


# فهرست مطالب

## آموزش و تست ۴

در این بخش، آموزش با سبکی جدید و کاربردی ارائه شده است، آموزش مطالب از سطح کتاب درسی شروع شده و کم‌کم شما را با نمونه سؤال مشکل‌تر و مفاهیم پیچیده‌تر آشنا می‌کند. در این بخش، موضوعات فراوان و پیچیده‌ی ریاضی، به ابعاد کوچک‌تر و قابل فهمی تقسیم و بیان می‌شود. هر موضوع کوچک با چند جمله‌ی کوتاه، مثال و تمرین آموزش داده می‌شود. مثال‌ها معمولاً ادامه‌ی درس هستند و آن را کامل می‌کنند. همه‌ی این اتفاق‌ها در یک صفحه از این کتاب رخ می‌دهد. با این روش کل مفاهیم کتاب درسی را از ساده تا دشوار در ۴۰ قدم آموزشی به راحتی فرا می‌گیرید. در انتهای هر قدم، چند سؤال با عنوان «مرور و تمرین» ارائه شده است.

علاوه بر این، آموزش بعضی موضوعات و حل برخی تمرین‌ها و مثال‌های دشوار که با علامت  مشخص شده‌اند، به صورت **فیلم آموزشی** در **DRIQ.com** بارگذاری شده است. شما عزیزان می‌توانید با مراجعه به این سایت، این فیلم‌ها را مشاهده کنید. پاسخ تمرین‌ها در انتهای این بخش ارائه شده است.

پاسخنامه ۳۹۷

## سؤالات تشریحی ۴۱۹

در این بخش، سؤال‌های امتحانی مهم و پرتکرار هر فصل همراه با پاسخ تشریحی آنها آورده شده است. این بخش به منظور آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های مدارس در نظر گرفته شده و برای موفقیت در امتحانات بسیار کارآمد است. شما می‌توانید **فیلم‌های آموزشی** تدریس فصل به فصل کتاب درسی (ویژه‌ی آمادگی برای امتحانات تشریحی) را در سایت **DRIQ.com** مشاهده کنید.

پاسخنامه ۴۵۱



برای دسترسی سریع‌تر به فیلم‌های آموزشی رایگان QR Code روبه‌رو را اسکن کنید.

### ۱ مجموعه و ویژگی‌های آن

**مجموعه** از مفاهیم تعریف نشده در ریاضیات است؛ یعنی تعریف دقیق و مشخصی از آن نمی‌توان ارائه کرد؛ اما اگر کمی بیشتر در مورد ویژگی‌های آن صحبت کنیم، منظورمان از کلمه «مجموعه» روشن‌تر می‌شود. مجموعه را می‌توان دسته یا گروهی از اشیاء، اعداد، حروف یا ... گردآوری شده دانست. این چیزها که مجموعه را تشکیل داده‌اند، عضوهای مجموعه نامیده می‌شوند. **عضوهای مجموعه باید مشخص و متمایز باشند.**

**تمایز عضوهای مجموعه:** تمایز اعضا در مجموعه به این معنی است که اعضا نباید تکراری و یکسان باشند. عضوهای تکراری در مجموعه، یک عضو محسوب می‌شوند. مثلاً مجموعه‌ای که از اعداد ۲، ۲، ۲، ۲، ۵ تشکیل شده باشد، فقط دو عضو دارد: ۲ و ۵.

**مشخص بودن عضوهای مجموعه:** مشخص بودن اعضا به این معنی است که باید بتوان به طور دقیق تعیین کرد که عضوهای مجموعه چه چیزهایی هستند و چه چیزهایی نیستند. به عنوان مثال عدد ۴۲۴ عضو مجموعه «اعداد زوج» است، اما عدد ۳۲۷۱ عضو آن نیست. ولی «انسان‌های خوب» را نمی‌توان توصیف یک مجموعه دانست، چون معیار دقیق و یکسانی برای خوب بودن وجود ندارد.

#### تمرین

۱ کدام یک توصیف یک مجموعه نیست؟

- ۱○ اعداد نه مثبت و نه منفی
- ۲○ اعداد نزدیک به هزار
- ۳○ اعدادی که با تقریب کمتر از ۰/۱ به ۱۰۰ گرد شوند.
- ۴○ همه استخوان‌های بدن انسان

۲ با کدام دسته از اعداد زیر می‌توان یک مجموعه سه‌عضوی ساخت؟

- ۱○  $1^2, -1, -1^5, (-1)^4$
- ۲○  $4^2, 8^2, \frac{64}{4}$
- ۳○  $2/5, \frac{2}{5}, \sqrt{6/25}$
- ۴○  $\frac{17}{51}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$

۳ کدام گزینه به مجموعه اعداد اول سه‌رقمی تعلق دارد؟

- ۱○ ۱۱۳
- ۲○ ۱۲۷
- ۳○ ۱۳۱
- ۴○ همه موارد

#### مثال

۱ کدام یک توصیف یک مجموعه است؟

- ۱○ سه عدد فرد متوالی
- ۲○ ده عدد خیلی کوچک
- ۳○ اعداد صحیح بین ۲- و ۱+
- ۴○ خانه‌های قدیمی تهران

پاسخ:

گزینه ۱: سه عدد فرد متوالی، معلوم نیست به کدام سه عدد اشاره می‌کند.  
گزینه ۲: کوچکی، عبارت مبهمی است و معلوم نیست چقدر کوچک مورد نظر است.  
گزینه ۳: اعداد صحیح بین ۲- و ۱+ کاملاً مشخص هستند. (۱۰-)  
گزینه ۴: معیار قدیمی بودن مشخص نیست.  
گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام گزینه می‌تواند عضو متمایزی نسبت به سه گزینه دیگر برای یک مجموعه باشد؟

- ۱○  $-2^4$
- ۲○  $-4^2$
- ۳○  $-16$
- ۴○  $(-4)^2$

پاسخ:  
 $16 = (-4)^2$  ,  $-16 = -4^2 = -2^4$   
پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ با هم برابرند و نمی‌توانند عضو متمایزی باشند ولی گزینه ۴ عضو متمایزی نسبت به آنها محسوب می‌شود.  
گزینه «۴» صحیح است.

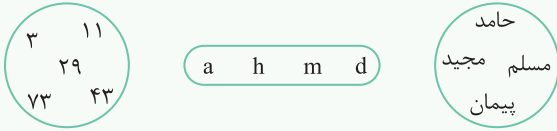
## ۲ نمایش مجموعه‌ها

**نمایش با اعضا (تفصیلی):** قرار دادن همه اعضا داخل یک جفت آکولاد ( ) و جدا کردن آنها توسط ویرگول، نمایش تفصیلی یک مجموعه است.

{مجید، مسلم، حامد، پیمان}      {۳، ۱۱، ۲۹، ۴۳، ۷۳}      {h, d, m, a}

**نمایش با نمودار ون (هندسی):** گاهی برای درک بهتر از مجموعه‌ها، آنها را به صورت منحنی یا شکل‌های بسته نمایش می‌دهند. اگر اعضای

مجموعه‌ها مورد توجه باشند، اعضا را داخل این منحنی‌های بسته می‌نویسند.



**نمایش با نمادهای ریاضی (توصیفی):** این نوع نمایش صرفاً به مجموعه‌های عددی اختصاص دارد که رابطه مشخصی بین اعضای آن برقرار

باشد و این رابطه به زبان ریاضی قابل بیان باشد. در ادامه در مورد این نمایش مجموعه‌ها بیشتر صحبت خواهیم کرد.

**نام‌گذاری مجموعه‌ها:** معمولاً از حروف بزرگ انگلیسی (لاتین) برای نام‌گذاری استفاده می‌کنند.

$A = \{3, 11, 29, 43, 73\}$        $S = \{h, d, m, a\}$        $B = \{\text{مجید، مسلم، حامد، پیمان}\}$

### تمرین

۱ مجموعه عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از  $-7$  کدام است؟

(۱)  $\{-8, -9, -10, \dots\}$

(۲)  $\{-6, -5, -4, \dots, 0\}$

(۳)  $\{-6, -5, -4, \dots\}$

(۴)  $\{-6, -5, -4, \dots, -1\}$

۲ مجموعه مضارب سه‌رقمی عدد ۱۲ چند عضو دارد؟

(۱) ۷۸

(۲) ۸۳

(۳) ۷۵

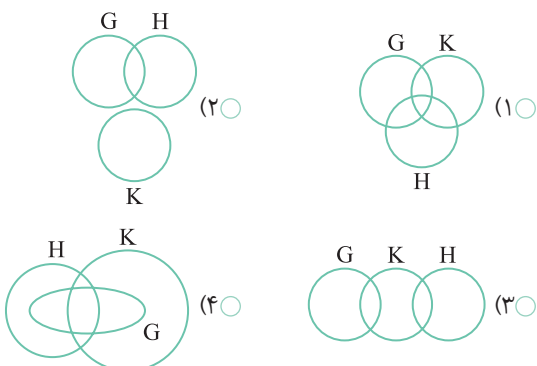
(۴) ۷۶

۳ کدام نمودار ون، مجموعه‌های زیر را بهتر نشان می‌دهد؟

$H = \{12, 15, 17, 19\}$

$G = \{11, 12, 15\}$

$K = \{11, 15, 13, 19\}$



### مثال

۱ کدام گزینه نشان‌دهنده اعداد طبیعی اول بین  $70$  تا  $90$  است؟

(۱)  $\{71, 73, 79, 81, 83, 87\}$

(۲)  $\{71, 73, 79, 83, 89\}$

(۳)  $\{71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 89\}$

(۴)  $\{89, 83, 79, 71\}$

**پاسخ:** اعداد زوج همگی بر ۲ بخش پذیرند، پس اول نیستند. اعداد ۷۷، ۷۵،

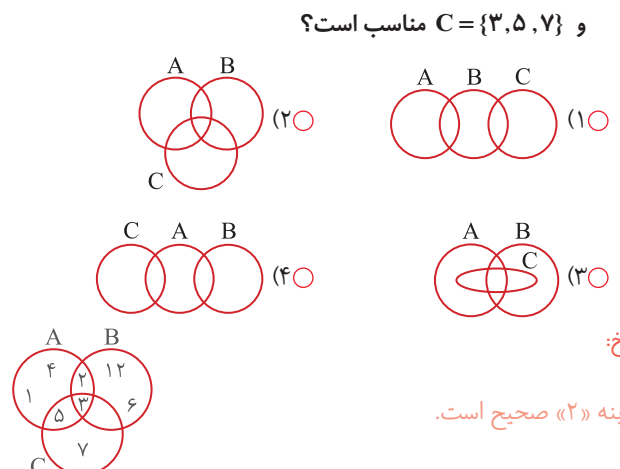
۸۱، ۸۵ و ۸۷ به ترتیب بر ۵، ۷ و ۱۱، ۳، ۵ و ۳ بخش پذیر هستند، پس

اول نیستند. بنابراین فقط اعدادی که در مجموعه گزینه ۲ آمده‌اند، اعداد

طبیعی اول در فاصله  $70$  تا  $90$  هستند.

گزینه «۲» صحیح است.

۲ کدام نمایش برای مجموعه‌های  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ،  $B = \{2, 3, 6, 12\}$  و  $C = \{3, 5, 7\}$  مناسب است؟



**پاسخ:**

گزینه «۲» صحیح است.

**۳ عضویت**

به هر یک از اشیاء، اعداد، حروف یا ... که مجموعه را تشکیل داده‌اند، **عضو** آن مجموعه گفته می‌شود. مثلاً اگر مجموعه  $A$  را به صورت «اعداد فرد بین ۲۲ و ۳۵» تعریف کنیم، آنگاه عددهای ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۹، ۳۱ و ۳۳ اعضای مجموعه  $A$  را تشکیل می‌دهند و مجموعه  $A$  به صورت مقابل نمایش داده می‌شود:

$$A = \{23, 25, 27, 29, 31, 33\}$$

برای نمایش **عضویت** از نماد  $\in$  استفاده می‌شود؛ برای مثال  $27 \in A$ ، یعنی عدد ۲۷ عضوی از مجموعه  $A$  است.

برای نشان دادن **عدم عضویت** (عضو نبودن) از نماد  $\notin$  استفاده می‌شود. برای مثال  $21 \notin A$  یعنی عدد ۲۱، عضو مجموعه  $A$  نیست.

**نکته**

**تعداد عضوهای** مجموعه  $B$  را با  $n(B)$  نشان می‌دهند و به آن، **عدد اصلی** مجموعه می‌گویند. برای مثال برای مجموعه بالا:  $n(A) = 6$ ؛ یعنی مجموعه  $A$  شش عضو دارد.

**جابه‌جایی عضوها در مجموعه:** **جابه‌جا کردن** عضوها در یک مجموعه **بی‌اثر** است، یعنی اگر جای عضوها را عوض کنیم، مجموعه عوض نمی‌شود، برای مثال اگر شماره‌های عدد ۱۵ را به صورت مجموعه  $\{1, 3, 5, 15\}$  یا به صورت  $\{1, 15, 3, 5\}$  بنویسیم، در هر دو حالت یک مجموعه را نوشته‌ایم.

**تمرین**

۱ کدام گزینه درست است؟

۱○  $a \in \{a\}$

۲○  $\{b\} \in \{b, \{b\}\}$

۳○  $\{a\} \in \{b, \{a, b\}\}$

۴○  $\{a, b\} \in \{a, b\}$

۲ کدام مجموعه تعداد عضوهای بیشتری دارد؟

۱○  $\{1, 1^2, 1^3, 1^4, \dots, 1^{1000}\}$

۲○  $\{(-2)^1, (-2)^2, (-2)^3, \dots, (-2)^{1000}\}$

۳○  $\{5^2, 4^2, 3^2, \dots, (-5)^2\}$

۴○  $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^6\}$

۳ **عدد اصلی** کدام مجموعه، عدد بزرگ‌تری است؟

۱○ مجموعه شماره‌های عدد ۴۸

۲○ مجموعه مضارب طبیعی عدد ۱۷ کوچک‌تر از ۲۰۰

۳○ مجموعه اعداد صحیحی که مربع آنها کمتر از ۵۰ باشد

۴○ مجموعه اعداد صحیح بین ۵- تا ۷+

**مثال**

۱ **عدد اصلی** کدام مجموعه ۲ است؟

۱○  $A = \{1, 2, 3\}$

۲○  $B = \{1, \{2, 3\}\}$

۳○  $C = \{\{1, 2, 3\}\}$

۴○  $D = \{\{1\}, \{2\}, 3\}$

**پاسخ:** عدد اصلی برابر با تعداد عضوهای مجموعه است.

گزینه ۱:  $n(A) = 3 \Rightarrow 3, 2, 1$  : عضوها

گزینه ۲:  $n(B) = 2 \Rightarrow 1, \{2, 3\}$  : عضوها

گزینه ۳:  $n(C) = 1 \Rightarrow \{1, 2, 3\}$  : عضوها

گزینه ۴:  $n(D) = 3 \Rightarrow \{1\}, \{2\}, 3$  : عضوها

گزینه «۲» صحیح است.

۲ **در مورد**  $E = \{3, \{4\}, \{5, 6\}, 7\}$  کدام گزینه درست نیست؟

۲○  $4 \notin E$

۱○  $7 \in E$

۴○  $6 \in E$

۳○  $\{5, 6\} \in E$

**پاسخ:** مجموعه  $E$  شامل چهار عضو است:  $3, \{4\}, \{5, 6\}, 7$

هیچ‌یک از این عضوها برابر با ۶ نیستند، بنابراین همه گزینه‌ها به‌جز گزینه ۴ درست هستند.

گزینه «۴» صحیح است.

## ۴ مجموعه تهی

گاهی مجموعه‌ها به شکلی تعریف می‌شوند که هیچ عضوی نمی‌توان برای آنها در نظر گرفت، چنین مجموعه‌هایی را تهی می‌نامند. مثال‌های «مجموعه شب‌های آفتابی» و «مجموعه اعداد زوج و اول بزرگ‌تر از ۵»، توصیفی از یک مجموعه تهی هستند. برای نمایش تهی بودن یک مجموعه از نماد قراردادی  $\emptyset$  یا  $\{\}$  استفاده می‌شود.

$$\{\} = \emptyset = \text{مجموعه اعداد اول زوج بزرگ‌تر از ۵}$$

$$\{\} = \emptyset = \text{مجموعه حروف زبان فارسی که چهار نقطه دارند}$$

عضو نداشتن یک مجموعه ممکن است عجیب به نظر برسد، اما وجود چنین تعریفی در مبحث مجموعه‌ها لازم است؛ همان‌طور که وجود صفر در اعداد ضروری به نظر می‌رسد.

## نکته

وقتی تهی بودن را با آکولاد نمایش می‌دهیم، داخل آکولاد هیچ چیز نباید وجود داشته باشد. مجموعه‌هایی مثل  $\{\emptyset\}$ ،  $\{\emptyset\}$  و  $\{\{\}\}$  تهی محسوب نمی‌شوند.

## تمرین

۱ کدام مجموعه تهی است؟

- ۱)  $\{\emptyset\}$   
 ۲) مجموعه اعداد اول بخش‌پذیر بر ۱۹  
 ۳) مجموعه اعداد نه مثبت و نه منفی  
 ۴) مجموعه اعداد اول بین ۸۹ و ۹۷

۲ عدد اصلی مجموعه  $\{\{\}, \{\{\}\}, \emptyset, \{\emptyset, \{\}\}, \{\emptyset\}\}$  کدام است؟

- ۱) ۱  
 ۲) ۲  
 ۳) ۳  
 ۴) ۴

۳ تعداد عضوهای کدام مجموعه کمتر است؟

- ۱) مجموعه اعداد اول بین ۱۲۰ و ۱۳۰  
 ۲) مجموعه حروف سه نقطه فارسی  
 ۳) مجموعه اعداد نه اول و نه مرکب  
 ۴) مجموعه حروف بزرگ نقطه‌دار انگلیسی

## مثال

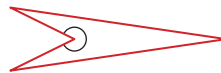
۱ کدام گزینه نشان‌دهنده یک مجموعه تهی نیست؟

- ۱) مجموعه اعداد صحیح بین ۶۱- و ۶۰-  
 ۲) مجموعه اعداد طبیعی نه زوج و نه فرد  
 ۳) مجموعه چهارضلعی‌هایی که زاویه‌ای بزرگ‌تر از  $180^\circ$  دارند.  
 ۴) مجموعه اعداد صحیحی که مجذورشان منفی است.

پاسخ: گزینه ۱: بین ۶۱- و ۶۰- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

گزینه ۲: اعداد طبیعی یا زوج هستند یا فرد.

گزینه ۳: چهارضلعی‌های زیادی می‌توان یافت که زاویه‌ای بیش از  $180^\circ$  داشته باشند.



گزینه ۴: هیچ عدد صحیحی مجذور منفی ندارد.

گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام گزینه با بقیه تفاوت دارد؟

- ۱)  $\{\{\}\}$   
 ۲)  $\{\emptyset\}$   
 ۳)  $\emptyset$   
 ۴)  $\{\emptyset, \{\}\}$

پاسخ: گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ یک‌عضوی هستند اما گزینه ۳ عضوی ندارد. در گزینه ۴:  $\{\}$  است، یعنی عضوها تکراری و مجموعه تک‌عضوی است.

گزینه «۳» صحیح است.

۵ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌ای که تعداد عضوهای قابل شمارش داشته باشد، مجموعه‌ای **متناهی** است. برای مثال مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از  $10^2$  و مجموعه شمارنده‌های عدد صد میلیارد، اگرچه عضوهای بسیاری دارند، ولی این اعضا به‌هرحال قابل شمارش هستند. پس این مجموعه‌ها متناهی هستند. در مقابل، مجموعه‌ای که تعداد عضوهای آن بی‌شمار باشد، مجموعه‌ای است نامتناهی. برای مثال مجموعه اعداد صحیح کمتر از  $-1$  یا مجموعه مضارب عدد  $5$  مجموعه‌ای نامتناهی هستند.

اعضای بعضی از مجموعه‌ها از یک یا دو طرف محدود است، یعنی همه آنها از یک عدد مشخصی کوچک‌ترند یا از یک عدد مشخصی بزرگ‌ترند. برای مثال مجموعه اعداد صحیح از هر دو طرف نامحدود است، چون عددی وجود ندارد که از همه آنها بزرگتر یا از همه آنها کوچک‌تر باشد، ولی مجموعه اعداد صحیح از  $-3$  تا  $+4$  از هر دو طرف محدود است زیرا همه آنها از  $-3$  بزرگ‌ترند و همه آنها از  $+4$  کوچک‌ترند.

نکته

نامتناهی بودن مجموعه نباید با نامحدود بودن آن اشتباه شود. مجموعه نامتناهی می‌تواند محدود باشد؛ مثلاً مجموعه همه اعداد کسری از  $\frac{1}{5}$  تا  $\frac{1}{9}$  نامتناهی است، ولی کوچک‌ترین این کسرها  $\frac{1}{9}$  و بزرگ‌ترین آنها  $\frac{1}{5}$  است، یعنی از دو طرف محدود است.

تمرین

۱ کدام مجموعه از نظر تعداد اعضا با بقیه تفاوت دارد؟

- ۱○ مجموعه نقاط تشکیل‌دهنده یک خط
- ۲○ مجموعه خطوط گذرنده از یک نقطه
- ۳○ مجموعه خطوط واقع در یک صفحه
- ۴○ مجموعه خطوط مماس بر دایره در یک نقطه

۲ کدام جمله درست است؟

- ۱○ هر مجموعه با عضوهای محدود، متناهی است.
- ۲○ هر مجموعه نامتناهی، نامحدود است.
- ۳○ هر مجموعه با عضوهای نامحدود، نامتناهی است.
- ۴○ هیچ کدام

۳ کدام مجموعه نامتناهی است؟

- ۱○ مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از  $10$
- ۲○ مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر از  $10$
- ۳○ مجموعه اعداد مربع کامل
- ۴○ گزینه‌های ۲ و ۳

مثال

۱ کدام مجموعه نامتناهی است؟

- ۱○ مجموعه مورچه‌های جنگل‌های آمازون
- ۲○ مجموعه اتم‌های تشکیل‌دهنده یک میز
- ۳○ مجموعه اعداد کسری بین  $\frac{3}{7}$  و  $\frac{4}{7}$
- ۴○ مجموعه شمارنده‌های عدد  $10^4$

**پاسخ:** بین دو کسر، بی‌شمار کسر می‌توان مشخص کرد؛ اما سه گزینه دیگر، تعداد عضوهای قابل شمارش و مشخصی دارند. هرچند این تعداد بسیار زیاد باشد.

گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام مجموعه از هر دو طرف محدود است؟

- ۱○ مجموعه اعداد طبیعی
  - ۲○ مجموعه اعداد کسری کوچک‌تر از  $\frac{3}{4}$
  - ۳○ مجموعه اعداد طبیعی بین  $\frac{5}{4}$  و  $\frac{29}{5}$
  - ۴○ مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر یا مساوی  $\frac{1}{3}$
- پاسخ:** مجموعه اعداد طبیعی بین  $\frac{5}{4}$  و  $\frac{29}{5}$  اعداد بین  $1$  و  $6$  می‌باشد که همگی آنها از  $1$  بزرگ‌تر و از  $6$  کوچک‌تر هستند.

گزینه «۳» صحیح است.

## ۶ مجموعه‌های عددی معروف

۱- **مجموعه اعداد طبیعی:** این مجموعه با  $\mathbb{N}$  نمایش داده می‌شود و معمولاً برای شمارش تعداد از عددهای این مجموعه استفاده می‌شود. این مجموعه همان‌طور که دیده می‌شود، نامتناهی است:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

۲- **مجموعه اعداد حسابی:** با پیشرفت ریاضیات و عددنویسی، نیاز به **صفر** احساس شد. این نماد به مجموعه اعداد طبیعی اضافه شد و مجموعه‌ای به نام اعداد حسابی با نماد  $\mathbb{W}$  یا  $\mathbb{W}$  شکل گرفت:

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

۳- **مجموعه اعداد صحیح:** نیاز به اعداد منفی سبب پیدایش مجموعه اعداد صحیح با نماد  $\mathbb{Z}$  شد که از هر دو نامحدود است:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}$$

۴- **مجموعه اعداد گویا:** برای نمایش اعداد بین دو عدد صحیح، مجموعه‌ای به نام اعداد گویا با نماد  $\mathbb{Q}$  شکل گرفت. این مجموعه شامل همه اعداد کسری است.

۵- **مجموعه اعداد گنگ:** بعضی از اعداد مثل  $\sqrt{2}$  یا  $\pi$  قابل نمایش به صورت کسر نیستند. اینها در قالب مجموعه اعداد گنگ و با نماد  $\mathbb{Q}'$  نمایش داده می‌شوند.

۶- **مجموعه اعداد حقیقی:** تمامی اعدادی که تا به حال شناخته‌ایم تحت عنوان مجموعه اعداد حقیقی و با نماد  $\mathbb{R}$  شناخته می‌شوند.

### تمرین

۱ کدام مجموعه عضو کمتری دارد؟

- (۱) {اعداد صحیح کمتر از ۱۳}
- (۲) {اعداد حسابی کمتر از ۱۳}
- (۳) {اعداد گویای کمتر از ۱۳}
- (۴) {اعداد طبیعی کمتر از ۱۳}

۲ کدام جمله درست نیست؟

- (۱) هیچ عدد طبیعی غیر صحیحی وجود ندارد.
- (۲) هیچ عدد گویای غیر حقیقی وجود ندارد.
- (۳) هیچ عدد گنگ گویایی وجود ندارد.
- (۴) هیچ عدد صحیح غیر حسابی وجود ندارد.

۳ کدام عدد می‌تواند حسابی نباشد؟

- (۱) مربع یک عدد صحیح
- (۲) ریشه دوم یک عدد مجذور کامل
- (۳) حاصل جمع دو عدد حسابی
- (۴) حاصل ضرب دو عدد طبیعی

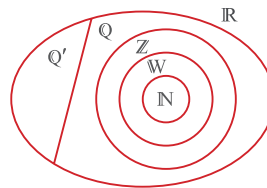
### مثال

۱ کدام جمله صحیح است؟

- (۱) هر عدد صحیح، گویاست.
- (۲) هر عدد گویا، طبیعی است.
- (۳) هر عدد گنگ، حقیقی است.
- (۴) گزینه‌های ۱ و ۳

پاسخ:

به نمودار ون روبه‌رو توجه کنید:



گزینه «۴» صحیح است.

۲ کدام مجموعه از نظر محدود یا نامحدود بودن با بقیه متفاوت است؟

- (۱)  $\mathbb{Z}$
- (۲)  $\mathbb{W}$
- (۳)  $\mathbb{Q}$
- (۴)  $\mathbb{R}$

پاسخ:

مجموعه‌های  $\mathbb{Z}$ ،  $\mathbb{Q}$  و  $\mathbb{R}$  نامحدود هستند، یعنی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آنها مشخص نیست. اما مجموعه  $\mathbb{W}$ ، از یک طرف محدود است و صفر کوچک‌ترین عضو آن است.

گزینه «۲» صحیح است.

۱) تعداد اعضای مجموعه اعداد طبیعی اول کوچکتر از ۵۱، چه تعداد

بیشتر از تعداد اعضای مجموعه مضارب ۵ کوچکتر از ۵۱ است؟

(۱) ۳ عضو (۲) ۵ عضو

(۳) ۱۰ عضو (۴) تعداد اعضا برابر است.

۲) عدد اصلی کدام مجموعه از بقیه کوچکتر است؟

(۱)  $\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{2187}\}$

(۲)  $\{-5, -4, -3, \dots, 3, 4\}$

(۳)  $\{(-1)^1, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, \dots, (-1)^{1000}\}$

(۴)  $\{a, b, c, \{a, b\}, b, \{\}, \{a, b, c\}, a\}$

۳) کدام مجموعه تهی است؟

(۱)  $\{\emptyset\}$

(۲) مجموعه اعداد حسابی که عضو اعداد طبیعی نیستند.

(۳) مجموعه اعداد حقیقی بزرگتر از ۴ و کوچکتر از ۵

(۴) مجموعه اعداد طبیعی که عضو مجموعه اعداد صحیح نیستند.

۴) کدام مجموعه از دو طرف نامحدود است؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی بخش پذیر بر ۵

(۲) مجموعه اعداد حسابی غیر طبیعی

(۳) مجموعه اعداد اول

(۴) مجموعه اعداد گویای بزرگتر از  $\frac{1}{p}$

۵) اگر مجموعه  $A = \{a, b, c, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$  باشد، کدام

گزینه درست است؟

(۱)  $\{a, b\} \in A$  (۲)  $\{b\} \in A$

(۳)  $\{\emptyset\} \in A$  (۴)  $\{\} \notin A$

۶) مجموعه مضارب سه رقمی عدد ۳ چند عضو دارد؟

(۱) ۲۹۹

(۲) ۳۰۰

(۳) ۳۰۱

(۴) این مجموعه از بالا نامحدود است.

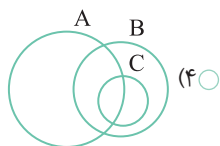
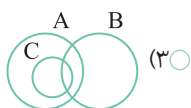
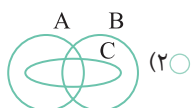
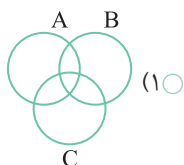
۷) مجموعه‌های A، B و C به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$C = \{4, 5\}$

کدام گزینه می‌تواند نمایش مناسب این مجموعه‌ها باشد؟



۸) کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) عدد اصلی مجموعه  $\{a, b, c\}$  برابر ۳ است.

(۲) تهی، عضو تمام مجموعه‌هاست.

(۳)  $\{a, b\} \in \{b, \{a, b\}, a\}$

(۴)  $\{a\} \in \{a, \{a, b\}\}$

۹) عدد اصلی مجموعه زیر کدام گزینه است؟

$\{(1 \cdot 2^1 + 2^{2 \cdot 37}), (1 \cdot 2^2 + 2^{2 \cdot 37}), (1 \cdot 2^3 + 2^{2 \cdot 37}), \dots, (2 \times 2^{2 \cdot 37})\}$

(۱)  $1 \cdot 2^0 - 2 \cdot 37$

(۲)  $2^{2 \cdot 37} - 2^1$

(۳)  $2^{2 \cdot 37} - 1 \cdot 2^0$

(۴)  $2^{2 \cdot 37} - 1 \cdot 2^1$

۱۰) عدد اصلی مجموعه  $\{\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, \dots, 10\}\}$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۱۰



## قدم ۱. مجموعه و ویژگی های آن

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه اعداد نزدیک به هزار توصیف یک مجموعه نیست، چون مشخص نیست که این اعداد در چه فاصله‌ای از هزار، نزدیک محسوب می‌شوند.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: دو عضو متمایز  $\Rightarrow 1^2 = 1, (-1)^2 = 1, -1 = -1^0$ ، گزینه ۲: سه عضو متمایز  $\Rightarrow -1^2 = -1, -4^2 = -16, 8^2 = 64$ ،  $\frac{64}{4} = 16$ گزینه ۳: دو عضو متمایز  $\Rightarrow \frac{2}{5} = 0/4, \sqrt{6/25} = 2/5$ ، گزینه ۴: دو عضو متمایز  $\Rightarrow \frac{3}{4}, \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ،  $\frac{17}{51} = \frac{1}{3}$ 

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر این اعداد به هیچ عدد اول کوچک‌تر از ۱۲ بخش‌پذیر نباشند، اول هستند، چون  $12^2 = 144$  و این عدد از همه این اعداد بزرگ‌تر است. چون این اعداد هیچ‌یک بر ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ بخش‌پذیر نیستند، پس همه اول هستند.

## قدم ۱. ۲. نمایش مجموعه‌ها

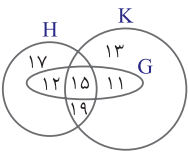
۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

اعداد صحیح و منفی بزرگ‌تر از -۷، از -۶ شروع می‌شوند و یکی یکی افزایش می‌یابند تا به -۱ برسند.  $\{-1, -2, -3, -4, -5, -6\}$ 

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

۸۳  $\approx 12 \div 99 = 83$ ، تعداد مضارب عدد ۱۲ از ۱ تا ۹۹، ۸۳  $\approx 12 \div 999 = 83$ ، تعداد مضارب عدد ۱۲ از ۱ تا ۹۹۹۷۵  $= 83 - 8$ ، تعداد مضارب سه‌رقمی عدد ۱۲  $\Rightarrow$ 

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



## قدم ۱. ۳. عضویت

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: مجموعه  $\{a\}$  فقط یک عضو به صورت  $\{a\}$  دارد و  $a$  عضو این مجموعه محسوب نمی‌شود.گزینه ۲: مجموعه  $\{b, \{b\}\}$  یک مجموعه دوعضوی است که یکی از عضوهای آن  $\{b\}$  است.گزینه ۳: مجموعه  $\{b, \{a, b\}\}$  یک مجموعه دوعضوی است که  $\{a, b\}$  و  $b$  دو عضو آن هستند و عضوی به شکل  $\{a\}$  ندارد.گزینه ۴: مجموعه  $\{a, b\}$  دو عضو به صورت  $a$  و  $b$  دارد و  $\{a, b\}$  عضو آن نیست.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱:  $1 = 1^{000} = 1^{\infty} = 1^3 = 1^2 = 1^1$  مجموعه یک‌عضوی است.

گزینه ۲: صد عضو دارد (به توان‌ها دقت شود).

گزینه ۳:  $1^2 = (-1)^2, 2^2 = (-2)^2, 3^2 = (-3)^2, 4^2 = (-4)^2, 5^2 = (-5)^2$  مجموعه شش‌عضوی است.

گزینه ۴: شش عضو دارد (به توان‌ها دقت شود).

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱:  $1 =$  عدد اصلی  $\Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ : مجموعه شماره‌های عدد ۴۸گزینه ۲:  $11 =$  عدد اصلی  $\Rightarrow 11 \div 17 = 200$ : مضارب طبیعی عدد ۱۷ کوچک‌تر از ۲۰۰گزینه ۳:  $15 =$  عدد اصلی  $\Rightarrow \{7, 6, 5, \dots, 0, \dots, -5, -6, -7\}$ : مجموعه اعداد صحیحی که مربع کمتر از ۵ دارند.گزینه ۴:  $11 =$  عدد اصلی  $\Rightarrow \{6, 5, \dots, 0, \dots, -2, -3, -4\}$ : مجموعه اعداد صحیح بین -۵ و ۷+

## قدم ۱. ۴. مجموعه تهی

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: مجموعه  $\{\emptyset\}$  یک‌عضوی است و عدد صفر عضو این مجموعه است.گزینه ۲: مجموعه «اعداد اول بخش‌پذیر بر ۱۹» فقط شامل عدد ۱۹ و یک‌عضوی است:  $\{19\}$ گزینه ۳: مجموعه اعداد نه مثبت و نه منفی فقط شامل عدد صفر است:  $\{0\}$ 

گزینه ۴: بین اعداد ۸۹ و ۹۷ هیچ عدد اولی وجود ندارد و این مجموعه تهی است.

۲ پاسخ ۱ ۳ ۴

با توجه به تساوی زیر مجموعه را خلاصه می‌کنیم:

این مجموعه دو عضو دارد.  $\Rightarrow \{\{\}, \{\emptyset\}\} = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\} \Rightarrow \{\{\}, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset\}$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱:  $\{127\} \Leftarrow$  یک عضو      گزینه ۲:  $\{پ, ث, ج, ژ, ش\} \Leftarrow$  پنج عضو      گزینه ۳:  $\{\emptyset\} \Leftarrow$  یک عضو      گزینه ۴:  $\{\emptyset\} \Leftarrow$  صفر عضو (تهی)

قدم ۱ ۵. مجموعه‌های منتهای و نامتناهی

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: یک خط از بی‌شمار نقطه تشکیل شده است.      گزینه ۲: از هر نقطه، بی‌شمار خط می‌گذرد.  
گزینه ۳: در یک صفحه بی‌شمار خط وجود دارد.      گزینه ۴: بر هر نقطه از دایره فقط یک خط می‌توان مماس کرد. (شکل روبه‌رو)



۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌ای که عضوهای آن به هیچ عددی محدود نمی‌شود، نامتناهی است.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱:  $\{1, 2, 3, \dots, 9\} \Leftarrow$  منتهای      گزینه ۲:  $\{9, 8, 7, 6, \dots\} \Leftarrow$  نامتناهی      گزینه ۳:  $\{1, 4, 9, 16, \dots\} = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots\} \Leftarrow$  نامتناهی

قدم ۱ ۶. مجموعه‌های عددی معروف

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱:  $\{12, 11, 10, 9, \dots, 0, -1, \dots\} \Leftarrow$  بی‌شمار عضو دارد.      گزینه ۲:  $\{0, 9, \dots, 12\} \Leftarrow$  ۱۳ عضو دارد.  
گزینه ۳: تمام اعداد صحیح و کسری کمتر از ۱۳  $\Leftarrow$  بی‌شمار عضو دارد.      گزینه ۴:  $\{1, 12, 11, 10, 9, \dots, 1\} \Leftarrow$  ۱۲ عضو دارد.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

همه اعداد منفی، اعدادی صحیح ولی غیرحسابی هستند.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ریشه دوم یک عدد مجذور کامل، به صورت دو عدد قرینه است؛ مثلاً ریشه دوم عدد ۲۵، اعداد +۵ و -۵ است، بنابراین یکی از ریشه‌ها حسابی نیست.

مرور قدم ۱

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$\left. \begin{aligned} 15 = \text{تعداد اعضا} &\Rightarrow \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\} : \text{مجموعه اعداد طبیعی اول کوچک‌تر از } 51 \\ 10 = \text{تعداد اعضا} &\Rightarrow \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\} : \text{مجموعه مضارب } 5 \text{ کوچک‌تر از } 51 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 15 - 10 = 5$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: نامتناهی      گزینه ۲: ۱۰ عضو      گزینه ۳: ۲ عضو  $\{-1, 1\}$       گزینه ۴: ۶ عضو  $\{a, b, c, \{a, b\}, \{\}, \{a, b, c\}\}$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

همه عضوهای  $\mathbb{N}$ ، عضو  $\mathbb{Z}$  نیز هستند.  $\Rightarrow \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ ،  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: مجموعه اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۵ از یک طرف محدود است.  
گزینه ۲: مجموعه اعداد حسابی غیرطبیعی فقط شامل صفر و محدود است.  
گزینه ۳: مجموعه اعداد اول از یک طرف محدود است.  
گزینه ۴: مجموعه اعداد گویای بزرگ‌تر از  $\frac{1}{p}$  شامل همه اعداد صحیح و کسری بزرگ‌تر از  $\frac{1}{p}$  است که از هر دو طرف نامحدود است؛ یعنی می‌تواند از سمت بالا دائماً بزرگ‌تر شود و از سمت پایین هم هرچه به  $\frac{1}{p}$  نزدیک شویم، باز هم امکان نزدیک‌تر شدن هست.

۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$\{a, b, c, \{a, b, c\}, \{\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$  : اعضای مجموعه A

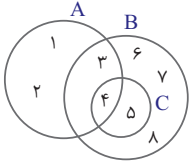
۶ پاسخ ۱ ۳ ۴  
راحل اول:

$۹۹۹ \div ۳ = ۳۳۳$  ، تعداد مضارب ۳ از ۱ تا ۹۹۹ :  $۹۹۹ \div ۳ = ۳۳۳$  ،  
تعداد مضارب سه‌رقمی عدد ۳  $\Rightarrow ۳۳۳ - ۳۳ = ۳۰۰$

$۳۰۰ = ۱ + \frac{۹۹۹ - ۱۰۲}{۳} \Rightarrow ۹۹۹$ : آخرین عدد سه‌رقمی مضرب عدد ۳ ،  $۱۰۲$ : اولین عدد سه‌رقمی مضرب عدد ۳

راحل دوم:

۷ پاسخ ۳ ۲ ۱ ۴



۸ پاسخ ۴ ۲ ۱ ۳

گزینه ۱: عدد اصلی مجموعه یک است، چون فقط شامل عضو  $\{a, b, c\}$  است.

گزینه ۲: «تهی عضو تمام مجموعه‌هاست.» اشتباه است چون مجموعه‌های زیادی وجود دارد که  $\emptyset$  یا  $\{ \}$  عضو آنها نیست، مثل  $\{1, 2\}$ .

گزینه ۴: مجموعه  $\{a, \{a, b\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  به صورت  $\{a\}$  ندارد.

۹ پاسخ ۴ ۲ ۱ ۳

$۲ \times ۲^{۲۰۳۷} = ۲^{۲۰۳۷} + ۲^{۲۰۳۷}$  ، اولین عضو  $۱۰۲۱ + ۲^{۲۰۳۷}$  ، آخرین عضو

$۲^{۲۰۳۷} - ۱۰۲۰ = [(۲^{۲۰۳۷} + ۲^{۲۰۳۷}) - (۱۰۲۱ + ۲^{۲۰۳۷})] + ۱ = ۲^{۲۰۳۷} - ۱۰۲۰$  : تعداد اعضا

۱۰ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

این مجموعه شامل یک عضو  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 100\}$  است، پس عدد اصلی این مجموعه ۱ است.

قدم ۲ ۱. زیرمجموعه

۱ پاسخ ۴ ۲ ۱ ۳

اگر  $N \subseteq M$  باشد، هر عضوی از  $N$ ، عضو  $M$  نیز خواهد بود؛ اما هر عضوی از  $M$  حتماً عضو  $N$  نیست. بنابراین  $x$  و  $y$  هر دو عضو  $M$  هستند و با آنها می‌توان زیرمجموعه‌ای از  $M$  ساخت:

۲ پاسخ ۴ ۲ ۱ ۳

هیچ عضوی در مجموعه  $B$ ، به صورت  $\{1, 3\}$  نیست، مجموعه  $\{1, 3\}$  را می‌توان زیرمجموعه  $B$  دانست.

۳ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

$A = \{18, 36, 54, 72, \dots\}$  ،  $B = \{36, 72, 108, 144, \dots\}$  ،  $C = \{12, 24, 36, 48, \dots\}$

چون هر عدد بخش‌پذیر بر ۳۶ حتماً بر ۱۸ هم بخش‌پذیر است، مجموعه  $B$ ، زیرمجموعه  $A$  است ( $B \subseteq A$ ).

قدم ۲ ۲. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

۱ پاسخ ۴ ۲ ۱ ۳

$۱۶ = ۲^۴ =$  تعداد زیرمجموعه‌ها  $\Rightarrow$  تعداد اعضا:  $\{c, f, g, e\}$ : مجموعه حاصل

۲ پاسخ ۴ ۳ ۱ ۲

با جای‌گذاری گزینه‌ها می‌توان فهمید که اگر  $n = ۲$  باشد، تساوی  $۲^{۲n+۱} + ۹۶ = ۲^{۴n-۱}$  برقرار می‌شود:

$۲^{۲ \times ۲ + ۱} + ۹۶ = ۳۲ + ۹۶ = ۱۲۸$  ،  $۲^{۴ \times ۲ - ۱} = ۲^۷ = ۱۲۸$

۳ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

$(۸^۲)^{۳^۲} = (۸^۲)^۹ = ((۲^۳)^۲)^۹ = ۲^{۵۴} \Rightarrow n = ۵۴ \Rightarrow$  تعداد زیرمجموعه‌ها  $= ۲^n \Rightarrow n = ۵۴$

قدم ۲ ۳. نکاتی در مورد زیرمجموعه‌ها

۱ پاسخ ۴ ۳ ۱ ۲

با جای‌گذاری گزینه‌ها می‌توان فهمید که اگر  $K = ۲$  باشد، تساوی  $۲^{۳K+۱} - ۱ = ۲^{۲K+۲} + ۶۳$  برقرار می‌شود:

$۲^{۳ \times ۲ + ۱} - ۱ = ۲^۷ - ۱ = ۱۲۷$  ،  $۲^{۲ \times ۲ + ۲} + ۶۳ = ۲^۶ + ۶۳ = ۶۴ + ۶۳ = ۱۲۷$

۲ پاسخ ۴ ۳ ۱ ۲

مجموعه مستطیل‌ها ( $R$ )، لوزی‌ها ( $L$ ) و مربع‌ها ( $S$ ) همگی زیرمجموعه متوازی‌الاضلاع‌ها ( $F$ ) هستند. مستطیل‌ها، متوازی‌الاضلاع‌هایی هستند که زاویه قائمه دارند، پس  $R \subseteq F$  و لوزی‌ها متوازی‌الاضلاع‌هایی هستند که چهار ضلع برابر دارند، پس  $L \subseteq F$ . مربع‌ها، هم ویژگی‌های مستطیل‌ها را دارند و هم ویژگی‌های لوزی‌ها، یعنی  $S \subseteq R$  و  $S \subseteq L$ . فقط نمودار گزینه ۲ این موضوع را به‌درستی نشان می‌دهد.



فایل تصویری تدریس فصل به فصل کتاب را  
با اسکن QR Code مقابل مشاهده نمایید.

### فصل اول: مجموعه‌ها

#### الف) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- ۱ عبارت «سه شاعر ایرانی» یک مجموعه را مشخص می‌کند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۲ عبارت «چهار عدد مرکب کوچک‌تر از ۱۰» مشخص‌کننده یک مجموعه است.  درست  نادرست (ایلام)
- ۳ عبارت «دو عدد اول کوچک‌تر از ۱۰» یک مجموعه را مشخص می‌کند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۴ عبارت «شمارنده‌های عدد ۲۴» یک مجموعه را تشکیل می‌دهد.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۵ عبارت «عددهای طبیعی بین ۳ و ۴» یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۶ مجموعه «عددهای حقیقی بین ۳ و ۴» یک مجموعه تهی را نشان می‌دهد.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۷ مجموعه  $\{\}$  با مجموعه  $\{\emptyset\}$  برابر است.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۸ مجموعه  $\{0\}$  یک مجموعه تهی است.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۹ اگر  $n(A) = n(B)$  باشد، دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابرند.  درست  نادرست (شهرستان‌های تهران)
- ۱۰ هر مجموعه زیرمجموعه خودش است.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۱۱ یک مجموعه ۳ عضوی ۸ زیرمجموعه دارد.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۱۲ مجموعه  $\emptyset$  دو زیرمجموعه دارد.  درست  نادرست (لرستان)
- ۱۳ مجموعه اعداد اول زیرمجموعه اعداد طبیعی است.  درست  نادرست (چهارمحال و بختیاری)

#### ب) هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- ۱ در مجموعه  $A = \{3, 7, 9\}$ ،  $n(A)$  برابر ..... است. (لرستان)
- ۲ مجموعه  $A = \{0, \emptyset\}$  ..... عضو دارد. (البرز)
- ۳ در مجموعه  $A = \{6, 7, 9\}$ ، داریم:  $n(A) = \dots$ . (چهارمحال و بختیاری)
- ۴ مجموعه  $\{\emptyset\}$  ..... زیرمجموعه دارد. (پرتکرار)
- ۵ مجموعه ..... زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست. (پرتکرار)
- ۶ اشتراک هر دو مجموعه، زیرمجموعه ..... همان دو مجموعه است. (البرز)
- ۷ اگر  $A \cap B = \emptyset$  باشد، آنگاه خواهیم داشت:  $A - B = \dots$ . (چهارمحال و بختیاری)
- ۸ مجموعه  $A - B$  زیرمجموعه مجموعه ..... است. (کرمان)
- ۹ در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد روشده زوج باشد، ..... است. (پرتکرار)
- ۱۰ در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد روشده اول و زوج باشد، ..... است. (پرتکرار)
- ۱۱ سکه‌ای را دوبار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه یک بار رو و بار دیگر پشت بیاید ..... است. (سیستان و بلوچستان)

۱۲) سکه‌ای را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه حداقل یک بار رو بیاید ..... است. (اردبیل)

۱۳) اگر خانواده‌ای دو فرزند داشته باشد، احتمال آنکه هر دو دختر باشند ..... است. (پرتکار)

۱۴) اگر احتمال رخ دادن یک پیشامد  $\frac{3}{5}$  باشد، احتمال رخ ندادن آن ..... است. (کردستان)

پ) گزینه درست را انتخاب کنید.

۱) کدام یک از عبارتهای زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ (پرتکار)

۱) سه عدد زوج متوالی  (۲) سه شهر زیبای ایران

۳) اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از  $-1$   (۴) چهار عدد کوچک

۲) کدام یک از عبارتهای زیر معرف مجموعه تهی است؟ (پرتکار)

۱) اعداد اول یک رقمی  (۲) اعداد طبیعی بین  $1$  و  $-1$

۳) مضرب‌های اول عدد  $5$   (۴)  $\{\emptyset\}$

۳) اگر  $\{3a, 4a - b\} = \{3\}$  باشد، کدام گزینه درباره  $a$  و  $b$  درست است؟ (کرمان)

۱)  $a + b = 1$   (۲)  $a + b = 2$   (۳)  $a + b = 3$   (۴)  $a + b = 4$

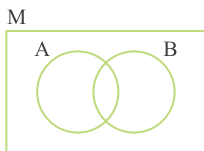
۴) اگر  $A = \{2, 3, 8\}$  باشد، کدام گزینه درست نیست؟ (خراسان شمالی)

۱)  $2 \in A$   (۲)  $\{2, 8\} \in A$   (۳)  $\emptyset \subseteq A$   (۴)  $5 \notin A$

۵) کدام گزینه نمایش عددهای طبیعی فرد است؟ (پرتکار)

۱)  $\{2x | x \in \mathbb{N}\}$   (۲)  $\{2x + 1 | x \in \mathbb{N}\}$   (۳)  $\{2x - 1 | x \in \mathbb{W}\}$   (۴)  $\{2x + 1 | x \in \mathbb{W}\}$

۶) با توجه به نمودار ون مقابل، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ (البرز)



۱)  $A \subseteq (A \cap B)$   (۲)  $M \not\subseteq B$

۳)  $A \subseteq M$   (۴)  $B \subseteq M$

۷) در پرتاب یک تاس، چقدر احتمال دارد عدد روشده اول باشد؟ (پرتکار)

۱)  $\frac{1}{2}$   (۲)  $\frac{1}{3}$   (۳)  $\frac{2}{3}$   (۴)  $\frac{5}{6}$

۸) اگر تاسی را بیندازیم، احتمال اینکه عدد روشده شمارنده ۴ باشد کدام است؟ (پرتکار)

۱)  $\frac{2}{3}$   (۲)  $\frac{1}{2}$   (۳)  $\frac{1}{3}$   (۴)  $\frac{1}{4}$

۹) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. تعداد همه حالت‌های ممکن چندتاست؟ (پرتکار)

۱)  $12$   (۲)  $36$   (۳)  $6$   (۴)  $64$

۱۰) اگر خانواده‌ای ۲ فرزند داشته باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده دقیقاً یک پسر داشته باشد؟ (پرتکار)

۱)  $\frac{1}{4}$   (۲)  $\frac{2}{4}$   (۳)  $\frac{3}{4}$   (۴)  $\frac{4}{4}$

(لرستان)

۱۱) اگر خانواده‌ای ۲ فرزند داشته باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده حداقل یک دختر داشته باشد؟

$\frac{1}{4}$  (۱)  $\frac{2}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{4}$  (۴)

(پرتکرار)

۱۲) اگر خانواده‌ای ۳ فرزند داشته باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده دقیقاً ۲ پسر داشته باشد؟

$\frac{1}{7}$  (۴)  $\frac{5}{8}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۱)

(پرتکرار)

۱۳) احتمال اینکه دبیر ریاضی شما در روز پنجشنبه به دنیا آمده باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{365}$  (۴)  $\frac{1}{7}$  (۳)  $\frac{1}{31}$  (۲)  $\frac{1}{30}$  (۱)

ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

(پرتکرار)

۱) جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشند.

(فزونین)  $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{3}{24}, \dots, \sqrt{\frac{9}{25}} \right\} = \left\{ -6, \dots, \frac{3}{5}, \dots, \frac{10}{25} \right\}$  (الف)

(ایلام)  $\left\{ \sqrt{\frac{100}{4}}, \frac{35}{5}, 7/5, \dots \right\} = \left\{ \frac{3}{2}, \dots, 7, \frac{65}{13} \right\}$  (ب)

(مازندران)  $\left\{ -\frac{1}{3}, -\sqrt{9}, \dots, \frac{3}{4} \right\} = \left\{ -\frac{9}{3}, \dots, \frac{10}{75}, -5 \right\}$  (پ)

(پرتکرار)

۲) اگر  $A = \{b+3, 12, 6\}$  و  $B = \{12, a-9, 5\}$  دو مجموعه مساوی باشند، مقادیر  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

(پرتکرار)

۳) هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

(لرستان) الف)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$

ب)  $B = \{5n+2 \mid n \in \mathbb{W}\}$  (بوشهر)

(مرکزی) پ)  $C = \{4x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 2\}$

ت)  $D = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3\}$  (قم)

(چهارمحال و بختیاری) ث)  $E = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x+1 < 11\}$

ج)  $F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 2\}$  (بوشهر)

(پرتکرار)

۴) مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

(سیستان و بلوچستان) الف)  $A = \{10, 20, 30, \dots\}$

ب)  $B = \{-5, -4, -3, \dots, 1\}$  (خراسان شمالی)

(مرکزی)

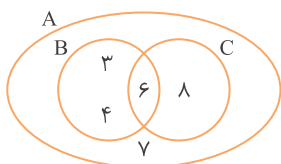
۵) اگر  $A \subseteq B$  باشد، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$A \cap B =$

$A \cup B =$

(یزد)

۶) با توجه به شکل مقابل:



الف) اعضای مجموعه  $A - (B \cup C)$  را مشخص کنید.

ب) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱)  $A \subseteq C$

۲)  $6 \in (B \cap C)$


۳)  $n(B) = 3$

فصل اول: مجموعه‌ها

(الف)

- ۱ نادرست؛ زیرا حالت‌های مختلفی برای انتخاب نام سه شاعر ایرانی وجود دارد.
- ۲ درست؛ زیرا مجموعه  $\{4, 6, 8, 9\}$  را مشخص می‌کند.
- ۳ نادرست؛ زیرا حالت‌های مختلفی مثل  $3, 2$  یا  $3, 5$  یا ... دارد.
- ۴ درست؛ زیرا مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  را مشخص می‌کند.
- ۵ درست؛ زیرا بین دو عدد طبیعی متوالی، عدد طبیعی دیگری وجود ندارد.
- ۶ نادرست؛ زیرا بین هر دو عدد، بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد.
- ۷ نادرست؛ مجموعه  $\{\}$  تهی است، اما مجموعه  $\{\emptyset\}$  مجموعه‌ای یک‌عضوی شامل عضو  $\emptyset$  است.
- ۸ نادرست؛ مجموعه  $\{0\}$  شامل عضو صفر است.
- ۹ نادرست؛ با فرض  $A = \{1, 2\}$  و  $b = \{3, 4\}$  با اینکه  $n(A) = n(B) = 2$  اما  $A \neq B$ .
- ۱۰ درست
- ۱۱ درست؛  $2^3 = 8$
- ۱۲ نادرست؛ مجموعه  $\emptyset$  فقط یک زیرمجموعه  $\emptyset$  دارد.
- ۱۳ درست؛ زیرا هر عدد اول حتماً عددی طبیعی است.

(ب)

- ۱ ۳؛ اعضاها: ۳، ۷ و ۹
- ۲ ۲؛ اعضای مجموعه ۰ و  $\emptyset$  هستند.
- ۳ ۲؛ اعضاها ۶ و  $\{9, 7\}$  هستند (یک عضو مجموعه است).
- ۴ ۲؛ مجموعه‌ی یک‌عضوی  $\{\emptyset\}$  دارای  $2^1 = 2$  زیرمجموعه  $\emptyset$  و  $\{\emptyset\}$  است.
- ۵ تهی
- ۶ اجتماع
- ۷ A؛ نمودار ون  $A \cap B = \emptyset$  به صورت  است؛ بنابراین  $A - B = A$ .
- ۸ A
- ۹  $\frac{3}{6}$
- ۱۰  $\frac{1}{6}$ ؛ حالت مطلوب فقط  $\{2\}$  است.

$$\frac{2}{4} \quad ۱۱$$

۱۲؛ از بین ۴ حالت ممکن (پ، پ)، (ر، پ)، (پ، ر) و (ر، ر)، حالت‌های (ر، پ)، (پ، ر) و (ر، ر) مطلوب است.

$$\frac{1}{4} \quad ۱۳$$

۱۴؛  $\frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ ؛ احتمال رخ دادن پیشامد = ۱ - احتمال رخ ندادن پیشامد

(پ)

۱ گزینه ۳؛ برای سه عدد زوج متوالی حالت‌های مختلفی مثل ۲، ۴، ۶ یا ۴، ۶، ۸ وجود دارد. به این ترتیب برای سه شهر زیبای ایران و چهار عدد کوچک نیز حالت‌های مختلفی وجود دارد. همچنین ممکن است مصداق زیبا و کوچک از نظر افراد مختلف متفاوت باشد. برای مثال شخصی اعداد زیر ۱۰ را کوچک می‌داند و شخص دیگر اعداد زیر ۱۰۰ را.

اما مجموعه اعداد صحیح به صورت  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  نوشته می‌شود؛ بنابراین اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از ۱ - مجموعه تهی را مشخص می‌کند.

۲ گزینه ۲

گزینه ۱:  $\{2, 3, 5, 7\}$  = مجموعه اعداد اول یک‌رقمی  
گزینه ۲:  $\{0\}$  = مجموعه اعداد طبیعی بین ۱ و ۱ -  
گزینه ۳:  $\{5\}$  = مجموعه مضرب‌های اول عدد ۵  
گزینه ۴: مجموعه  $\{\emptyset\}$  شامل یک عضو  $\emptyset$  است.

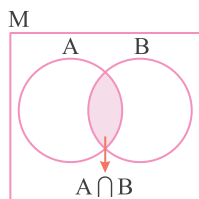
۳ گزینه ۲؛ یک مجموعه دو عضوی در صورتی با مجموعه‌ای یک‌عضوی مساوی است که هر دو عضو آن مساوی با عضو مجموعه یک‌عضوی باشد.

$$3a = 4a - b = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ 4a - b = 3 \Rightarrow 4 - b = 3 \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

۴ گزینه ۲؛ مجموعه A شامل عضوهای ۲ و ۸ است، اما شامل یک عضو  $\{2, 8\}$  نیست.

۵ گزینه ۴؛  $\{2x+1 | x \in W\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

گزینه ۱ مجموعه عددهای طبیعی زوج را نمایش می‌دهد، گزینه ۲ عدد فرد ۱ را نمایش نمی‌دهد و گزینه ۳ عدد ۱ - را نمایش می‌دهد که عدد طبیعی نیست.



۶ گزینه ۱؛ با توجه به نمودار ون،  $A \cap B \subseteq A$  است، نه برعکس!

$$\text{احتمال} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۷ گزینه ۱؛ از بین ۶ حالت ممکن، ۳ حالت مطلوب ۵، ۳ و ۲ وجود دارد، پس:

$$\text{احتمال} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۸ گزینه ۲؛ از بین ۶ حالت ممکن، ۳ حالت مطلوب ۴، ۲ و ۱ وجود دارد، پس:

$$6 \times 6 = 36$$

۹ گزینه ۲؛ تعداد حالت‌های ممکن هر تاس ۶ تا است؛ بنابراین تعداد همه حالت‌های ممکن برابر است با: