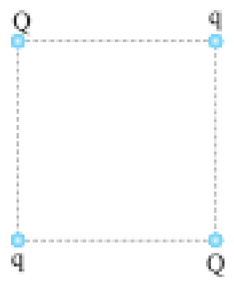
۱) 45°، پادساعتگرد
۲) 45°، ساعتگرد
۳) 90°، پادساعتگرد
۴) 90°، ساعتگرد

۱۰۲. چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازهٔ q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ (ریاضی خارج ۸۵)



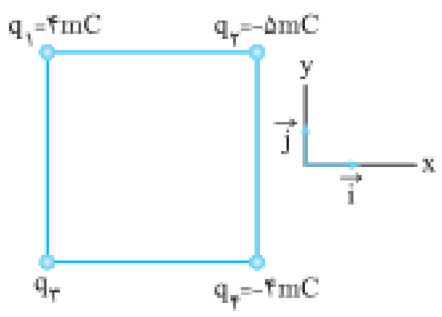
۱) ۱
۲) $\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{2}+1$
۴) $2\sqrt{2}+1$

۱۰۳. بارهای q و Q مطابق شکل، در ۴ رأس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد بر Q صفر باشد، نسبت $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



۱) $2\sqrt{2}$
۲) $\sqrt{2}$
۳) $-\sqrt{2}$
۴) $-2\sqrt{2}$

۱۰۴. چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل مقابل در رأس‌های یک مربع به ضلع $20cm$ قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 در SI به‌صورت $\vec{F} = -9\vec{i}$ باشد، q_3 چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (ریاضی ۹۸)



۱) $-8\sqrt{2}$
۲) -4
۳) ۴
۴) $8\sqrt{2}$

گام دوم: اگر q_A خنثی شود، نیروی q_B بر q' برابر $-\vec{F}$ می‌شود. (جهت نیروی $\vec{F}$ عوض می‌شود)

$$\vec{F}_B = -\vec{F} \quad ②$$

$$\xrightarrow{①\text{ و }②} \vec{F}_A + (-\vec{F}) = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_A = 2\vec{F} \quad ③$$

گام سوم: نیروی q_A به سمت راست و نیروی q_B بر q' به سمت چپ و مخالف یکدیگرند. اما چون q' بین دو بار A و B است، q_A همنام q_B می‌باشد. از تقسیم بزرگی طرفین رابطهٔ ② و ③ بر یکدیگر داریم:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{2F}{F} = 2 \xrightarrow[r_B=15cm]{r_A=30cm} \frac{k\frac{q_Aq'}{(30)^2}}{k\frac{q_Bq'}{(15)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 8$$

۸۱.

گام اول:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1 = \vec{F}\\ \vec{F}_1+\vec{F}_2 = 4\vec{F}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F}_2 = 3\vec{F}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|qq_2|}{|qq_1|}\times\left(\frac{2d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{3F}{F} = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|\times\frac{4d^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \Rightarrow |q_2| = \frac{3}{4}|q_1|$$

گام دوم: چون دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت هستند و بار $+q$ در بین دو بار q_1 و q_2 واقع است، در نتیجه بار q_2 علامتی مخالف q_1 دارد.

$$q_2 = -\frac{3}{4}q_1$$

۸۲.

گام اول: در حالت اول می‌توان نوشت: $\vec{F}_1+\vec{F}_2 = -2\vec{i}$ ①

گام دوم: در حالت دوم چون بار q_1 سه برابر شده و نوع آن نیز مخالف شده است می‌توان دریافت که بار $-3q_1$ جایگزین آن شده، پس نیروی وارد بر q' از طرف این بار برابر $-3\vec{F}_1$ است. از این‌رو در حالت دوم رابطهٔ برداری نیروهای وارد بر q' به صورت زیر است:

$$-3\vec{F}_1+\vec{F}_2 = 4\vec{i} \quad ②$$

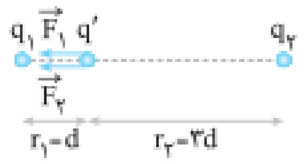
گام سوم: با حل دو معادلهٔ ① و ② در یک دستگاه، می‌توان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به‌دست آورد:

$$\begin{cases}\vec{F}_1+\vec{F}_2 = -2\vec{i}\\ -3\vec{F}_1+\vec{F}_2 = 4\vec{i}\end{cases} \Rightarrow \vec{F}_1-(-3\vec{F}_1) = -2\vec{i}-4\vec{i}$$

$$\Rightarrow 4\vec{F}_1 = -6\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\frac{3}{2}\vec{i}(N)$$

$$-\frac{3}{2}\vec{i}+\vec{F}_2 = -2\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{1}{2}\vec{i}(N)$$

گام چهارم: با توجه به این‌که q' بین دو بار q_1 و q_2 است و نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ وارد بر آن هم‌جهت هستند، بنابراین q_1 و q_2 ناهمنام هستند.



$$\left.\begin{array}{l}F_1 = \frac{3}{2}\\ F_2 = \frac{1}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{k\frac{|q_1q'|}{d^2}}{k\frac{|q_2q'|}{(3d)^2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{1}{3}$$

۸۳.

گام اول: نیروی F در حالت اول را محاسبه می‌کنیم. فاصلهٔ دو بار را r درنظر می‌گیریم.

$$q_A = q_B = q \ , \ F = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} \Rightarrow F = \frac{kq^2}{r^2}$$

گام دوم: با انتقال تعدادی الکترون از جسم A به جسم B، بار جسم A مثبت‌تر و بار جسم B منفی‌تر می‌شود. اگر مطابق صورت سؤال، بار جسم B برابر با $-2q$ شود، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$q'_A+q'_B = q_A+q_B \Rightarrow q'_A-2q = q+q \Rightarrow q'_A = 4q$$

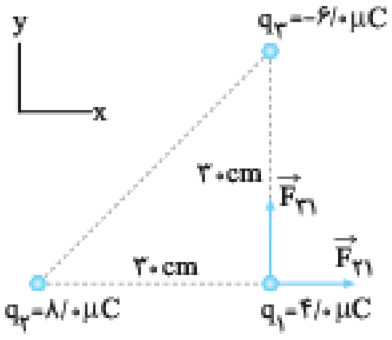
گام سوم: مقدار نیرو در حالت دوم (F') را محاسبه و نسبت به حالت اول نسبت می‌گیریم.

$$F' = \frac{k|q'_A||q_B|}{2} = \frac{k(4q)(2q)}{r^2} = 8\frac{kq^2}{r^2}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{8\frac{kq^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}} = 8$$

۸۴.

گام اول: در این سؤال نیروهای وارد بر بار q_1 مورد نظر است که مطابق شکل رسم شده‌اند. بار q_3 منفی و بار q_1 مثبت است. پس q_3 بر q_1 نیروی ربایشی F_{31} را وارد می‌کند. بار q_2 مثبت و بار q_1 هم مثبت است. پس q_2 بر q_1 نیروی رانشی F_{21} را وارد می‌کند.



گام دوم: چون $\vec{F}_{21}$ در راستای x و $\vec{F}_{31}$ در راستای y است، نیاز به تجزیه آن‌ها نیست، تکنیک ۹۰ را به‌کار می‌بریم:

$$F_{31} = 90\times\frac{6\times4}{900} = 2/4N$$

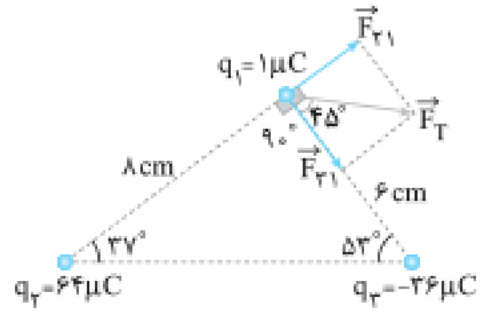
گام سوم: چون F_{21} عمود بر F_{31} است و هر یک در جهت $+x$ و $+y$ است نیروی خالص با استفاده از رابطهٔ $\vec{F}_T = F_{T_x}\vec{i}+F_{T_y}\vec{j}$ به‌دست می‌آوریم:

$$F_{21} = 90\times\frac{8\times4}{900} = 3/2N \Rightarrow \vec{F}_T = F_{21}\vec{i}+F_{31}\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = 3/2\vec{i}+2/4\vec{j}(N)$$

۸۵.

گام اول: نیروهای وارد بر بار q_1 را در شکل روبه‌رو ملاحظه می‌کنید. با توجه به زاویه‌های دو رأس پایینی مثلث می‌توان نتیجه گرفت که زاویهٔ مربوط به رأس بالایی مثلث که q_1 در آن قرار دارد برابر 90° است. $(180^\circ-(37^\circ+53^\circ)=90^\circ)$



گام دوم: بنابراین دو بردار $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ بر هم عمودند. اکنون بزرگی $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ را از روش تکنیک ۹۰ به‌دست می‌آوریم:

$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۲۱}^۲}=۹۰\times\frac{۱\times۶۴}{۶۴}\Rightarrow F_{۲۱}=۹۰N$$

$$F_{۳۱}=۹۰\times\frac{۳۶\times۱}{۳۶}\Rightarrow F_{۳۱}=۹۰N$$

گام سوم: چون دو بردار بر هم عمودند، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ برابر است با:

$$F_T=\sqrt{F_{۳۱}^۲+F_{۲۱}^۲}=\sqrt{۹۰^۲+۹۰^۲}=۹۰\sqrt{۲}N$$

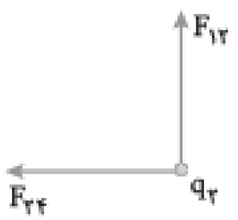
۸۶.

گام اول: با توجه به جهت مؤلفهٔ قائم نیروی خالص علامت بار $q_۲$ منفی است و داریم:

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}\Rightarrow ۹۰=\frac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۶}\times|q_۲|}{۴\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow |q_۲|=۱\mu C\Rightarrow q_۲=-۱\mu C$$

گام دوم: با توجه به جهت مؤلفهٔ افقی نیروی خالص و علامت بار $q_۲$، علامت بار $q_۳$ نیز منفی خواهد بود و داریم:



$$F_{۲۳}=۴۰N\xrightarrow{q_۳:\text{منفی}}$$

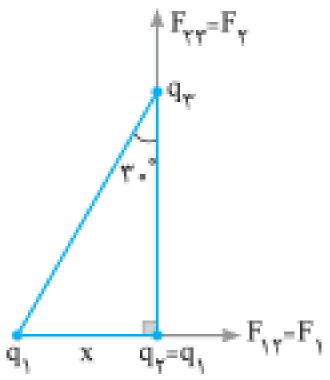
$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}$$

$$\Rightarrow ۴۰=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۰^{-۶}\times|q_۳|}{۹\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow |q_۳|=۴\times۱۰^{-۶}\mu C$$

$$\Rightarrow |q_۳|=۴\mu C\Rightarrow q_۳=-۴\mu C\Rightarrow \frac{q_۳}{q_۲}=\frac{-۴}{-۱}=۴$$

۸۷.

گام اول: اگر فاصلهٔ بین بار ۱ و ۲ را $r_{۱۲}=x$ در نظر بگیریم، با توجه به روابط مثلثاتی داریم:



$$\tan ۳۰^\circ=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{x}{r_{۲۳}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{x}{r_{۲۳}}\Rightarrow r_{۲۳}=\sqrt{۳}x$$

$$\Rightarrow r_{۱۳}=\sqrt{(x)^۲+(\sqrt{۳}x)^۲}=۲x$$

گام دوم: حال با توجه به اینکه $F_۱=F_۲$ است داریم:

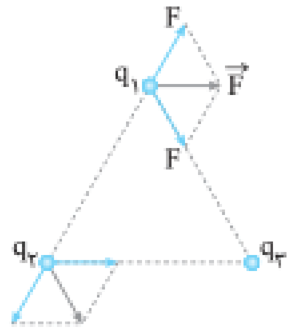
$$F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{x^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۳}x)^۲}\Rightarrow |q_۳|=|۳q_۱| \quad ✻$$

حالا نسبت $\frac{F_{۱۳}}{F_۱}$ را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{۱۳}}{F_۱}=\frac{k\frac{|q_۱||q_۳|}{۴x^۲}}{k\frac{|q_۱||q_۲|}{x^۲}}=\frac{\frac{|q_۳|}{۴}}{|q_۲|}\xrightarrow[q_۲=q_۱]{✻}\frac{F_{۱۳}}{F_۱}=\frac{\frac{۳q_۱}{۴}}{q_۱}=\frac{۳}{۴}$$

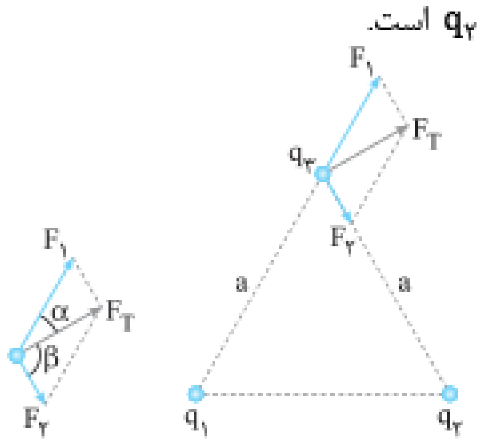
۸۸.

با توجه به شکل مقابل $q_۲$ بر $q_۱$ نیروی رانشی وارد کرده پس این دو بار هم‌نام‌اند. همچنین چون $q_۳$ بر $q_۱$ نیروی ربایشی وارد کرده پس این دو بار ناهم‌نام‌اند. نتیجهٔ این دو مطلب این می‌شود که $q_۲$ و $q_۳$ ناهم‌نام‌اند. پس $q_۳$ بر $q_۲$ نیروی ربایشی و $q_۱$ بر $q_۲$ نیروی رانشی وارد می‌کند و برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ مطابق شکل، یعنی **گزینهٔ ۲** خواهد بود.



۸۹.

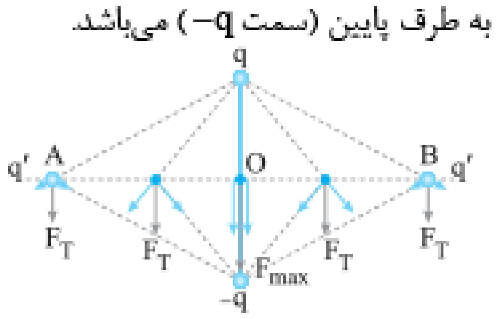
در این سؤال چون فاصلهٔ $q_۲$ و $q_۱$ تا $q_۳$ یکسان است و F_T (نیروی خالص $q_۱$ و $q_۲$ بر $q_۳$) نزدیک‌تر به $F_۱$ است، اندازهٔ $F_۱$ بیشتر از $F_۲$ و در نتیجه بار $|q_۱|>|q_۲|$ است. همچنین چون $q_۳<۰$ است، $q_۱<۰$ و $q_۲>۰$ است.



یادآوری: می‌توان ثابت کرد که نیروی خالص دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ با نیرویی که بزرگی بیشتری دارد، زاویهٔ کوچک‌تری می‌سازد. به عبارت دیگر نیروی خالص به نیروی بزرگ‌تر، نزدیک‌تر است.

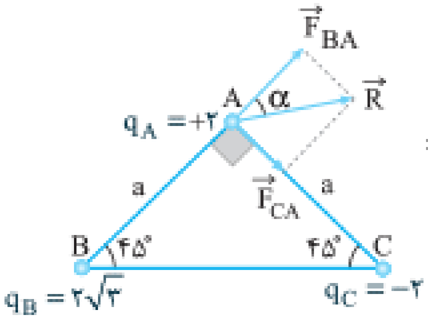
۹۰.

بزرگی نیروی هر یک از بارهای q و $-q$ بر بار q' در فاصلهٔ بسیار دور برابر تقریباً صفر است و بیشترین مقدار نیروی آن‌ها بر q' در نقطهٔ O وارد می‌شود، زیرا کمترین فاصلهٔ بارها با q' در این نقطه می‌باشد. بنابراین مطابق شکل اگر $q'>۰$ را در چند نقطه روی عمودمنصف خط واصل دو بار $q>۰$ و $-q$ قرار دهیم، ملاحظه می‌شود که بیشترین نیروی خالص وارد بر بار q' در مرکز q و $-q$ است و همواره جهت نیروی خالص به طرف پایین (سمت $-q$) می‌باشد.



۹۱. ۴ ۳ ۲ **۱**

گام اول: نیروهای وارد بر بار q'_A را رسم می‌کنیم.



گام دوم: نیروها را حساب می‌کنیم:

$$F_{BA}=k\frac{|q_B||q_A|}{r^2_{BA}}=k\frac{2\sqrt3\times2}{a^2}=\sqrt3k\frac{4}{a^2}$$

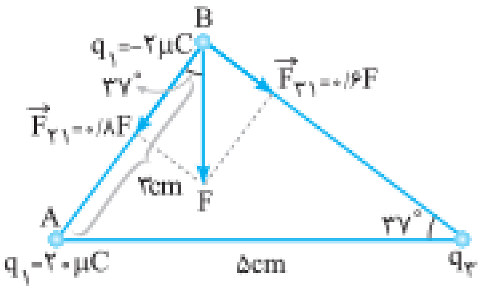
$$F_{CA}=k\frac{|q_C||q_A|}{r^2_{CA}}=k\frac{2\times2}{a^2}=k\frac{4}{a^2}$$

گام سوم: با استفاده از نسبت مثلثاتی تانژانت داریم:

$$\tan\alpha=\frac{F_{CA}}{F_{BA}}=\frac{k\frac{4}{a^2}}{\sqrt3k\frac{4}{a^2}}=\frac{1}{\sqrt3}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

۹۲. ۴ **۳** ۲ ۱

گام اول: نیروهایی که از طرف دو بار دیگر به بار $-2\mu C$ وارد می‌شود، در امتداد اضلاع AB و BC هستند که برایند آن‌ها F شده است. اگر F را به دو مؤلفه در راستای اضلاع تجزیه کنیم، نیرویی که بار $20\mu C$ به $-2\mu C$ وارد می‌کند برابر خواهد بود با:



$$\sin37^\circ=\frac{AB}{\text{وتر}}\Rightarrow0/6=\frac{AB}{5}\Rightarrow AB=3cm\Rightarrow r=3cm$$

گام دوم:

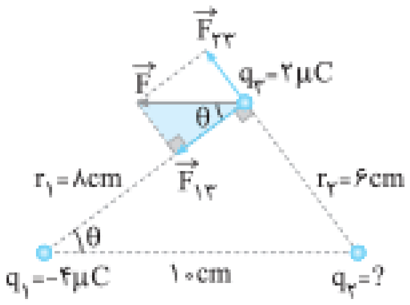
$$F_{21}=F\cos37^\circ=0/8F$$

$$\xrightarrow{F_{21}=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}}\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=0/8F$$

$$\frac{9\times10^9\times(20\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{(3\times10^{-2})^2}=0/8F=400=0/8F\Rightarrow F=500N$$

۹۳. **۴** ۳ ۲ ۱

گام اول: در شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر q_3 و نیروی خالص وارد بر آن $(\vec F)$ رسم شده است. چون مثلث بزرگ قائم‌الزاویه است، مثلث رنگی هم قائم‌الزاویه است.



گام دوم: بنابر قضیهٔ خطوط موازی و خط مورب زاویهٔ θ در این مثلث با زاویه θ در مثلث بزرگ نیز برابر است. همچنین اضلاع زاویهٔ قائمه در مثلث رنگی همان F_{13} و F_{23} هستند. در این مثلث می‌توان نوشت:

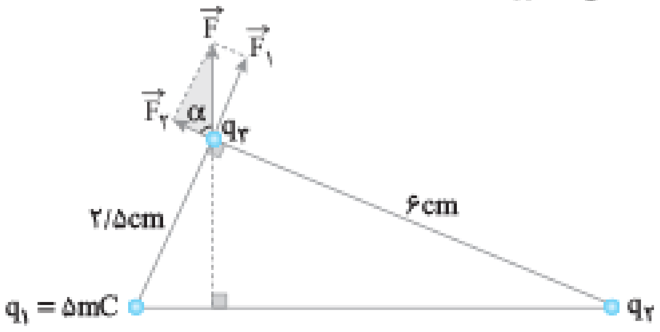
$$\tan\theta=\frac{F_{23}}{F_{13}}\Rightarrow\tan\theta=\frac{k\frac{|q_2q_3|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1q_3|}{r_1^2}}$$

$$\xrightarrow[\tan\theta=\frac{6}{8}\ \text{در مثلث بزرگ}]{r_2=6cm,\ r_1=8cm}\frac{6}{8}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times(\frac{8}{6})^2$$

$$\xrightarrow{|q_1|=4\mu C}\frac{6}{8}=\frac{q_2}{4}\times(\frac{8}{6})^2\Rightarrow q_2=\frac{27}{16}\mu C$$

۹۴. ۴ **۳** ۲ ۱

گام اول: با توجه به شکل زیر، چون مثلث در رأس آن یعنی محل q_3، قائم‌الزاویه است و این‌که نیروهای F_2 و F_1 که از بار q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می‌شوند، بر هم عمودند، می‌توان برای مثلث رنگی که قائم‌الزاویه است استفاده کرد و نسبت تانژانت زاویهٔ α را برابر $\tan\alpha=\frac{F_1\ (\text{ضلع روبه‌رو } \alpha)}{F_2\ (\text{ضلع مجاور به } \alpha)}$ در نظر گرفت.



$$\tan\alpha=\frac{F_1}{F_2}\xrightarrow[F_2=k\frac{|q_2||q_3|}{r_2^2}]{F_1=k\frac{|q_1||q_3|}{r_1^2}}\tan\alpha=\frac{|q_1|}{|q_2|}\times(\frac{r_2}{r_1})^2\quad ①$$

گام دوم: در مثلث بزرگ که $r_1=2/5cm$ و $r_2=6cm$ است نیز می‌توان نسبت مثلثاتی $\tan\alpha$ را به‌صورت زیر نوشت:

$$\tan\alpha=\frac{r_2}{r_1}\quad ②$$

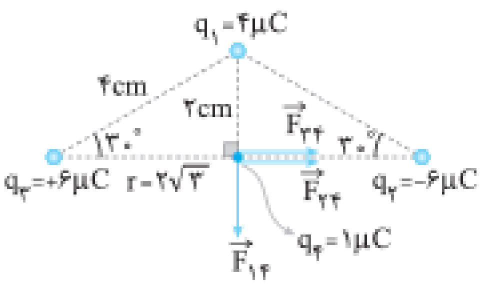
از مقایسهٔ رابطهٔ ① با رابطهٔ ② می‌توان نسبت $\frac{|q_1|}{|q_2|}$ را حساب کرد (دقت کنید که q_1 همنام q_2 و مثبت است):

$$\frac{r_2}{r_1}=\frac{|q_1|}{|q_2|}\times(\frac{r_2}{r_1})^2\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{r_1}{r_2}\Rightarrow\frac{5}{q_2}=\frac{2/5}{6}$$

$$\Rightarrow q_2=12\mu C$$

۹۵. **۴** ۳ ۲ ۱

گام اول: همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید فاصلهٔ q_3 و q_2 تا q_4 را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:

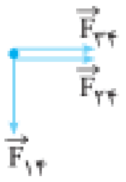


$$4^2=2^2+r^2\Rightarrow r=\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\sqrt3cm$$

گام دوم: اکنون با توجه به این‌که اندازهٔ q_3 و q_2 یکسان و فاصلهٔ آن‌ها تا q_4 یکسان است، بزرگی نیروهای F_{34} و F_{24} برابر است با:

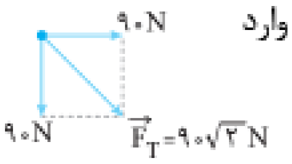
$$F_{24}=F_{34}=9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2\sqrt3\times10^{-2})^2}=45N$$

گام سوم: و نیروی F_{14} برابر است با:



$$F_{14}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2}=90N$$

گام چهارم: اکنون بزرگی نیروی خالص وارد بر q_4 را محاسبه می‌کنیم.

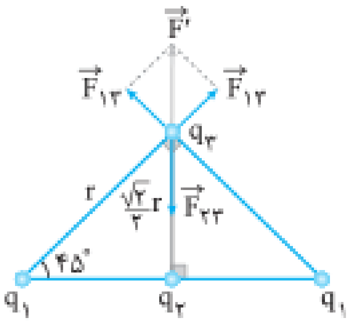


$$F_T^2=(F_{34}+F_{24})^2+F_{14}^2$$

$$\Rightarrow F_T^2=(45+45)^2+90^2\Rightarrow F_T=90\sqrt2$$

۹۶.

چون برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی $q_۳$ برابر با صفر است، اگر فرض کنیم علامت بارهای $q_۱$ و $q_۳$ یکسان است، با توجه به این که فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ در هر دو حالت یکسان است، داریم:



$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}$$

$$F'=F_{۱۳}\sqrt{۲}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{r^۲}\sqrt{۲}$$

بنابراین باید نیروی بین دو بار $q_۲$ و $q_۳$ جاذبه باشد، پس این دو بار ناهمنام هستند.

$$F_{۲۳}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{(\frac{r\sqrt{۲}}{۲})^۲}=۲k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}$$

چون برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ برابر با صفر است، باید داشته باشیم:

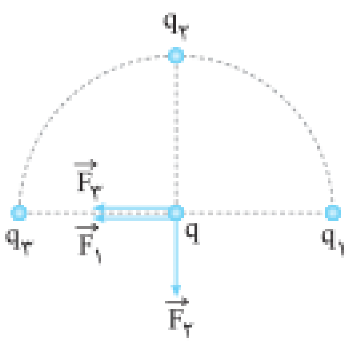
$$F'=F_{۲۳}\Rightarrow\frac{k|q_۱||q_۳|}{r^۲}\sqrt{۲}=۲k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=\sqrt{۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{q_۲}=-\sqrt{۲}$$

دقت کنید فرض اولیه مبنی بر یکسان بودن علامت بارهای $q_۱$ و $q_۳$ تأثیری در جواب نهایی ندارد. به‌عنوان تمرین برای حالتی که علامت بارهای $q_۱$ و $q_۳$ یکسان نباشد، مسئله را حل کنید.

۹۷.

گام اول: نخست نیروهای وارد بر بار q را مطابق شکل مشخص می‌کنیم. لازم به یادآوری است که جهت نیروهای وارد بر بار q به نوع علامت بارها بستگی دارد. اکنون بزرگی هر یک از نیروها را محاسبه می‌کنیم.



با توجه به اینکه اندازهٔ $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۳$ یکسان و فاصلهٔ هر یک از این بارها نیز با بار q یکسان است، به کمک رابطهٔ قانون کولن، بزرگی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q نیز یکسان است. پس کافی است یکی از آن‌ها را حساب کنیم. (تکنیک ۹۰)

$$F_۱=F_۲=F_۳=۹۰\times\frac{۴\times۲}{۶^۲}\Rightarrow F_۱=F_۲=F_۳=۲۰N$$

گام دوم: اکنون با توجه به شکل برای محاسبه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q می‌توان نوشت:

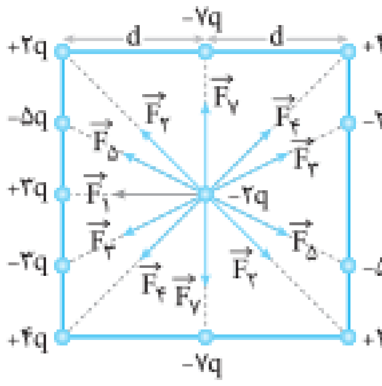
$$\vec{F}_T=\vec{F}_۳+\vec{F}_۱+\vec{F}_۲\Rightarrow\vec{F}_T=-F_۳\vec{i}-F_۱\vec{i}-F_۲\vec{j}$$

$$\Rightarrow\vec{F}_T=-(F_۳+F_۱)\vec{i}-F_۲\vec{j}$$

$$\Rightarrow\vec{F}_T=-۴۰\vec{i}-۲۰\vec{j}\ (N)$$

۹۸.

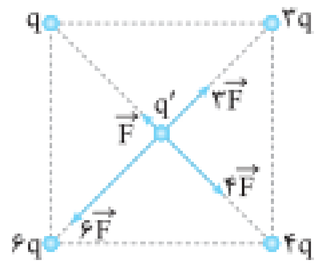
با توجه به شکل، به دلیل تقارن بارهای الکتریکی نیروهای الکتریکی همهٔ بارها به‌جز بار $+۳q$، بر بار $-۲q$ برابر صفر می‌شود. پس نیروی خالص الکتروستاتیکی وارد بر بار $-۲q$ برابر است با:

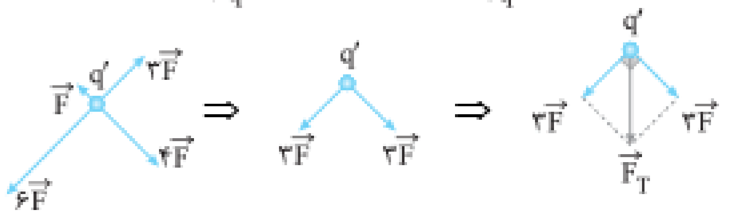


$$|F_T|=k\frac{|۳q\times(-۲)q|}{d^۲}=۶\frac{kq^۲}{d^۲}$$

۹۹.

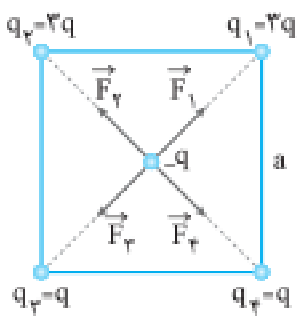
نیروهای الکتریکی وارد بر بار q' را مشخص می‌کنیم. چون $q>۰$ و $q'<۰$ است، نیروهای وارد بر q' ربایشی هستند. فاصلهٔ هر چهار بار الکتریکی تا q' یکسان است؛ پس اگر بزرگی نیروی q بر q' را برابر $F=k\frac{|qq'|}{a^۲}$ در نظر بگیریم، بزرگی نیروی $۳q$ بر q' سه برابر F ($F=k\frac{|۳qq|}{a^۲}$)، بزرگی نیروی $۴q$ بر q'، $۴F$ و بزرگی نیروی $۶q$ بر q'، $۶F$ خواهد بود. چون $۳\vec{F}$ و $۶\vec{F}$ مخالف یکدیگرند همچنین $۴\vec{F}$ و $\vec{F}$ هم مخالف یکدیگرند، مطابق شکل نیروی خالص وارد بر q'، از برایند دو نیروی $۳\vec{F}$ و $۳\vec{F}$ که بر هم عمود هستند به‌دست می‌آید که رو به پایین است.





۱۰۰.

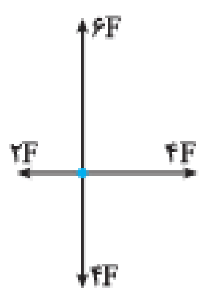
گام اول: اگر نیروی q بر q' را حساب کنیم، داریم:



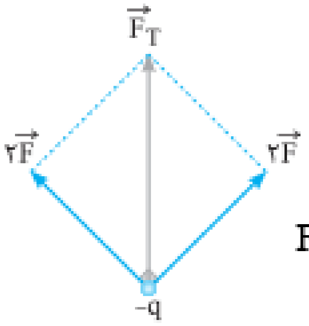
در نتیجه می‌توان نوشت:

$$F_۱=۴F\ ,\ F_۲=۶F$$

$$F_۳=۲F\ ,\ F_۴=۴F$$



گام دوم: چون نیروهای $\vec F_4$ و $\vec F_2$ در امتداد هم و نیروهای $\vec F_1$ و $\vec F_3$ نیز در امتداد یکدیگرند، می‌توان نوشت:

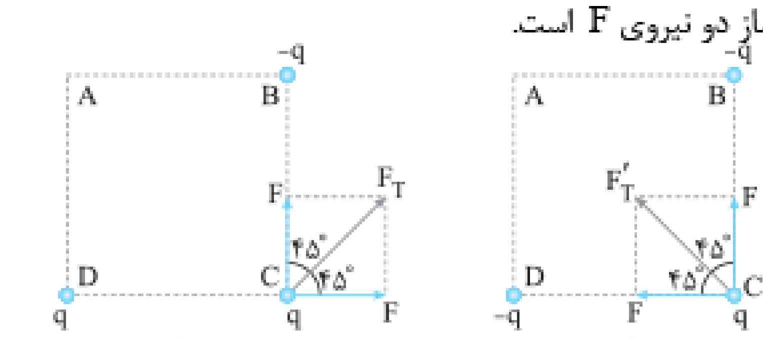


$$F_T=\sqrt{(2F)^2+(2F)^2}=2\sqrt2 F$$

$$\Rightarrow F_T=2\sqrt2\times(\frac{2kq^2}{a^2})=4\sqrt2\frac{kq^2}{a^2}$$

۱۰۱. ۱ ۲ ■ ۴

چون $q>0$ است، پس $-q<0$ می‌باشد. در حالت اول جهت نیروهای وارد بر بار q که در راس C است را رسم می‌کنیم و نیروی خالص وارد بر آن را F_T می‌نامیم (شکل ۱). F_T نیمساز دو نیروی F است. اگر بار q که در نقطهٔ D است به $-q$ تبدیل شود فقط جهت نیروی این بار بر بار q واقع در C تغییر می‌کند و مطابق شکل نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن را با F'_T نشان داده‌ایم (شکل ۲). F'_T نیمساز دو نیروی F است.

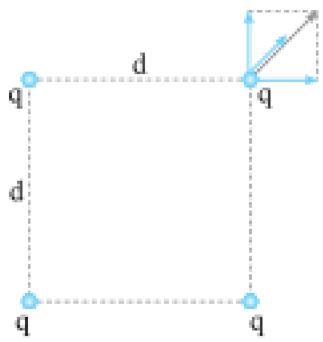


(۱) (۲)

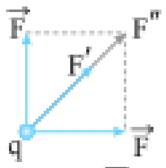
با مقایسهٔ شکل (۲) و (۱) می‌توان دریافت نیروی خالص وارد بر بار نقطهٔ C، 90° پادساعتگرد چرخیده است.

۱۰۲. ۱ ۲ ۳ ■

گام اول: چون بارهای الکتریکی همنام و هم‌اندازه هستند، نیروهای وارد بر یکی از آن‌ها مطابق شکل است. بزرگی دو نیروی $\vec F$ یکسان و برابر $F=k\frac{q^2}{d^2}$ است، اما نیروی F' که از بار الکتریکی q در فاصلهٔ $\sqrt2 d$ (قطر مربع به ضلع d) بر بار مورد نظر وارد می‌شود، برابر است با $F'=k\frac{q^2}{2d^2}$: در نتیجه داریم: $F=2F'$



گام دوم: اکنون می‌دانیم برایند دو نیروی هم‌اندازهٔ عمود بر هم F از رابطهٔ $F''=\sqrt2F$ به‌دست می‌آید و منطبق بر F' می‌باشد و داریم:



$$F''=\sqrt2F\Rightarrow F''=2\sqrt2F'$$

گام سوم: چون F'' و F' هم‌جهت هستند می‌توان نوشت:

$$F_T=F''+F'=2\sqrt2F'+F'=(2\sqrt2+1)F'$$

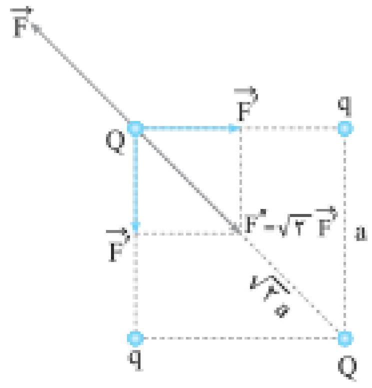
با توجه به این‌که $F'=\frac{kq^2}{2d^2}$ است، **گزینهٔ ۴** پاسخ درست است.

۱۰۳. ۱ ۲ ۳ ■

گام اول: می‌دانیم که بار Q بر Q نیروی رانشی وارد می‌کند که ما آن را $\vec F$ نامیده‌ایم (شکل را نگاه کنید). اما برای این‌که Q در حال تعادل باشد، یعنی نیروی خالص وارد بر Q صفر شود، بایدعلامت q مخالف Q باشد و آن را جذب کند تا دافعهٔ Q بر Q را خنثی کند. نیروهای q بر Q را با $\vec F'$ نشان داده‌ایم. اگر ضلع مربع را a بنامیم، می‌توانیم برای محاسبه بزرگی $\vec F'$ و $\vec F$ بنویسیم:

$$F=k\frac{|QQ|}{(\sqrt2 a)^2}=k\frac{Q^2}{2a^2}$$

$$F'=k\frac{|Qq|}{a^2}\xrightarrow[\text{برایند } F' \text{ و } F' \text{ است.}]{F' \text{ بر } F' \text{ عمود است.}}F''=\sqrt{F'^2+F'^2}=\sqrt2F'$$

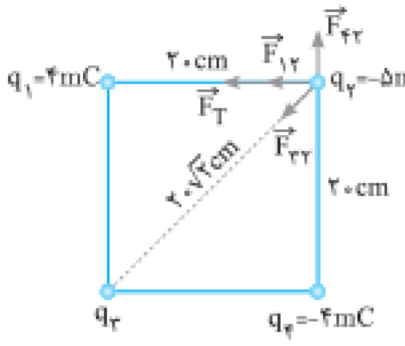


گام دوم: برای این‌که نیروی خالص وارد بر بار Q صفر باشد باید $\sqrt2\vec F'$ هم‌اندازه و مخالف $\vec F$ باشد، اکنون می‌توان نوشت:

$$F=\sqrt2F'\Rightarrow k\frac{|Q^2|}{2a^2}=k\frac{|Qq|}{a^2}\times\sqrt2\Rightarrow|\frac{Q}{q}|=2\sqrt2$$

گام سوم: با توجه به ناهمنام بودن Q و q، داریم: $\frac{Q}{q}=-2\sqrt2$

۱۰۴. ■ ۳ ۲ ۱



$$\vec F_{12}+\vec F_{42}+\vec F_{32}=\vec F_T$$

$$\Rightarrow -(9\times10^9\times\frac{20\times10^{-12}}{4\times10^{-2}}\vec i)+(9\times10^9\times\frac{20\times10^{-12}}{4\times10^{-2}}\vec j)+\vec F_{21}=-9\vec i$$

$$\Rightarrow -4/5\vec i+4/5\vec j+\vec F_{32}=-9\vec i$$

$$\Rightarrow \vec F_{32}=-4/5\vec i-4/5\vec j\Rightarrow|\vec F_{32}|=4/5\sqrt2$$

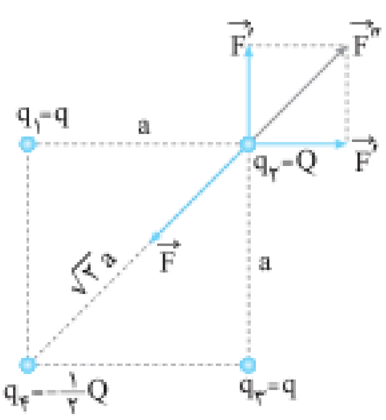
با توجه به جهت نیروی $\vec F_{32}$، بار q_3 بار q_2 را جذب کرده است و علامت بار q_3 مثبت است.

$$k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}=4/5\sqrt2$$

$$\Rightarrow 9\times10^9\times\frac{|q_3|\times5\times10^{-6}}{8\times10^{-2}}=4/5\sqrt2\Rightarrow q_3=+8\sqrt2\mu C$$

۱۰۵. ۱ ■ ۳ ۴

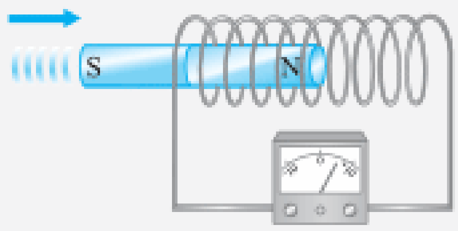
گام اول: بار $-\frac12Q$ بر Q نیروی ربایشی وارد می‌کند. پس برای این‌که $q_2=Q$، در تعادل باشد، باید بارهای q (q_1 و q_3) بر بار Q نیروی رانشی وارد کنند، یعنی q همنام با Q باشد.



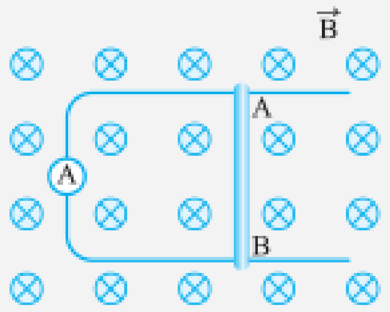
پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی

آزمایش نشان می‌دهد که بدون در اختیار داشتن باتری و با استفاده از آهنربا و سیم‌پیچ می‌توان جریان الکتریکی ایجاد کرد. به این پدیده، پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی و جریان تولید شده را جریان الکتریکی القایی می‌نامند.

آزمایش نشان می‌دهد با سه روش می‌توان جریان الکتریکی القایی ایجاد کرد. این سه روش به شرح زیر است:



① اگر آهنربایی را به یک سیم‌پیچ نزدیک یا دور کنیم و دو سر سیم‌پیچ را به یک آمپرسنج حساس وصل کنیم، آمپرسنج در مدار جریان الکتریکی را نشان می‌دهد.



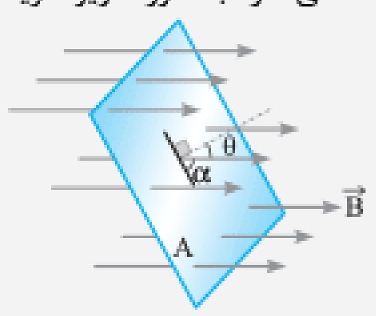
② اگر مداری مانند شکل مقابل را درست کنیم و میلهٔ رسانای AB را روی سیم رسانای U شکلی به طرف راست یا چپ بلغزانیم، در حین لغزیدن میله، آمپرسنج عبور جریان الکتریکی در مدار را نشان می‌دهد و میدان مغناطیسی می‌تواند درون‌سو یا برون‌سو باشد. همچنین اگر پیچه‌ای را بکشیم تا مساحتش تغییر کند، در آن جریان القایی به‌وجود می‌آید.

③ اگر پیچه‌ای را در یک میدان مغناطیسی قرار دهیم و پیچه را حول محور عمود بر میدان دوران دهیم، در پیچه جریان القایی پدید می‌آید.

بنابراین با سه روش ① تغییر میدان مغناطیسی ② تغییر مساحت پیچه در حضور میدان مغناطیسی ③ چرخش پیچه‌ای که درون میدان مغناطیسی است، در مدار جریان الکتریکی القایی ایجاد می‌شود. فیزیکدانان برای بیان بهتر پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی، کمیتی را تعریف می‌کنند که هر سه کمیت میدان مغناطیسی، مساحت حلقه و چرخش پیچه را در بر بگیرد. این کمیت را شار مغناطیسی می‌نامند.

شار مغناطیسی

کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از پیچه‌ای با مساحت معین A می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود:



زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح پیچه

بزرگی میدان مغناطیسی (T)

$$\underbrace{\Phi}_{\text{شار مغناطیسی (Wb)}} = B\underbrace{A}_{\text{مساحت پیچه }(m^2)}\cos\theta$$

نکته

شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است و یکای آن در SI، وبر (Wb) است که برابر با $T\cdot m^2$ می‌باشد.

در واقع یک وبر، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ای به مساحت $1\,m^2$ است که میدانی به بزرگی $1\,T$، عمود از آن عبور کرده باشد.

$1\,Wb = 1\,T \times 1\,m^2$

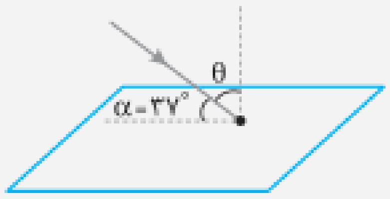
نکته

زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی با سطح پیچه را α می‌نامیم. آن را با θ اشتباه نکنید! $\theta = ۹۰ - \alpha$

مثال: حلقهٔ مربع‌شکلی که طول هر ضلع آن ۲۵cm است با خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به‌شدت ۳۲۰۰G، زاویهٔ ۳۷° می‌سازد. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌وبر است؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)

۱) ۰/۰۱۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱/۲ ۴) ۱۲۰

■ **پاسخ:** گزینهٔ «۲»



گام اول: در رابطهٔ شار ($\Phi = BA\cos\theta$)، θ زاویهٔ میدان با نیم‌خط عمود بر صفحه است. در این مثال زاویهٔ میدان با خود صفحه ذکر شده است؛ بنابراین داریم:

$$\theta + \alpha = ۹۰^\circ \xrightarrow{\alpha = ۳۷^\circ} \theta = ۵۳^\circ$$

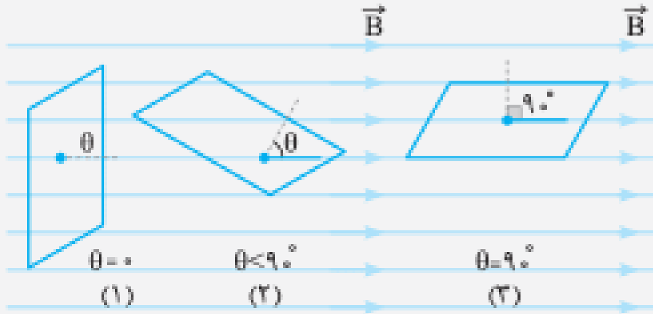
گام دوم: برای این‌که شار برحسب وبر محاسبه شود میدان باید برحسب T باشد. ($۱T = ۱۰^۴G$) $\quad B = ۳۲۰۰G \times ۱۰^{-۴} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱}T$

گام سوم: اکنون می‌توانیم شار را حساب کنیم. $\quad \Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[B = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱}T]{\theta = ۵۳^\circ ,\ A = ۰/۲۵ \times ۰/۲۵m^۲} \Phi = ۰/۰۱۲Wb = ۱۲mWb$

توجه: بر هر پیچه‌ای می‌توان دو نیم‌خط عمود بر سطح آن رسم کرد. اینکه نیم‌خط، عمود بر کدام طرف پیچه باشد می‌تواند اختیاری باشد. اگر نیم‌خط عمود را در هر طرف پیچه انتخاب کردیم، در صورتی که جهت میدان مغناطیسی تغییر کند یا پیچه دوران کند باید با همان نیم‌خط مسئله را تا پایان دنبال کنیم.

نکته

۱ می‌توان فرض کرد که شار مغناطیسی که در یک پیچه تعریف می‌شود متناسب با تعداد خط‌های میدان مغناطیسی است که از پیچه عبور می‌کنند و هرگاه تعداد خطوط بیشتری از میدان مغناطیسی در پیچه عبور کنند، شار مغناطیسی نیز بیشتر خواهد بود.



۲ با توجه به شکل فوق می‌توان حالت‌های خاص زیر را در نظر گرفت.

الف: بیشترین شار مغناطیسی در حالتی پدید می‌آید که پیچه بر میدان عمود باشد.

در این حالت بیشترین خط در پیچه می‌گذرد. $\quad \Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\cos ۰ = ۱]{\theta = ۰} \Phi_{max} = BA$

ب: کمترین شار مغناطیسی از حالتی پدید می‌آید که پیچه موازی میدان باشد. در این حالت هیچ خطی از میدان، از پیچه عبور نمی‌کند. $\quad \Phi = BA\cos\theta \xrightarrow[\cos ۹۰^\circ = ۰]{\theta = ۹۰^\circ} \Phi = ۰$

مثال: مساحت پیچه‌ای $۲۰cm^۲$ است و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد و بیشترین شار مغناطیسی پیچه ۴×۱۰^{-۵} وبر است. در حالتی که شار گذرنده از پیچه ۲×۱۰^{-۵} وبر شود زاویهٔ سطح پیچه با میدان چند درجه خواهد بود؟

۱) ۹۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰ ۴) صفر

■ **پاسخ:** گزینهٔ «۳»

گام اول: از حالتی که شار مغناطیسی پیچه بیشینه است استفاده می‌کنیم و اندازهٔ میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Phi_{max} = BA \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۵} = B \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow B = ۲ \times ۱۰^{-۲}T$$

گام دوم: زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح پیچه با میدان را حساب می‌کنیم:

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۵} = \underbrace{۲ \times ۱۰^{-۲} \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴}}_{\Phi_{max} = ۴ \times ۱۰^{-۵}} \times \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{۲ \times ۱۰^{-۵}}{۴ \times ۱۰^{-۵}} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

گام سوم: زاویهٔ سطح پیچه با میدان را حساب می‌کنیم: $\quad \alpha = ۹۰ - \theta \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$

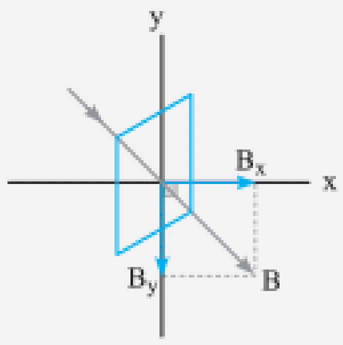
نکته

با توجه به رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ می‌توان دریافت که اگر میدان عمود بر سطح پیچه نباشد، مؤلفه‌ای از میدان که موازی سطح پیچه است، اثری در مقدار شار مغناطیسی ایجاد شده در پیچه ندارد.

مثال: در یک فضا میدان مغناطیسی یکنواختی به صورت $\vec{B}=0/2\vec{i}-0/4\vec{j}$ (در SI) برقرار است و پیچه‌ای به مساحت $10\,cm^2$ عمود بر محور x قرار دارد. شار مغناطیسی گذرنده از پیچه چند وبر است؟

۱) 2×10^{-4} ۲) 4×10^{-4} ۳) $5\sqrt{2}\times10^{-4}$ ۴) 2×10^{-3}

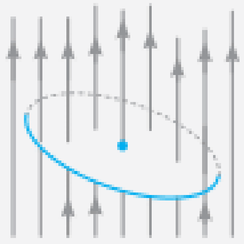
● پاسخ: گزینهٔ «۱»



در شکل مقابل یکی از خطوط میدان و سطح پیچه را رسم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که مؤلفهٔ $B_y=-0/4T$ موازی پیچه است و اثری در ایجاد شار مغناطیسی ندارد بنابراین می‌توان مولفهٔ $B_x=0/2T$ را که عمود بر سطح پیچه است در نظر بگیریم و در این حالت $\cos\theta=1$ خواهد بود.

$$\Phi=B_xA=0/2\times10\times10^{-4}=2\times10^{-4}\,Wb$$

مثال: در شکل مقابل یک حلقهٔ رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $100\,G$ قرار دارد و زاویهٔ سطح حلقه با میدان 30° و مساحت حلقه $20\,cm^2$ است. اگر میدان مغناطیسی به صفر برسد و در جهت مخالف افزایش یابد و به اندازهٔ $200\,G$ برسد:



الف) شار مغناطیسی در حالت اول چند وبر است؟

ب) تغییر شار مغناطیسی چند وبر است؟

● پاسخ: الف: در این حالت $\alpha=30^\circ$ است پس نتیجه می‌گیریم $\theta=90-30=60^\circ$ است. اکنون شار مغناطیسی پیچه را حساب می‌کنیم: $\Phi=BA\cos\theta$

$$\Rightarrow\Phi=100\times10^{-4}\times30\times10^{-4}\times\cos60^\circ\Rightarrow\Phi=1/5\times10^{-5}\,Wb$$

ب: در حالتی که جهت میدان مغناطیسی وارونه شود، نیم‌خط عمود را ثابت در نظر می‌گیریم و زاویهٔ نیم‌خط با میدان برابر $\theta'=180-60=120^\circ$ می‌شود و شار مغناطیسی را در این حالت حساب می‌کنیم:

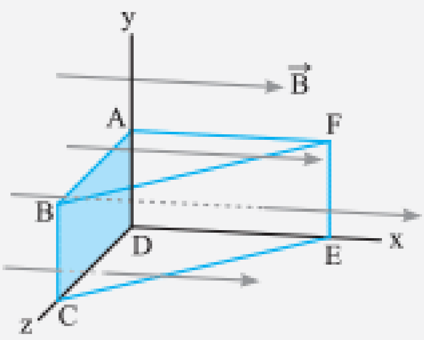
$$\Phi'=B'A\cos\theta'\Rightarrow\Phi'=300\times10^{-4}\times30\times10^{-4}\times\cos120^\circ\Rightarrow\Phi'=-4/5\times10^{-5}\,Wb$$

اکنون تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi=\Phi'-\Phi\Rightarrow\Delta\Phi=-4/5\times10^{-5}-1/5\times10^{-5}=-6\times10^{-5}\,Wb$$

نکته

اگر دو صفحه نسبت به خطوط میدان به گونه‌ای قرار گرفته باشند که هر خط میدانی، به یکی از آن دو برخورد کرد به دیگری نیز برخورد کند و اگر به اولی برخورد نکرد به دومی هم برخورد نکند، اندازهٔ شار مغناطیسی گذرنده از این دو سطح با هم برابر است. در اصطلاح گفته می‌شود دو صفحه نسبت به خطوط میدان روبه‌روی همدیگر هستند. از این نکته می‌توانید برای محاسبهٔ شار مغناطیسی سطوحی که محاسبهٔ شار مغناطیسی آن‌ها به شیوهٔ مستقیم مشکل است، استفاده کنید.



در شکل مقابل دو صفحهٔ ABCD و BCEF نسبت به میدان $\vec{B}$ که موازی محور xها است روبه‌روی هم محسوب می‌شوند. پس اندازهٔ شار گذرنده از آن‌ها با هم برابر است.

$$|\Phi_{ABCD}|=|\Phi_{FBCE}|$$

۱. شار مغناطیسی عبوری از سطح یک قاب مستطیلی شکل به ابعاد $40\,cm\times10\,cm$ که خط عمود بر آن با میدان مغناطیسی یکنواخت ۱۰۰ گاوس زاویهٔ 60° می‌سازد، چند وبر است؟

۱) 2×10^{-4} ۲) 2×10^{-2} ۳) $2\sqrt{3}\times10^{-4}$ ۴) $2\sqrt{3}\times10^{-2}$

۲. حلقه‌ای به مساحت $200\,cm^2$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B=0/04T$ قرار دارد و خطوط میدان با سطح حلقه زاویهٔ ۶۰ درجه می‌سازند. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد چند وبر است؟ (ریاضی ۹۹)

۱) 2×10^{-3} ۲) 4×10^{-5} ۳) $4\sqrt{3}\times10^{-3}$ ۴) $4\sqrt{3}\times10^{-5}$

۳. حلقه‌ای به مساحت A در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. اگر زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سطح حلقه 60° باشد، شار مغناطیسی که از سطح حلقه می‌گذرد چند برابر شار بیشینه است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\sqrt{3}$

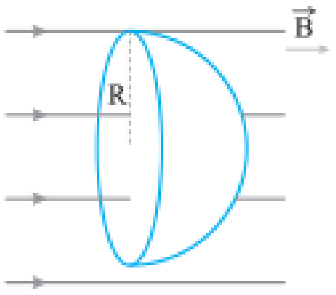
۴. حلقه‌ای درون میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۲ تسلا قرار دارد و حول یکی از قطرهایش که عمود بر خطوط میدان است، می‌چرخد و بیشترین شار مغناطیسی که از آن می‌گذرد ۴×۱۰^{-۳} وبر می‌باشد. مساحت این حلقه چند سانتی‌متر مربع است؟ (تجربی خارج ۸۹)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۵. حلقه‌ای مسی به شعاع ۲۰ سانتی‌متر عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به شدت B قرار دارد. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد چند وبر است؟

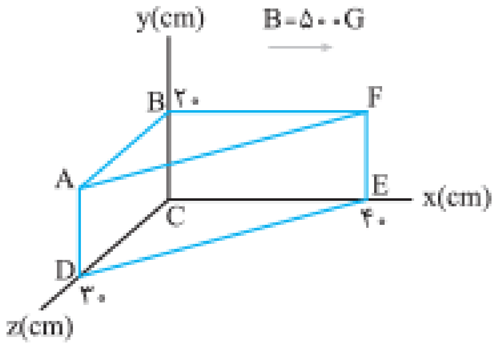
۱) $\frac{\pi}{۲۵}B$ ۲) $۰/۲\pi B$ ۳) $۲۰\pi B$ ۴) $۲۵\pi B$

۶. مطابق شکل نیم‌کره‌ای عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازهٔ B قرار گرفته است. اگر شعاع نیم‌کره برابر R باشد، شار مغناطیسی گذرنده از آن چند وبر خواهد شد؟



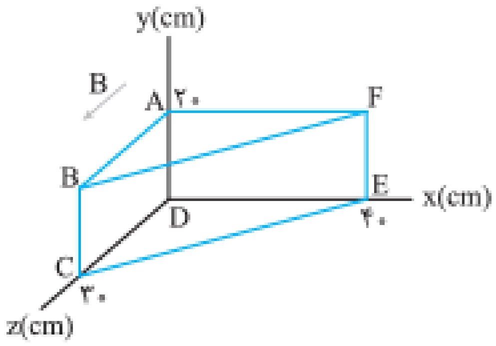
۱) صفر
۲) $\pi R^۲ B$
۳) $۲\pi R^۲ B$
۴) $۲\pi RB$

۷. مطابق شکل، چنانچه میدان مغناطیسی در فضا یکنواخت و برابر ۵۰۰G و در امتداد محور xها باشد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحهٔ AFED چند وبر خواهد بود؟



۱) ۳×۱۰^{-۴}
۲) $۷/۵\times۱۰^{-۴}$
۳) ۶×۱۰^{-۴}
۴) قابل محاسبه نیست.

۸. مطابق شکل، میدان مغناطیسی یکنواختی در جهت محور zها و به شدت $\frac{۱}{۲}T$ وجود دارد. شار مغناطیسی گذرنده از سطح ABF و BFEC به ترتیب از راست به چپ چند میلی‌وبر است؟



۱) صفر و ۰/۰۴
۲) صفر و ۴۰
۳) ۰/۰۵ و ۰/۰۴
۴) ۵۰ و ۴۰

۹. میدان مغناطیسی یکنواختی در فضا داریم که معادلهٔ آن به صورت $\vec{B}=۲\vec{i}+۵\vec{j}(T)$ است. شار مغناطیسی گذرنده از مربعی به طول ضلع ۲m که موازی محور xها است چند وبر است؟

۱) $۴\sqrt{۲۹}$ ۲) ۲۰ ۳) ۸ ۴) ۲۸

۱۰. صفحه‌ای مستطیل شکل به ابعاد ۱/۵ و ۲ متر با میدانی یکنواخت به شدت ۰/۲۵T، زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. اگر صفحه را به شکلی بچرخانیم که با میدان زاویهٔ ۵۳° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحه چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\sin ۵۳^\circ = ۰/۸$)

۱) ۰/۳۷۵ ۲) ۰/۹۷۵ ۳) ۰/۲۲۵ ۴) ۰/۶

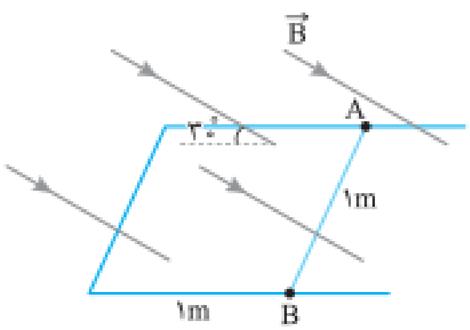
۱۱. سطح حلقهٔ رسانایی به قطر ۱۰cm عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت $۱۰^{-۳}T$ قرار دارد. اگر حلقه را حول قطری که عمود بر میدان است ۱۸۰° بچرخانیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\pi = ۳$)

۱) صفر ۲) $۱/۵\times۱۰^{-۲}$ ۳) $۱/۵\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۱/۵\times۱۰^{-۵}$

۱۲. صفحه‌ای به مساحت $۰/۶m^۲$ با میدان یکنواختی به شدت ۲T زاویهٔ ۳۷° می‌سازد. اگر این صفحه را به گونه‌ای بچرخانیم که میدان با خط عمود بر صفحه زاویهٔ ۱۲۰° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحهٔ مستطیل‌شکل چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)

۱) ۰/۳۶ ۲) $-۰/۳۶$ ۳) $-۱/۳۲$ ۴) ۰/۱۲

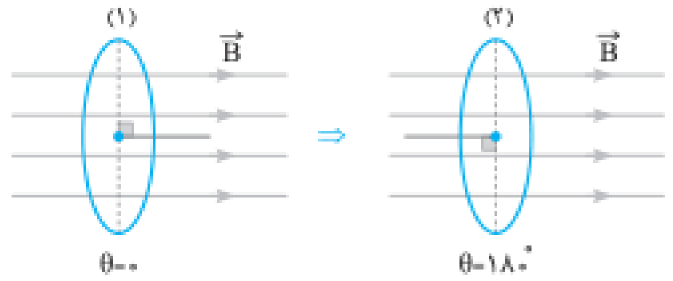
۱۳. مطابق شکل، شدت میدان برابر ۰/۴T است. اگر سیم لغزندهٔ AB، از وضعیت نشان داده‌شده، ۱/۵m به سمت راست جابه‌جا شود، شار مغناطیسی گذرنده از صفحهٔ مستطیل‌شکل چند وبر تغییر می‌کند؟



۱) ۱
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۳

۱۱. ۱ ۲ ۳

با گردش حلقه نیم خط عمود بر آن نیز 180° می‌چرخد. اگر در حالت اول زاویهٔ نیم خط با میدان مغناطیسی را $\theta = 0$ در نظر بگیریم این زاویه در حالت دوم $\theta' = 180^\circ$ خواهد شد.



پس با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی می‌توان در دو حالت مقدار شار را حساب کرد:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{A=\pi r^2} \Phi = 10^{-3}\times 3\times(0/05)^2\times\cos 0$$

$$\Rightarrow \Phi = 75\times 10^{-7}\,Wb$$

$$\Phi' = 10^{-3}\times 3\times 0/05^2\times\cos 180^\circ \Rightarrow \Phi' = -75\times 10^{-7}\,Wb$$

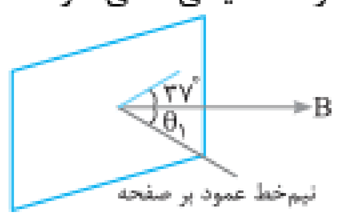
اکنون تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = -75\times 10^{-7} - 75\times 10^{-7} = -1/5\times 10^{-5}\,Wb$$

$$\Rightarrow |\Delta\Phi| = 1/5\times 10^{-5}\,Wb$$

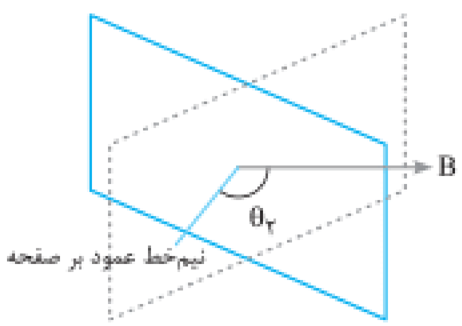
۱۲. ۱ ۲ ۴

در اکثر مسائل کتاب درسی، تنها حالتی مورد بحث قرار گرفته که زاویهٔ میدان و صفحه کمتر از 90° و در نتیجه شار مغناطیسی مثبت است. ولی ضرورت دارد برای زاویهٔ بیش از 90° هم شما بتوانید شار مغناطیسی را محاسبه کنید. در چنین شرایطی، با توجه به نسبت‌های مثلثاتی بدیهی است شار مغناطیسی منفی خواهد شد.



$$\theta_1 = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\Phi_1 = BA\cos\theta_1 = 2\times 0/6\times 0/6 = 0/72\,Wb$$



$$\Phi_2 = BA\cos\theta_2 = 2\times 0/6\times\left(-\frac{1}{2}\right) = -0/6\,Wb$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -0/6 - 0/76 = -1/32\,Wb$$

۱۳. ۱ ۲ ۳

به دلیل تغییر سطح، شار مغناطیسی تغییر می‌کند. دقت کنید در رابطهٔ شار مغناطیسی، زاویهٔ میدان با نیم‌خط عمود بر صفحه مهم است.

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Phi_1 = BA_1\cos\theta = 0/4\times(1\times 1)\times\frac{1}{2} = 0/2\,Wb \\ \Phi_2 = BA_2\cos\theta = 0/4\times(1\times 2/5)\times\frac{1}{2} = 0/5\,Wb\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0/3\,Wb$$

۱۴. ۲ ۳ ۴

ابتدا مساحت اولیه را محاسبه می‌کنیم. با توجه به زاویهٔ $\frac{\pi}{6}$، می‌توانیم بگوییم که سطح قوس $\frac{1}{12}$ یک دایرهٔ کامل است.

$$A_{OAB} = \frac{\pi R^2}{12} = \frac{\pi(0/1)^2}{12} = \frac{\pi}{1200}\,(m^2)$$

$$\Phi_1 = BA_1\cos\theta = 1/5\times\frac{\pi}{1200}\times 1 = \frac{\pi}{800}\,(Wb)$$

وقتی به B' برسیم: زاویهٔ قوس $\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ و سطح قوس برابر $\frac{1}{3}$ سطح دایرهٔ کامل خواهد شد.

$$A_{OAB'} = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{\pi(0/1)^2}{3} = \frac{\pi}{300}\,(m^2)$$

$$\Phi_2 = BA_2\cos\theta = 1/5\times\frac{\pi}{300}\times 1 = \frac{\pi}{200}\,(Wb)$$

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{\pi}{200} - \frac{\pi}{800} = \frac{3\pi}{800}\,(Wb)$$

۱۵. ۲ ۳ ۴

به رابطهٔ ولتاژ القایی متوسط دقت کنید:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{یکا}} V = \frac{Wb}{s} \Rightarrow V\cdot s = Wb$$

پس (ولت ثانیه) هم‌ارز (وبر) است.

۱۶. ۱ ۲ ۳

می‌دانیم بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط از رابطهٔ $\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. چون $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ همان آهنگ تغییر شار مغناطیسی است و N هم بدون یکا می‌باشد، پس یکای $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ برابر یکای نیروی محرکهٔ القایی یعنی ولت است.

۱۷. ۲ ۳ ۴

با توجه به رابطهٔ $|\overset{(V)}{\mathcal{E}}| = N\left|\frac{\overset{(Wb)}{\Delta\Phi}}{\underset{(s)}{\Delta t}}\right|$، $\frac{Wb}{s}$ معادل ولت است.

۱۸. ۱ ۲ ۴

با توجه به روابط القای الکترومغناطیسی داریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\bar{I} = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R}} \bar{I} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

جریان القایی با تغییر شار مغناطیسی، نسبت مستقیم و با مقاومت الکتریکی نسبت عکس دارد.

۱۹. ۱ ۲ ۳

با توجه به فرمول ولتاژ القایی داریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -200\times\frac{-0/04 - 0/02}{0/1} = 120\,V$$

۲۰. ۱ ۳ ۴

$$q = \frac{N}{R}|\Delta\Phi| = \frac{50}{5}|0 - 0/04| = 0/4\,C$$

یادآوری: ولتاژ و جریان القایی، تابع آهنگ تغییرات شار مغناطیسی هستند یعنی باید زمان تغییر شار مغناطیسی معلوم باشد، ولی بار شارش شده، تابع فقط تغییر شار مغناطیسی است.

۲۱. ۱ ۲ ۳

با توجه به رابطهٔ $\bar{\mathcal{E}}=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ و $\Delta\Phi=BA\Delta\cos\theta$ داریم:

$\theta_1=0\ ,\ \theta_2=180^\circ$

$\bar{\mathcal{E}}=|-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}|$

$\Rightarrow\bar{\mathcal{E}}=|-1000\times\frac{0.04\times50\times10^{-4}\times(-1-1)}{0.01}|=40\,V$

۲۲. ۱ ۲ ۳

اگر میدان در حالت اول را مثبت در نظر بگیریم در حالت دوم منفی است.

$\bar{\mathcal{E}}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\Rightarrow\bar{\mathcal{E}}=-1\times100\times10^{-4}\times\cos(0)\times\frac{(-0.1-0.1)}{0.25}$

$\Rightarrow\bar{\mathcal{E}}=-10^{-2}\times1\times\frac{-0.2}{0.25}=0.8\times10^{-2}V=8mV$

۲۳. ۲ ۳ ۴

اگر علت تغییر شار مغناطیسی، تغییر میدان باشد داریم:

$\bar{\mathcal{E}}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$

به $\frac{\Delta B}{\Delta t}$، آهنگ تغییر میدان هم گفته می‌شود و واحد آن $\frac{T}{s}$ (تسلا بر ثانیه) است.

در این تست آهنگ تغییر میدان را داریم.

$A=20cm^2\times10^{-4}=2\times10^{-3}m^2$

$\bar{\mathcal{E}}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\Rightarrow-500\times2\times10^{-3}\times1\times8\times10^{-3}=-8\times10^{-3}V$

$\bar{I}=|\frac{\bar{\mathcal{E}}}{R}|=\frac{8\times10^{-3}}{20}=4\times10^{-4}A=0.4\times10^{-3}A=0.4mA$

۲۴. ۱ ۳ ۴

در القای الکترومغناطیسی باید شار مغناطیسی تغییر کند. با توجه به فرمول شار $\Phi=BA\cos\theta$ باید حداقل یکی از پارامترهای B یا A یا $\cos\theta$ تغییر کرده باشد.

$\bar{\mathcal{E}}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\text{میدان تغییر کرده}}\bar{\mathcal{E}}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\bar{\mathcal{E}}=-1\times(200\times10^{-4})\times1\times\frac{-0.08}{0.02}=0.08V$

(چون میدان کاهش یافته، $\Delta B<0$ خواهد بود.)

۲۵. ۱ ۲ ۴

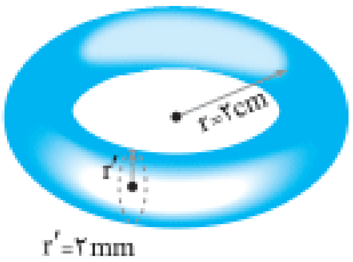
با توجه به این‌که میدان تغییر کرده است داریم:

$$\left.\begin{array}{l}|\bar{\mathcal{E}}|=|N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}|\\ A=\pi r^2=\pi\times(0.1)^2=\frac{\pi}{100}=\frac{3}{100}m^2\\ \bar{I}=|\frac{\bar{\mathcal{E}}}{R}|\Rightarrow\bar{\mathcal{E}}=|R\bar{I}|=0.3\times0.2=0.06V\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow0.06=1\times\frac{3}{100}\times1\times|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=2\frac{T}{s}$

۲۶. ۲ ۳ ۴

در این تست آهنگ تغییر میدان $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ مجهول است. اگر A_1 مساحت مقطع سیم باشد، مقاومت سیم حلقه را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد.



$L=2\pi r\ ,\ A_1=\pi r'^2$

$R=\rho\frac{L}{A_1}=1.7\times10^{-8}\times\frac{2\times\pi\times2\times10^{-2}}{\pi\times(2\times10^{-3})^2}=1.7\times10^{-4}\Omega$

r شعاع حلقه و r' شعاع مقطع حلقه و A_1 مساحت مقطع حلقه است.

اکنون از قانون القای فاراده استفاده می‌کنیم و توجه داریم A_2 مساحت حلقه است:

$$\begin{cases}|\bar{\mathcal{E}}|=R\bar{I}=1.7\times10^{-4}\times0.2=3.4\times10^{-5}V\\ |\bar{\mathcal{E}}|=NA_2\cos\theta|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\\ \Rightarrow3.4\times10^{-5}=1\times\pi\times(2\times10^{-2})^2\times1\times|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\\ \Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\simeq0.028\frac{T}{s}\end{cases}$$

این تست جنبهٔ محاسباتی فوق‌العاده‌ای دارد. نباید در جایگذاری پارامترها اشتباهی صورت بگیرد.

۲۷. ۱ ۳ ۴

فرمول‌های مربوط به القا و رابطهٔ جریان و ولتاژ القایی را می‌نویسیم.

$$\left.\begin{array}{l}|\bar{\mathcal{E}}|=N|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=NA\cos\theta|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\\ |\bar{\mathcal{E}}|=\bar{I}R\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow10^{-3}\times10=500\times25\times10^{-4}\times1\times|\frac{\Delta B}{\Delta t}|$

$\Rightarrow|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=8\times10^{-3}\frac{T}{s}=8\frac{mT}{s}$

۲۸. ۱ ۲ ۴

به معادلهٔ جریان القایی در حالتی که میدان در فضا تغییر می‌کند توجه کنید.

$$\begin{cases}|\bar{\mathcal{E}}|=N|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=NA\cos\theta|\frac{\Delta B}{\Delta t}|\\ \bar{I}=|\frac{\bar{\mathcal{E}}}{R}|\end{cases}$$

$\Rightarrow\bar{I}=\frac{NA\cos\theta}{R}|\frac{\Delta B}{\Delta t}|$

برای دو قاب نشان داده شده پارامترهای $(N=1)$، $(\cos\theta=1)$ و $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ مشابه هستند. فقط کافی است اندازهٔ مساحت و مقاومت آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. سطح هر قاب از فرمول πr^2 محاسبه می‌شود و مقاومت هر قاب متناسب با طول سیم یعنی محیط آن قاب $(2\pi r)$ است.

$\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{R_1}{R_2}=(\frac{r_2}{r_1})^2\times(\frac{r_1}{r_2})=4\times\frac{1}{2}=2$

۲۹. ۱ ۲ ۳

در مدت $0.2s$ میزان جابه‌جایی میلهٔ ab را حساب کرده و سطح قاب را در دو حالت حساب می‌کنیم.