

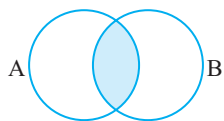


مجموعه. الگو. دنباله

یادآوری

در سال قبل با مفهوم مجموعه آشنا شدید. مجموعه را با حروف بزرگ نام‌گذاری می‌کنیم. می‌دانیم که تکرار عضو در مجموعه بی‌اثر است و ترتیب اعضا مهم نیست. هر مجموعه را معمولاً می‌توان به شکل‌های مختلفی نشان داد؛ توصیفی، با نوشتن اعضا، نمودار ون و زبان ریاضی.

زیرمجموعه



اگر هر عضو مجموعه A در مجموعه B باشد، می‌گوییم A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم: $A \subseteq B$

هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است و تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است: $\emptyset \subseteq A$, $A \subseteq A$

تساوی دو مجموعه: دو مجموعه A و B مساوی هستند، هرگاه هر عضو A در B باشد ($A \subseteq B$) و هر عضو B نیز در A باشد ($B \subseteq A$)

یعنی: $(A \subseteq B \text{ و } B \subseteq A) \Rightarrow A = B$

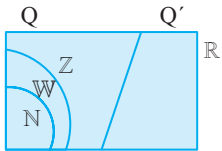
اعمال بین دو مجموعه

| | | | |
|--|------------|--|------------------|
| | $A \cap B$ | تمام اعضای که در هر دو مجموعه A و B هستند. | اشتراک دو مجموعه |
| | $A \cup B$ | تمام اعضای دو مجموعه روی هم | اجتماع دو مجموعه |
| | $A - B$ | اعضای A که در B نباشند. | تفاضل دو مجموعه |

نکته

- ۱- اگر $A \subseteq B$ باشد: $A \cap B = A$ $A \cup B = B$ $A - B = \emptyset$
 ۲- اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، A و B را دو مجموعه جدا از هم یا ناسازگار می‌نامیم و داریم: $B - A = B$ و $A - B = A$

مجموعه‌های عددی



$Q' \subseteq \mathbb{R}$ اعداد گنگ
 $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq \mathbb{R}$

در دوره متوسطه اول با همه مجموعه‌های عددی آشنا شده‌اید و می‌دانیم:

هر نقطه روی محور اعداد حقیقی، متناظر با یک عدد حقیقی است و هر عدد حقیقی جایی مشخص روی محور دارد.

بازه

نوعی زیرمجموعه از \mathbb{R} را بازه (یا فاصله) می‌نامیم. انواع بازه را در مثال‌های زیر ببینید:

بازه بسته: $[-2, 2] = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 2\}$



بازه باز: $(-1, 1) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$



نیم‌بازه: $(-1, 2] = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 2\}$



از یک طرف نامحدود: $(2, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 2\}$



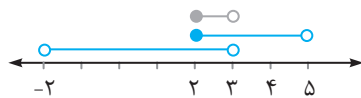
از دو طرف نامحدود: $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

تذکر: $+\infty$ و $-\infty$ دو نماد در ریاضی هستند و عضوی از \mathbb{R} نیستند.

اعمال اشتراک و اجتماع و تفاضل روی بازه‌ها

چون بازه‌ها اصولاً مجموعه هستند، عمل اشتراک و اجتماع و تفاضل، بین دو بازه تعریف می‌شود. برای سادگی در محاسبه، بهتر است ابتدا آن‌ها را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهیم.

$(-2, 3) \cap [2, 5) = [2, 3)$



$(-3, 4) - (2, +\infty) = (-3, 2]$

$(3, +\infty) \cup (-\infty, 5) = \mathbb{R}$

نکته

هیچ زیرمجموعه‌ای از اعداد گویا یا گنگ، بازه نیست.

مجموعه متناهی و نامتناهی

مجموعه‌ای که تعداد اعضایش با عددی حسابی قابل بیان باشد، مجموعه‌ای متناهی است و در غیر این صورت، مجموعه‌ای نامتناهی است. مجموعه‌ای اعداد صحیح، اعداد اول، بازه $(-2, 1)$ مثال‌هایی از مجموعه‌های نامتناهی هستند. در واقع هر بازه‌ای از اعداد حقیقی، مجموعه‌ای نامتناهی است. زیاد بودن تعداد اعضا به معنای نامتناهی بودن نیست، مثلاً تعداد دانه‌های شن صحراهای روی زمین فوق‌العاده عدد بزرگی است ولی متناهی است.

نکته

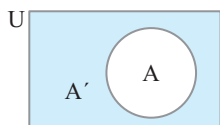
۱-

| نامشخص | نامتناهی | متناهی | نتیجه وضعیت |
|--------------------------|-------------------|-------------------|---------------------------|
| $A \cap B, A - B, B - A$ | $A \cup B$ | | A و B هر دو نامتناهی |
| | $B - A, B \cup A$ | $A - B, A \cap B$ | A متناهی و B نامتناهی |

۲- اگر B نامتناهی و $B \subseteq A$ باشد قطعاً A نیز نامتناهی است.
اگر B متناهی و $A \subseteq B$ باشد قطعاً A نیز متناهی است.

مجموعه مرجع

مجموعه شامل تمام اعضای مورد بحث را مجموعه مرجع می‌نامیم و با حرف U نشان می‌دهیم.



متمم مجموعه

اعضایی از U که در A نباشند، متمم A را تشکیل می‌دهند و با A' نشان می‌دهیم، بنابراین: $A' = U - A$

نکته

۱- اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد و U مجموعه مرجع، داریم:

| | | | | |
|-------------------------|------------------|---------------|---------------------|----------------|
| $A \cup A' = U$ | $U' = \emptyset$ | $A - A' = A$ | $U - A = A'$ | $U \cap A = A$ |
| $A \cap A' = \emptyset$ | $\emptyset' = U$ | $A' - A = A'$ | $A - U = \emptyset$ | $U \cup A = U$ |
| | $(A')' = A$ | | | |

۲- $A - B = A \cap B'$ (با نمودار ون درستی تساوی را نشان می‌دهیم).

۳- اگر $A' \subseteq B'$ باشد، حتماً $B' \subseteq A'$ است. خودتان ببینید:

$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

درمورد متمم‌گیری از اشتراک و اجتماع دو مجموعه دو قاعده زیر برقرار است:

قانون دمورگان

$$\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$$

قاعده توزیع پذیری

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

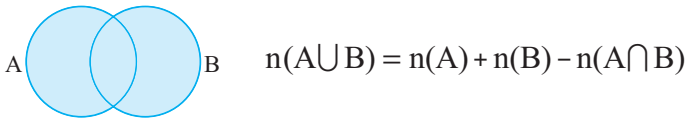
قاعده جذب

نکته

اگر مجموعه مرجع، نامتناهی و A مجموعه‌ای متناهی باشد آنگاه A' حتماً نامتناهی است. مثال بزنید!

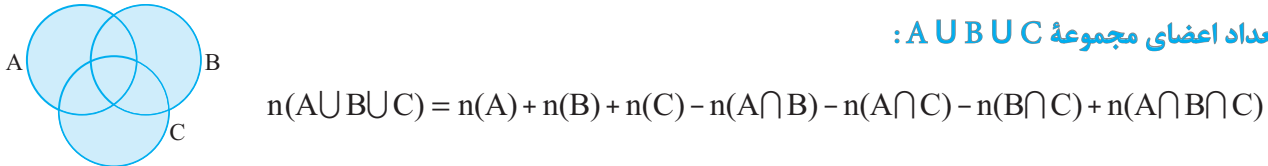
تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$

از روی نمودار می‌توان رابطه زیر را به سادگی توجیه کرد.



اگر A و B جدا از هم باشند $A \cap B = \emptyset$ می‌شود و داریم: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 نکته ساده آن است که: $n(A^c) = n(U) - n(A)$

تعداد اعضای مجموعه $A \cup B \cup C$:



الگو و دنباله

«الگو» هر ساختار منظم از اشکال، اعداد، نمادها و ... است که ممکن است تکرار شونده یا رشدکننده و یا ترکیبی از این‌ها باشند. تعداد چوب‌کبریت‌ها، تعداد شکل‌ها، محیط شکل‌ها، مساحت شکل‌ها و یا هر شاخص دیگری را که در یک الگو مورد مطالعه قرار می‌گیرد، با اعداد پشت سر هم نشان می‌دهیم که به آن «دنباله» گفته می‌شود. به این اعداد، جملات دنباله گفته می‌شود و آن‌ها را با a_1 و a_2 و ... نشان می‌دهیم. n -امین جمله هر دنباله را با a_n نشان می‌دهیم و رابطه‌ای که به کمک آن مقدار هر جمله را برحسب شماره آن می‌توان حساب کرد، جمله عمومی آن دنباله می‌گوییم.

مثال: در یک الگوی تصویری که با چوب‌کبریت ساخته‌ایم، تعداد چوب‌کبریت‌ها را در هر شکل شمرده‌ایم و دنباله زیر به دست آمده است:

۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ...

در این دنباله، جمله عمومی برابر است با: $(a_n = 4n + 11)$

الگوهای خطی

به الگویی که جمله عمومی آن برحسب n از درجه اول است الگوی خطی می‌گوییم. در چنین الگوهایی، مقدار هر جمله به میزان ثابتی افزایش یا کاهش می‌یابد. جمله عمومی یک الگوی خطی به شکل $a_n = bn + c$ است. مقدار b همان اختلاف دو جمله متوالی است. اگر $b > 0$ باشد دنباله افزایشی و اگر $b < 0$ باشد دنباله کاهشی است (اگر جمله عمومی را با $y = mx + n$ مقایسه کنیم که معادله خط راست در صفحه است، ضریب n همان شیب خط است که اختلاف دو جمله متوالی دنباله است).

مثال: جمله عمومی هر دنباله زیر را بنویسید: (الف) $۱۳, ۷, ۱, -۵, \dots$ (ب) $۶, ۹, ۱۴, ۲۱, \dots$

پاسخ: (الف) $a_n = -6n + 19$ (الگوی خطی) (ب) $a_n = n^2 + 5$ (الگوی غیرخطی)

دنباله حسابی و هندسی

الف) دنباله حسابی: همان الگوهای خطی هستند. دنباله‌هایی که اختلاف هر جمله با جمله قبلی‌اش مقداری ثابت باشد، به این مقدار ثابت قدر نسبت دنباله می‌گوییم. جمله عمومی را با t_n و قدر نسبت را با d نشان می‌دهیم:

$$۷, -۱, -۹, \dots \Rightarrow t_1 = ۷, t_2 = -۱, \dots, d = -۱ - ۷ = -۸ \Rightarrow d = t_{n+1} - t_n$$

جمله عمومی دنباله حسابی

با داشتن جمله اول و قدر نسبت دنباله، جمله عمومی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

۱۰۱۸, ۱۰۲۳, ۱۰۲۸, ...

مثال: جمله عمومی دنباله روبه‌رو را به دست آورید.

$$d = 1023 - 1018 = 5 \Rightarrow t_n = 1018 + 5(n-1) = 5n + 1013 \quad \text{پاسخ:}$$

مثال: در یک دنباله حسابی $t_7 = 11$ و $t_9 = 31$ است. در این صورت قدر نسبت دنباله را به دست آورید.

$$\begin{cases} t_7 = t_1 + 6d = 11 \\ t_9 = t_1 + 8d = 31 \end{cases} \Rightarrow t_9 - t_7 = (t_1 + 8d) - (t_1 + 6d) = 31 - 11 \Rightarrow 2d = 20 \Rightarrow d = 5 \quad \text{پاسخ:}$$

نکته

به روش حل مثال قبل، نکته زیر به دست می آید:

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n} \quad \text{اگر } t_m \text{ و } t_n \text{ دو جمله دلخواه از یک دنباله حسابی باشد، آنگاه:}$$

واسطه حسابی

اگر a و b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، b را واسطه حسابی بین a و c می نامیم و داریم:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

درج واسطه حسابی بین دو عدد

نیاز به حفظ کردن فرمول جدیدی نداریم. با یک مثال و استفاده از نکته قبل، این مطلب به راحتی درک می شود.

مثال: بین -5 و 55 تعداد 4 واسطه حسابی درج کنید.

پاسخ: یعنی دنباله ای حسابی داریم که جمله اول آن -5 و جمله ششم آن 55 است، پس:

$$d = \frac{55 - (-5)}{6 - 1} = \frac{60}{5} = 12$$

$$t_1 = -5 \Rightarrow t_2 = -5 + 12 = 7, \dots \Rightarrow -5, \boxed{7, 19, 31, 43}, 55$$

رابطه اندیس ها

نکته

اگر m, n, p, q و اندیس های جملات یک دنباله حسابی باشند و $n + m = p + q$ باشد آنگاه:

$$n + m = p + q \Rightarrow t_n + t_m = t_p + t_q$$

مثلاً: $t_2 + t_7 = t_3 + t_6$ و یا $t_4 + t_4 = t_2 + t_6$ یعنی $t_4 = \frac{t_2 + t_6}{2}$ و نکته زیر نتیجه می شود:

نکته

اگر t_n, t_m, t_q سه جمله متساوی الفاصله باشند (در دنباله حسابی) آنگاه: t_m برابر میانگین دو جمله دیگر است:

$$t_n, \dots, t_m, \dots, t_q \Rightarrow t_m = \frac{t_n + t_q}{2}$$

به t_m واسطه حسابی بین t_n و t_q می گوئیم.

مثال: اگر در یک دنباله حسابی $t_7 + t_{11} = 11$ باشد، مقدار $t_3 + t_5 + t_9 + t_{13}$ چقدر است؟

$$7 + 11 = 3 + 15 = 8 + 10 \Rightarrow t_7 + t_{11} = t_3 + t_{15} = t_8 + t_{10} = 11 \Rightarrow t_3 + t_5 + t_9 + t_{15} = 11 + 11 = 22 \quad \text{پاسخ:}$$

نکات تکمیلی دنباله حسابی

۱- اگر هر جمله یک دنباله حسابی را k برابر کنیم، جملات به دست آمده نیز دنباله حسابی هستند که قدر نسبت آن kd و جمله اول kt_1 است (t_1 و d مربوط به دنباله حسابی اصلی هستند).

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, \dots \Rightarrow kt_1, kt_1 + d, kt_1 + 2kd, \dots$$

۲- اگر هر جمله یک دنباله حسابی k واحد اضافه شود، باز هم دنباله حسابی خواهیم داشت که قدر نسبت همان d است و جمله اول $t_1 + k$ است.

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, \dots \Rightarrow t_1 + k, (t_1 + k) + d, (t_1 + k) + 2d, \dots$$

۳- اگر دو دنباله حسابی با قدر نسبت‌های d_1 و d_2 داشته باشیم و t_m اولین جمله مشترک این دو دنباله باشد، جملات مشترک این دو دنباله نیز دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند که جمله اول t_m و قدر نسبت آن $[d_1, d_2]$ است.


$$\begin{cases} 5, 11, 17, 23, \dots \\ 3, 11, 19, 27, 35, \dots \end{cases} \Rightarrow t_1 = 11, d = [6, 8] = 24$$

پس دنباله مشترک: $11, 35, 59, \dots$

۴- اگر جملات دو دنباله حسابی را دو به دو جمع بزنیم، باز هم دنباله حسابی خواهیم داشت که جمله اول آن، مجموع دو جمله اول و قدر نسبت آن، مجموع قدر نسبت‌های آن دو دنباله است.

$$\begin{cases} 5, 11, 17, 23, \dots & t_1 = 5, d = 6 \\ 3, 11, 19, 27, \dots & \Rightarrow t_1 = 3, d = 8 \\ 8, 22, 36, 50, \dots & t_1 = 8, d = 14 \end{cases}$$

$$5, 5, 5, \dots \quad d = 0$$

 **تذکر مهم:** دنباله ثابت، نوعی دنباله حسابی است که قدر نسبت آن صفر است.

مجموع جملات دنباله حسابی (برای علاقمندان)

همان‌طور که دیدید در هر دنباله حسابی n جمله‌ای، مجموع جملات اول و آخر برابر با مجموع جملات دومی و ماقبل آخر است (رابطه اندیس‌ها) یعنی:

$$t_1 + t_n = t_2 + t_{n-1} = t_3 + t_{n-2} = \dots$$

حال برای محاسبه مجموع جملات (S_n) چنین عمل می‌کنیم:

$$S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$$

$$S_n = t_n + t_{n-1} + t_{n-2} + \dots + t_1$$

$$2S_n = (t_1 + t_n) + (t_2 + t_{n-1}) + (t_3 + t_{n-2}) + \dots + (t_1 + t_n) \Rightarrow 2S_n = n \times (t_1 + t_n) \Rightarrow S_n = \frac{n \times (t_1 + t_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n(2t_1 + (n-1)d)}{2}$$

با جایگذاری $t_n = t_1 + (n-1)d$ نیز به این رابطه می‌رسیم:

مثال: مجموع بیست جمله اول دنباله زیر را به دست آورید.

$$-5, 1, 7, \dots$$

$$t_1 = -5, d = 6 \Rightarrow S_{20} = \frac{20(-10 + (19)(6))}{2} = 10(104) = 1040 \quad \text{پاسخ:}$$

(ب) دنباله هندسی: به دنباله ای که هر جمله از آن از ضرب یک جمله قبلی ثابت به دست می آید، دنباله هندسی می گوئیم:

$$t_1, t_1 r, t_1 r^2, t_1 r^3, \dots \quad t_n = t_1 \times r^{n-1} \quad \text{جمله عمومی دنباله هندسی:}$$

قدر نسبت

در دنباله هندسی، قدر نسبت را با r نشان می دهیم و از تقسیم هر جمله بر جمله قبلی به دست می آید:

$$r = \frac{t_{n+1}}{t_n}$$

واسطه هندسی

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، b را واسطه هندسی بین دو عدد a و c می نامیم و داریم:

$$b^2 = ac$$

درج واسطه هندسی به تعداد دلخواه بین دو عدد

مشابه این مطلب را در دنباله حسابی نیز داشتیم، اگر بین دو عدد a و b مقدار m واسطه هندسی درج کنیم، a جمله اول و b جمله $(m+2)$ ام دنباله خواهد بود. اگر مقدار واسطه ها فرد باشد (m فرد باشد) مسئله دو جواب دارد (قدر نسبت منفی یا مثبت باشد) ولی اگر m زوج باشد، جواب مسئله یکتاست. با دو مثال زیر روش کار کاملاً مشخص می شود.

مثال: اگر جمله دوم و پنجم دنباله ای به ترتیب 16 - و 2 باشند، قدر نسبت دنباله را به دست آورید.

$$\begin{cases} t_2 = t_1 r = -16 \\ t_5 = t_1 r^4 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_5}{t_2} = \frac{t_1 r^4}{t_1 r} = \frac{+2}{-16} = -\frac{1}{8} \Rightarrow r = -\frac{1}{2} \quad \text{پاسخ:}$$

از این مثال نکته زیر نتیجه می شود:

نکته

اگر t_m و t_n دو جمله دلخواه از دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله از رابطه روبه رو به دست می آید ($m > n$).

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}$$

مثال: بین دو عدد 2 و 162 به تعداد سه واسطه هندسی درج کنید.

$$t_1 = 2, t_5 = 162 \rightarrow r^{5-1} = \frac{162}{2} \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r = \pm \sqrt[4]{81} = \pm 3 \quad \text{پاسخ:}$$

پس دو جواب داریم:

$$r = 3 \Rightarrow 2, 6, 18, 54, 162$$

$$r = -3 \Rightarrow 2, -6, 18, -54, 162$$

رابطه اندیس ها

در دنباله هندسی نیز مشابه دنباله حسابی، رابطه زیر را داریم: اگر t_q, t_p, t_n, t_m چهار جمله یک دنباله هندسی باشند و

$$t_n \times t_m = t_p \times t_q \quad m+n = p+q \quad \text{باشد، آنگاه:}$$

نکات تکمیلی

- ۱- اگر هر جمله یک دنباله هندسی را k برابر کنیم، باز هم دنباله هندسی خواهیم داشت که قدرنسبت تغییر نکرده ولی جمله اول k برابر شده است: $t_1, t_1 r, t_1 r^2, t_1 r^3, \dots \Rightarrow t_1 k, (t_1 k) r, (t_1 k) r^2, \dots$
- ۲- اگر هر جمله یک دنباله هندسی به توان k برسد، باز هم دنباله هندسی خواهیم داشت که جمله اول و قدرنسبت به توان k رسیده است. $t_1, t_1 r, t_1 r^2, \dots \Rightarrow t_1^k, t_1^k r^k, t_1^k r^{2k}, \dots$
- ۳- اگر جملات متوالی دو دنباله هندسی را نظیر به نظیر در هم ضرب کنیم (یعنی جملات اول در هم، جملات دوم در هم و ...) باز هم دنباله هندسی خواهیم داشت که جمله اول آن ضرب دو جمله اول دو دنباله و قدرنسبت آن ضرب قدرنسبت هاست.

$$\begin{cases} t_1, t_1 r, t_1 r^2, t_1 r^3, \dots \\ a_1, a_1 q, a_1 q^2, a_1 q^3, \dots \end{cases}$$

دنباله جدید: $(a_1 t_1), a_1 t_1 q r, a_1 t_1 (q r)^2, a_1 t_1 (q r)^3, \dots$

تذکر مهم: دنباله ثابت نیز نوعی دنباله هندسی است که در آن $r = 1$ یعنی دنباله ثابت، هم دنباله‌ای حسابی است (با قدرنسبت صفر) و هم دنباله‌ای است هندسی (با قدرنسبت ۱).

تست‌های فصل اول

*** یادآوری: مفهوم مجموعه و زیرمجموعه و نمایش آن‌ها، اشتراک، اجتماع، تفاضل و مجموعه‌های عددی ***

۱. چندتا از عبارت‌های زیر درست است؟

$$\text{III} \quad \{x\} \subset \{\{x\}, \{x, y\}\} \quad \text{II} \quad \{x\} \subset \{x, \{x\}\} \quad \text{I} \quad x \in \{\{x, y\}, \{x, \{x\}\}\}$$

(۱) فقط یکی (۲) فقط دو تا (۳) سه تا (۴) صفر

۲. اگر $A = \{-x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \left\{-\frac{x^2}{2} \mid x \in \mathbb{Z}\right\}$ باشد، کدام عدد زیر، عضو $A \cap B$ است؟

(۱) -۲ (۲) ۸ (۳) -۲۷ (۴) -۸

۳. کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

(۱) اگر A و B دو مجموعه متمایز غیرتهی باشند و $A - B = \emptyset$ باشد، آنگاه: $B - A \neq \emptyset$

(۲) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه: $(A - B) \cap (A - C) = \emptyset$

(۳) اگر $A \cup B = \emptyset$ باشد آنگاه: قطعاً $A \cap B = \emptyset$

(۴) اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد آنگاه: $(A - (B \cap C)) \cap (A \cup C) = A$

۴. اگر دو مجموعه $\{-1, a+2, b-1\}$ و $\{0, a, b\}$ با هم مساوی باشند، کدام رابطه همواره برقرار است؟

(۱) $2a - b = -3$ (۲) $2a + b = -1$ (۳) $2b + a = 1$ (۴) $2b - a = 3$

۵. اگر $A = \left\{ -1, \frac{\sqrt{2}}{5}, 2, \sqrt{3}, -\frac{1}{5}, 0 \right\}$ و $B = \left\{ x \mid x \in A, \frac{6}{x^2} \in \mathbb{N} \right\}$ باشد، آنگاه مجموعه B چند عضوی است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۶. اگر $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ و $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ و $C = \{1, 2, 3\}$ باشد، کدام رابطه درست است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) $A - B = C$ (۲) $B - C = \emptyset$ (۳) $B - C = \{1, 2\}$ (۴) $A - B = \{C\}$

۷. اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، حاصل $A - (B - (A \cap B))$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۸. مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{N}$ کدام مجموعه زیر را شامل می‌شود؟

- (۱) \mathbb{Z} (۲) \mathbb{W} (۳) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ (۴) \mathbb{Q}

۹. اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{b, c, g, e\}$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $A - (B - A) = B$ (۲) $A - (A - B) = B$
(۳) $A - (A - B) = A \cap B$ (۴) $A - (B - A) = A \cap B$

۱۰. چندتا از رابطه‌های زیر درست هستند؟

- (I) $\mathbb{Z} - \mathbb{R} = \mathbb{Q}$ (II) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \emptyset$ (III) $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ (IV) $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$
(۱) هیچ (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) هر ۴ تا

بازه

۱۱. کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-2, +\infty) = (-\infty, 2)$ (۲) $[-2, 5) - \left[\frac{3}{2}, \frac{11}{2} \right) = \left[-2, \frac{3}{2} \right)$
(۳) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1 \right) = \left(-\frac{1}{2}, 1 \right)$ (۴) $(-2, 2) - (-\infty, 1) = (1, 2)$

۱۲. اگر $A = \mathbb{R} - (-2, 4)$ و $B = \{x \mid -x \in A\}$ باشد، در این صورت در کدام گزینه، عدد داده شده عضو $A - B$ است؟

- (۱) $\sqrt{2} + 1$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

۱۳. حاصل کدام گزینه را می‌توان به شکل یک بازه نوشت؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-1, 13]$ (۲) $(-2, 5] \cap [5, 12)$ (۳) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ (۴) $\mathbb{R} - (-\infty, -11]$

(سراسری ۸۶)

۱۴. جواب نامعادله $0 \leq 1 - 2x \leq 1$ ، کدام بازه زیر است؟

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-2, 2]$ (۳) $\left[0, \frac{1}{2} \right)$ (۴) $[-4, 4]$

۱۵. کدام عدد زیر را می‌توان مشخص کرد؟

- (۱) کوچک‌ترین عدد گنگ بزرگ‌تر از $\sqrt{2}$ (۲) کوچک‌ترین عدد صحیح کمتر از $101 +$
(۳) بزرگ‌ترین عدد گویای کمتر از $\frac{5}{3}$ (۴) بزرگ‌ترین عدد صحیح قبل از $5\sqrt{13}$

۱۶. محدوده n چقدر باشد تا بازه $(2n-1, 3n+5)$ شامل عدد $\frac{3}{4}$ شود؟

- (۱) $(-\frac{7}{6}, \frac{5}{4})$ (۲) $(\frac{5}{4}, \frac{7}{6})$ (۳) $(-\frac{7}{6}, \frac{5}{2})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{7}{6})$

۱۷. به ازای کدام مقدار m عبارت $(\frac{m+1}{2}, \frac{1-m}{3})$ نمی تواند یک بازه باشد؟

- (۱) $0/3$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) -5 (۴) -3

۱۸. به ازای کدام مقادیر n تساوی $\mathbb{R} = (-\infty, 1 - \frac{n}{2}) \cup (\frac{n+2}{3}, +\infty)$ برقرار است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{2}{5})$ (۲) $(\frac{2}{5}, \infty)$ (۳) $(-\infty, \frac{2}{5}]$ (۴) $[-\frac{2}{5}, \infty)$

۱۹. اگر $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$ به صورت بازه باشد، مجموعه $(A_3 \cup A_6) - A_3$ برابر کدام بازه است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۶)

- (۱) $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (۳) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

۲۰. اگر n عددی طبیعی و A_n بازه $(-1)^n n, 2n)$ باشد، چند عدد صحیح به مجموعه $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ تعلق دارد؟

(سراسری ریاضی ۸۴)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۱. اگر $A \cap B = [-\frac{2}{5}, 2)$ و $A \cup B = (-2, \frac{11}{2})$ باشد، مجموعه A کدام بازه زیر می تواند باشد؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-2, \frac{5}{2})$ (۳) $(-\frac{2}{5}, \frac{5}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 2)$

۲۲. هریک از دانش آموزان ادعایی مطرح کرده است:

ساغر: اجتماع دو بازه حتماً یک بازه را مشخص می کند.

ساقی: اشتراک دو بازه غیر تهی به شرطی که $A \cap B \neq \emptyset$ باشد، حتماً یک بازه را مشخص می کند.

سارا: اگر $A \subseteq B$ باشد، مجموعه $B - A$ نمی تواند یک بازه باشد.

در مورد این سه ادعا چه می توان گفت؟

- (۱) فقط ادعای سارا درست است. (۲) فقط ادعای ساغر درست است.
(۳) هر سه درست می گویند. (۴) هیچ ادعایی درست نیست.

۲۳. نماد $\bigcap_{i=1}^n A_i$ را به این شکل تعریف می کنیم: $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$. حالا اگر $A_i = (-\frac{2}{i}, \frac{i+1}{2})$ باشد،

آنگاه حاصل $\bigcap_{i=1}^{100} A_i$ کدام است؟

- (۱) A_{100} (۲) A_1 (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(-\frac{1}{50}, 1)$

۲۴. چندتا از گزینه‌های زیر درست است؟

- (I) اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و $A \subseteq B$ باشد، آنگاه B نیز قطعاً نامتناهی است.
 (II) مجموعه \mathbb{Q} و \mathbb{Z} هر دو نامتناهی‌اند، در این صورت $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$ نیز نامتناهی است.
 (III) مجموعه اعداد گنگ بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ نامتناهی است.
 (IV) اگر A و $A - B$ دو مجموعه متناهی باشند، B می‌تواند نامتناهی باشد.

(۱) هیچ‌کدام (۲) یکی (۳) دو تا (۴) هر ۴ تا

۲۵. اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه دلخواه باشد، از بین مجموعه‌های $A \cap B$ و $A \cup B$ و $A - B$ و $B - A$ کدام مجموعه‌ها حتماً نامتناهی‌اند؟

(۱) فقط $A \cup B$ (۲) $A \cup B$ و $A - B$ (۳) فقط $A - B$ (۴) هر ۴ تا

۲۶. اگر $A = \{5, 6, 7, \dots\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, \{5, 6, 7, \dots\}\}$ و $C = A - B$ باشد، در این صورت:

(۱) A و B هر سه متناهی‌اند. (۲) A و C نامتناهی‌اند.

(۳) فقط C متناهی است. (۴) هر سه نامتناهی‌اند.

۲۷. اگر A مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموعه اعداد صحیح با قدر مطلق کمتر از ۱۰۰ باشد، آنگاه کدام مجموعه در \mathbb{Z} متناهی است؟

(۱) $A - B$ (۲) $\mathbb{Z} - A$ (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

(کنکور سراسری)

۲۸. کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $A = \{x \mid x = n - 1, n \in \mathbb{N}\}$ (۲) $B = \left\{x \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

(۳) $C = \{x \mid x = (-1)^{n-1}, n \in \mathbb{N}\}$ (۴) $D = \left\{x \mid \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

۲۹. سه نفر، ادعا کردند که مفهوم مجموعه نامتناهی را یاد گرفته‌اند و حرف‌هایی هم زده‌اند!

حامد: اگر $A - B$ نامتناهی باشد، قطعاً A نامتناهی است.

حسام: اگر $A \cap B$ نامتناهی باشد، کافی است A یا B نامتناهی باشند.

حمید: مجموعه $[-1, 1]$ نامتناهی است.

کدام گزینه درست است؟

(۱) هر سه نفر درست می‌گویند. (۲) فقط ادعای حسام نادرست است.

(۳) فقط ادعای حامد درست است. (۴) حسام و حمید درست می‌گویند.

(کنکور سراسری)

۳۰. اگر n عددی طبیعی باشد، کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $\{n \mid n^2 > n^2\}$ (۲) $\{n \mid n^2 > 2^n\}$ (۳) $\{n \mid 2^n > n^2\}$ (۴) $\{n \mid 2^n > n^2\}$

۳۱. چندتا از تساوی‌های زیر درست نیست؟

$A - U = \emptyset$ (IV) $A - A' = A'$ (III) $\emptyset' = U$ (II) $\emptyset - A = A'$ (I)
 چهار تا (۴) سه تا (۳) دو تا (۲) یکی (۱)

۳۲. اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

$A \cap B = \emptyset$ (۴) $A \cap B' = \emptyset$ (۳) $A' \cup B = U$ (۲) $B' \subseteq A'$ (۱)

۳۳. اگر $U = \mathbb{Z}$ مجموعه مرجع باشد و $A' = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B' = \{3, 5, 7, \dots\}$ باشد، مجموعه $(A \cup B)'$ کدام است؟

$\mathbb{Z} - \{3\}$ (۱) $\{3\}$ (۲)
 $\{2, 4, 6, \dots\}$ (۴) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, \dots\}$ (۳)

۳۴. اگر A و B دو مجموعه ناتهی باشند و $A - B = B - A$ باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$B \subseteq A'$ (۴) $A \subseteq B'$ (۳) $A = B'$ (۲) $A' = B'$ (۱)

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۸)

۳۵. متمم مجموعه $(B - A)' - A$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

B (۴) A (۳) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۱)

۳۶. اگر A, B, C سه مجموعه غیرتهی باشند و $A \subseteq B$ آنگاه مجموعه $(A \cap (B \cap C)) - (A \cap (B \cap C'))$ کدام است؟

$A \cap C'$ (۴) A (۳) $A \cap C$ (۲) B (۱)

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۹)

۳۷. متمم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

\emptyset (۴) $A' \cup B'$ (۳) B' (۲) A (۱)

۳۸. اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$ برابر کدام است؟

\emptyset (۴) A' (۳) $(A - B)'$ (۲) $A' - B'$ (۱)

(سراسری ریاضی ۸۹)

۳۹. چندتا از جملات زیر درست هستند؟

(I) اگر U و A نامتناهی باشند، حتماً A' متناهی است.

(II) اگر U نامتناهی و A متناهی باشد، حتماً A' نامتناهی است.

(III) اگر R مرجع باشد، متمم هر بازه هیچ‌گاه یک بازه نیست.

یکی (۱) دو تا (۲) سه تا (۳) صفر (۴)

۴۰. متمم مجموعه $\{x \mid x > +3\} \cup \{x \mid x \leq -1\}$ کدام است؟

$(-3, 1)$ (۱) $[-1, 3]$ (۲) $(-1, 3]$ (۳) $\mathbb{R} - (-1, 3]$ (۴)

۴۱. $A' \cap B'$ در کدام نمودار به درستی نشان داده شده است؟



۴۲. اگر $n(A-B) = 5$ و $n(A \cap B) = 13$ باشد، $n(A)$ چند عضو دارد؟

- ۱۸ (۱) ۱۳ (۲) ۸ (۳) ۲۱ (۴)

۴۳. در یک کلاس ۲۶ نفری، ۱۹ نفر ساعت مچی دارند و ۳ نفر عینک زده‌اند. چند نفر نه ساعت مچی دارند نه عینک؟

- (۱) دقیقاً ۴ نفر (۲) حداکثر ۴ نفر (۳) حداقل ۴ نفر (۴) حداقل ۷ نفر

۴۴. اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند و $n(U) = 40$ ، $n(A) = 29$ ، $n(B) = 23$ و $n(A \cap B) = 16$ باشد، در این صورت $n(A' \cap B')$ کدام است؟
(تمرین کتاب درسی)

- ۴ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴)

۴۵. در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۸ نفر در کلاس فوق برنامه هنری و ۲۱ نفر در کلاس فوق برنامه علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۹ نفر آن‌ها در این دو برنامه شرکت نکرده باشند، چند نفر از آن‌ها در هر دو برنامه شرکت کرده‌اند؟
(سراسری انسانی ۹۵)

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

۴۶. در نظرسنجی از ۱۰۰ نفر از مشتریان محصولات یک شرکت، مشخص شد که ۷۲ نفر از آن‌ها از کالای A و ۵۴ نفر از کالای B استفاده کرده‌اند و نیز مشخص شد که ۱۵ نفر از هیچ‌یک از دو کالا استفاده نکرده‌اند. در این صورت چند نفر فقط یکی از دو کالا را استفاده کرده‌اند؟

- ۶۱ (۱) ۷۲ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴)

۴۷. مجموعه $F = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 10 < x < 300\}$ چند عضو دارد که نه بر ۱۱ بخش پذیر است نه بر ۷؟
(مشابه کنکور)

- ۶۶ (۱) ۲۳۳ (۲) ۲۲۵ (۳) ۲۲۶ (۴)

۴۸. اگر $A_n = \{n, n+1, n+2, \dots, n+9\}$ ، آنگاه مقدار $(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n)$ چند عضوی است؟
(سنجش ریاضی ۹۰)

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۹. مجموعه A ، ۵ عضو و مجموعه $A \cup B$ ، ۷ عضو دارد. مجموعه $A \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟
(کنکور سراسری)

- ۲ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۵۰. اگر $n(A-B) = 7$ و $n(B-A) = 4$ و $n(B) = 15$ باشد، $n(A \cap B) + n(A \cup B)$ چند است؟

- ۱۱ (۱) ۲۲ (۲) ۳۳ (۳) ۴۴ (۴)

۵۱. اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ و $B' = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$ و $n(A) = 11$ و $n(B-A) = 7$ باشد، در این صورت $n(A' \cup B)$ برابر است با:

- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

۵۲. می‌دانیم $n(A) = 13$ و $n(B) = 9$ در این صورت چندتا از جملات زیر درست هستند؟

(I) مجموعه $A \cap B$ حداکثر ۱۳ عضو دارد. (II) مجموعه $A \cap B$ حداقل ۴ عضوی است.

(III) مجموعه $A \cup B$ حداکثر ۲۲ عضو دارد. (IV) مجموعه $A \cup B$ حداقل ۹ عضو دارد.

- (۱) فقط یکی (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۵۳. اگر $n(A) = 17$ و $n(B) = 11$ باشد، آنگاه:

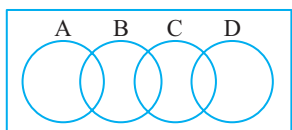
(۱) حداکثر $n(A-B)$ برابر است با ۱۱

(۲) حداقل $n(B-A)$ برابر است با ۶

(۳) حداقل $n(A-B)$ برابر است با ۶

(۴) حداکثر $n(B-A)$ برابر است با ۱۷

۵۴. اگر A, B, C, D چهار مجموعه مطابق شکل باشند، تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B \cup C \cup D$ کدام است؟



(۱) $n(A) + n(B) + n(C) + n(D) - n(B \cap C)$

(۲) $n(A) + n(B) + n(C) + n(D) - n(A \cap B) - n(C \cap D)$

(۳) $n(A) + n(D) + n((B \cup C) - (A \cup D))$

(۴) $n(A) + n(B) + n(C) + n(D) - n(B \cup C)$

۵۵. نماد Δ را به این صورت تعریف می‌کنیم: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ در این صورت اگر A مجموعه‌ای ۹ عضوی و

(کنکور سراسری)

B مجموعه‌ای ۱۳ عضوی و $n(A \cap B) = 2$ باشد، $n(A \Delta B)$ چند است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

۵۶. اگر $n(U) = 72$ و $n(A') + n(B') = 53$ و $n(A \cap B) = 31$ باشد، $n(A \cup B)$ چند است؟

(۱) ۶۸ (۲) ۶۰ (۳) ۵۸ (۴) ۴۰

۵۷. اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد و A و B و C به ترتیب ۵ و ۹ و ۱۵ عضوی باشند، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $n(A \cap B') = 0$ (۲) $n(A' \cap B) = 4$ (۳) $n(A \cap B \cap C) = 5$ (۴) $n((C \cap B') \cap A') = 1$

۵۸. در یک کلاس ۲۹ نفری، ۱۳ نفر در المپیاد شیمی و ۲۱ نفر در المپیاد ریاضی قبول شدند. حداکثر چند نفر در دو رشته قبول‌اند؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۳ (۴) ۵

۵۹. در یک تست فنی از ۷۵ خودروی ساخت داخل، نتایج زیر به‌دست آمده است:

- (I) ۲۳ خودرو نقص ترمز دارند.
- (II) ۳۵ خودرو نقص چراغ دارند.
- (III) ۴۰ خودرو نقص در فرمان دارند.
- (IV) ۱۳ خودرو نقص چراغ و ترمز را با هم دارند.
- (V) ۸ خودرو نقص فرمان و ترمز دارند.
- (VI) ۱۲ خودرو نقص در فرمان و چراغ دارند.

در این صورت اگر بدانیم هیچ خودرویی بدون نقص نبوده است، چند خودرو هر سه نقص فنی را دارند؟

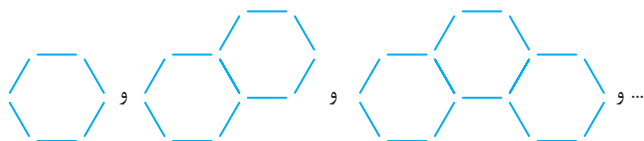
(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۰. در تست قبل چند خودرو نقص فرمان و چراغ دارند ولی ترمز آن‌ها سالم است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

الگوها

۶۱. در الگوی روبه‌رو، شکل نوزدهم از چند چوب‌کبریت ساخته می‌شود؟



شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

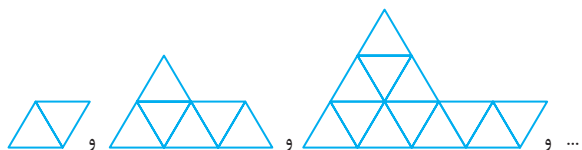
(۱) ۹۵

(۲) ۹۶

(۳) ۹۷

(۴) ۹۸

۶۲. در الگوی تصویری زیر، جمله عمومی برای محاسبه تعداد مثلث‌های کوچک کدام است؟



$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} + 1 \quad (1)$$

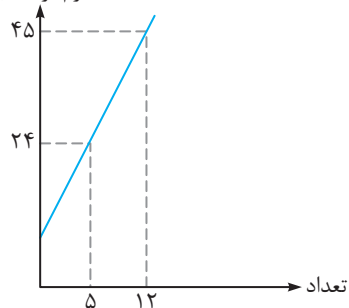
$$a_n = n^2 + n \quad (2)$$

$$a_n = n^2 + n - 1 \quad (3)$$

$$a_n = n(n+2) - 2 \quad (4)$$

۶۳. می‌دانیم جرم یک پاکت کاغذ و کاغذهای درون آن بر حسب تعداد کاغذها یک الگوی خطی است. با توجه به شکل روبه‌رو جرم یک برگ کاغذ چقدر است؟

جرم بر حسب g



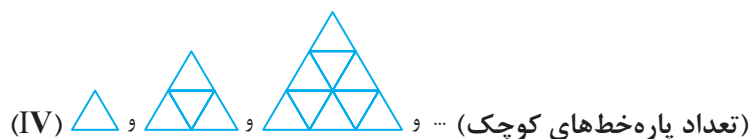
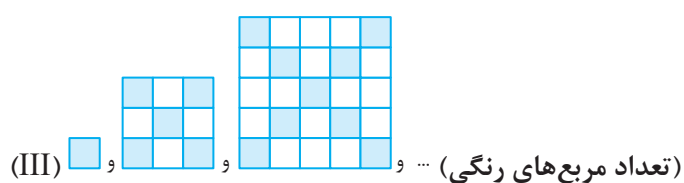
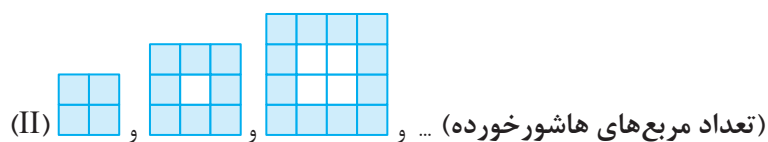
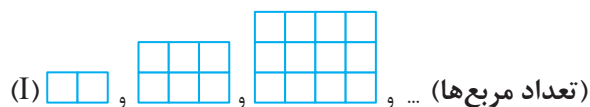
(1) 3

(2) 4

(3) 3/5

(4) 4/5

۶۴. در مقابل هر الگوی زیر، موضوع جمله عمومی الگو را بیان کرده‌ایم. چندتای آن‌ها الگوی خطی هستند؟



(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) فقط یکی

۶۵. چه تعداد از الگوهای زیر، خطی است؟

(I) 1, 1, 2, 2, 3, 3, ...

(II) 1001, 982, 963, ...

(III) 5, 5, 5, ...

(IV) 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ...

(۴) صفر

(۳) سه

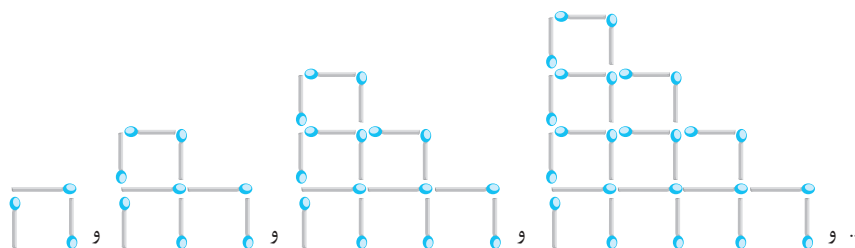
(۲) دو

(۱) یکی

۶۶. کدام الگوی زیر، یک الگوی درجه دوم است؟

- (۱) $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ (۲) $2, 9, 28, 65, \dots$ (۳) $1, 2, 6, 24, 120, \dots$ (۴) $0, 2, 6, 12, \dots$

۶۷. با توجه به الگوی زیر در شکل بیستم چند چوب کبریت به کار می‌رود؟

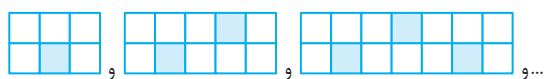


- (۱) ۴۶۰ (۲) ۴۵۶ (۳) ۴۱۹ (۴) ۴۴۰

۶۸. در یک الگوی خطی $a_{15} = 30$ و $a_{23} = -26$ است. در این الگو چند عدد مثبت وجود دارد؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۶۹. در شکل چهارم الگوی زیر، نسبت بخش رنگی به بخش سفید چقدر است؟



- (۱) $\frac{20}{61}$ (۲) $\frac{19}{51}$ (۳) $\frac{19}{61}$ (۴) $\frac{20}{59}$

دنباله

۷۰. چندتا از جملات زیر درست هستند؟

(I) برای هر دنباله عددی می‌توان جمله عمومی یافت.

(II) دنباله، همان الگو است که به مقادیر عددی نظیر شده است.

(III) اگر جملات یک دنباله خطی را نظیر به نظیر با جملات یک دنباله درجه دوم جمع بزنیم، باز هم دنباله‌ای درجه ۲ حاصل می‌شود.

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۱. جمله عمومی دنباله‌ای $a_n = \frac{n+3}{n+1}$ است. حاصل ضرب ۲۰ جمله اول آن برابر است با:

- (۱) $\frac{23}{2}$ (۲) $\frac{21}{2}$ (۳) $\frac{253}{3}$ (۴) $\frac{253}{6}$

۷۲. جمله $(2n+1)$ ام دنباله‌ای برابر است با $\frac{n+1}{n^2+1}$ ، در این صورت جمله یازدهم دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{13}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{6}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۷۳. جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{11-2n}{n+1}$ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) بی‌شمار

۷۴. مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $\frac{(-1)^n}{n+2}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{7}{12}$



۷۵. در دنباله‌ای $a_1 = 5$ و $a_r = 11$ و برای جملات رابطه $a_{n+r} = a_{n+1} - a_n$ برقرار است. جمله صدم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) -۵

۷۶. یکی از معروف‌ترین دنباله‌ها، دنباله «فیبوناتچی» است که در طبیعت کاربردهای زیادی دارد. در این دنباله $a_1 = a_r = 1$ و برای جملات بعدی رابطه $a_{n+r} = a_{n+1} + a_n$ برقرار است. در این صورت، اولین عدد ۳ رقمی که در این دنباله ظاهر می‌شود، چندمین جمله آن است؟

- (۱) دوازدهم (۲) یازدهم (۳) دهم (۴) نهم

۷۷. در یک دنباله عددی داریم $a_1 = 3$ و برای هر $n > 1$ نیز: $a_{n+1} = 2a_n - 1$ ، در این صورت جمله دهم دنباله چند است؟

- (۱) ۱۰۲۵ (۲) ۱۰۲۴ (۳) $2^{10} - 2^1$ (۴) $2^{10} - 10$

۷۸. در دنباله‌ای داریم: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n}$ ، اگر $u_1 = 1$ باشد، u_{10} کدام است؟

- (۱) $\frac{255}{256}$ (۲) $\frac{1024}{513}$ (۳) $\frac{1023}{1024}$ (۴) $\frac{1023}{512}$

۷۹. جمله عمومی دنباله‌ای به شکل $a_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{1}{n}$ است. حاصل $a_r - a_{18}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{360}$ (۲) $\frac{1}{120}$ (۳) $-\frac{1}{360}$ (۴) $-\frac{1}{120}$

دنباله حسابی

۸۰. کدام یک از جملات زیر درست هستند؟

- (I) هر الگوی خطی یک دنباله حسابی است.
 (II) دنباله $3, 3, 3, 3, \dots$ یک دنباله حسابی است.
 (III) دنباله $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$ یک دنباله حسابی است.

- (۱) فقط I (۲) فقط I و II (۳) I و II و III (۴) II و III

۸۱. دو نوع سیم کارت با شرایط زیر واگذار می‌شود، میزان مکالمه ماهیانه حداکثر چقدر باشد تا سیم کارت A به صرفه باشد؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۴۲۰

| ثابت ماهیانه | هر دقیقه مکالمه | |
|--------------|-----------------|---|
| ۳۰۰۰ تومان | ۲۵ تومان | A |
| ۵۰۰۰ تومان | ۲۰ تومان | B |

۵۷, ۵۳, ۴۹, ...

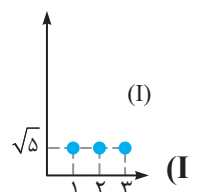
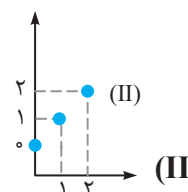
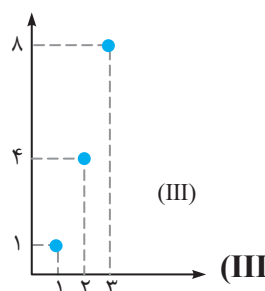
۸۲. دنباله حسابی مقابل چند جمله مثبت دارد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۸۳. اگر دنباله حسابی جمله پنجم و یازدهم به ترتیب ۳۷ و ۷۹ باشد، جمله اول دنباله چند است؟

- (۱) ۱ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۸۴. چندتا از نمودارهای زیر می‌توانند بیانگر یک دنباله حسابی باشند؟



(۴) هیچ

(۳) سه تا

(۲) دو تا

(۱) یکی

۸۵. اگر سه مقدار $x+11$ و $2x-7$ و $5-3x$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، قدر نسبت این دنباله چند است؟

(۱) -14 (۲) 14 (۳) $+13$ (۴) -13

۸۶. مجموع دو جمله n ام و $(n-1)$ ام دنباله حسابی $2, 5, 8, 11, \dots$ کدام است؟ (مشابه کنکور سراسری انسانی)

(۱) $6n-5$ (۲) $5n-5$ (۳) $6n-6$ (۴) $5n-6$

۸۷. در رشته اعداد $\dots, \frac{14}{17}, \frac{11}{13}, \frac{8}{9}, 1, 2, \dots$ جمله نوزدهم کدام است؟

(۱) $\frac{57}{75}$ (۲) $\frac{19}{24}$ (۳) $\frac{56}{73}$ (۴) $\frac{58}{75}$

۸۸. جمله عمومی دنباله حسابی برابر با $t_n = \frac{3-2n}{5}$ است. قدر نسبت دنباله برابر است با:

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) -2 (۴) $-5/4$

۸۹. در دنباله حسابی «... و y و 35 و x و 125 » مقدار y کدام است؟ (کنکور انسانی)

(۱) -10 (۲) 25 (۳) -20 (۴) -5

۹۰. بین دو عدد -11 و 61 تعداد 9 واسطه حسابی درج می کنیم، قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

(۱) $7/2$ (۲) 8 (۳) 9 (۴) 5

۹۱. بین دو عدد $7-\sqrt{3}$ و $3+\sqrt{3}$ چند عدد می توان قرار داد، به طوری که دنباله حسابی با قدر نسبت 1 تشکیل شود؟

(۱) 10 (۲) 9 (۳) 11 (۴) 8

۹۲. روی محور اعداد فاصله بین دو عدد $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ را با قرار دادن 6 نقطه به 7 پاره خط مساوی تقسیم می کنیم، سومین نقطه از چپ به راست، متناظر با چه عددی است؟

(۱) $\frac{9}{35}$ (۲) $\frac{2}{105}$ (۳) $\frac{3}{35}$ (۴) $\frac{2}{21}$

۹۳. در یک دنباله حسابی $a_n = 3m$ و $a_m = 3n$ قدر نسبت دنباله برابر است با:

(۱) -3 (۲) -4 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۹۴. در یک دنباله حسابی، مجموع 4 جمله اول 31 و مجموع 4 جمله بعدی 95 است. قدر نسبت دنباله کدام است؟ (کتاب درسی)

(۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 5

۹۵. اعداد p و y و q و $5y$ به همین ترتیب، جمله های یک دنباله حسابی هستند. نسبت $\frac{p}{q}$ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۹۶. تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی 5 و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم 25 است. جمله بیست و یکم این دنباله چند است؟

(۱) 35 (۲) 36 (۳) $37/5$ (۴) $38/5$



۹۷. در یک دنباله حسابی $t_{11} = 24$ و $t_{11}^2 - t_8^2 = 144$ است، در این صورت جمله دهم دنباله چند است؟

- (۱) $22/5$ (۲) $23/5$ (۳) ۲۴ (۴) ۲۱

۹۸. در یک دنباله حسابی، رابطه $2t_1 + 3t_2 - 5t_3 = 8$ برقرار است. حاصل $5t_1 - 3t_2 - 2t_3$ کدام است؟ (کنکور ریاضی ۹۰)

- (۱) -۸ (۲) $-\frac{8}{8}$ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) ۸

۹۹. در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی آن است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۱)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰. قطار سریع‌السیر به‌طور آزمایشی فاصله دو شهر را بار اول در ۴ ساعت طی می‌کند. طبق برنامه زمان‌بندی شده، در هر رفت و برگشت، ۵ دقیقه از مدت‌زمان نوبت قبل کاسته می‌شود تا مدت‌زمان پیمودن این مسافت به ۲ ساعت پیش‌بینی شده برسد. تعداد نوبت‌های آزمایشی با احتساب بار اول کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۱۰۱. بین دو عدد ۱۱- و ۶۱ به چند روش می‌توان واسطه‌های حسابی درج کرد، به‌طوری‌که تمام جملات دنباله صحیح باشند؟

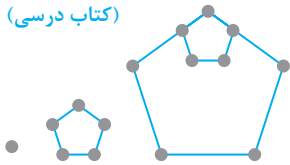
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۰۲. ۲۲۰ قرص نان را بین ۵ نفر طوری تقسیم می‌کنیم که سهم نفرات، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد. در این صورت کمترین سهم چند قرص نان است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۱۱

۱۰۳. در الگوی مقابل، تعداد نقاط هر شکل، دنباله‌ای تشکیل می‌دهد. چندمین شکل این الگو شامل ۳۷۷ نقطه است؟

(کتاب درسی)



- (۱) ۹۵ (۲) ۹۶

- (۳) ۹۷ (۴) ۹۸

۱۰۴. در دنباله‌های عددی $(3, 7, 11, \dots)$ و $(4, 7, 10, \dots)$ چند جمله مساوی کوچک‌تر از ۵۰ وجود دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) چهار جمله (۲) پنج جمله (۳) سه جمله (۴) دو جمله

۱۰۵. در یک دنباله حسابی با جمله اول ۳۱ و قدر نسبت ۹، اولین جمله چهار رقمی کدام است؟

- (۱) ۱۰۰۱ (۲) ۱۰۰۲ (۳) ۱۰۰۳ (۴) ۱۰۰۴

۱۰۶. در دنباله حسابی $\dots, \frac{7}{4}, 2$ ، جملات a_4, a_8, a_{11} و ... تشکیل دنباله حسابی دیگری می‌دهند. قدر نسبت این دنباله جدید چند است؟ (آزاد قدیم)

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) -۱ (۳) -۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۷. به جمله اول دنباله‌ای ۲ واحد اضافه کردیم و به قدر نسبت ۳ واحد اضافه شده است. دنباله جدیدی تشکیل شده است. به جمله بیستم چقدر اضافه شده است؟

- (۱) ۵۹ (۲) ۵۷ (۳) ۵۵ (۴) ۵۶

۱۰۸. در دو دنباله زیر چند عدد ۳ رقمی مشترک وجود دارد؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۴)

- (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴) ۶
- $\left\{ \begin{array}{l} 2, 7, 12, \dots \\ 8, 11, 14, \dots \end{array} \right.$

۱۰۹. در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۱۰ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است. جمله چهارم کدام است؟

(کنکور تجربی ۸۹)

$$\begin{matrix} 6 \text{ (1)} & 7 \text{ (2)} & 8 \text{ (3)} & 13 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۰. اگر $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$$

$$\begin{matrix} \frac{1}{a_1 a_n} \text{ (1)} & \frac{d}{a_n a_n} \text{ (2)} & \frac{19}{a_1 a_n} \text{ (3)} & \frac{19d}{a_1 a_n} \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۱. اگر f_n و t_n نماد جمله عمومی دنباله‌های حسابی باشند، کدام جمله عمومی زیر، یک دنباله حسابی نیست؟

$$\begin{matrix} f_n + t_n \text{ (1)} & t_n - 2f_n \text{ (2)} & t_{n+1}^2 + t_n^2 \text{ (3)} & t_{n+1}^2 - t_n^2 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۲. سه عدد دنباله حسابی تشکیل می‌دهند، به طوری که مجموع آن‌ها ۱۲ و حاصل ضرب آن‌ها -80 است. بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

$$\begin{matrix} 4 \text{ (1)} & 8 \text{ (2)} & 9 \text{ (3)} & 10 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۳. در دنباله حسابی $(1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots)$ جمله اول را با $\frac{10}{3}$ و جمله دوم را با $\frac{8}{3}$ و جمله سوم را با $\frac{6}{3}$ و ... جمع می‌زنیم.

بیستمین جمله دنباله جدید چند است؟

$$\begin{matrix} -\frac{1}{3} \text{ (1)} & \frac{22}{3} \text{ (2)} & -2 \text{ (3)} & \text{صفر} \text{ (4)} \end{matrix}$$

دنباله هندسی

$48, -24, 12, -6, \dots$

۱۱۴. جمله سیزدهم دنباله روبه‌رو کدام است؟

$$\begin{matrix} \frac{3}{256} \text{ (1)} & \frac{1}{256} \text{ (2)} & \frac{3}{128} \text{ (3)} & \frac{3}{512} \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۵. چندتا از دنباله‌های زیر هندسی هستند؟

- (I) $\sqrt{2}, 2, \sqrt{8}, 4, \dots$ (II) $\sqrt{2} - 1, 1, \sqrt{2} + 1, \dots$
(III) $5, -5, +5, -5, \dots$ (IV) $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots$

$$\begin{matrix} \text{یکی} \text{ (1)} & \text{دوتا} \text{ (2)} & \text{سه‌تا} \text{ (3)} & \text{چهارتا} \text{ (4)} \end{matrix}$$

$3, a, b, c, 108, \dots$

۱۱۶. اگر دنباله زیر هندسی باشد، مقدار b کدام است؟

$$\begin{matrix} 9 \text{ (1)} & \pm 18 \text{ (2)} & 18 \text{ (3)} & \pm 9 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۷. جمله چهارم و هفتم یک دنباله به ترتیب -6 و -162 است. قدر نسبت دنباله چقدر است؟

$$\begin{matrix} 3 \text{ (1)} & \pm 3 \text{ (2)} & 4 \text{ (3)} & \pm 4 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۸. بین دو عدد 6 و 384 ، پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم. دومین واسطه هندسی درج‌شده کدام است؟ (کتاب درسی)

$$\begin{matrix} 24 \text{ (1)} & \pm 24 \text{ (2)} & 18 \text{ (3)} & 12 \text{ (4)} \end{matrix}$$

۱۱۹. یک کوه یخی ۱۵۰۰ تن جرم دارد. این کوه هر روز در اثر گرما $\frac{1}{4}$ جرم خود را از دست می‌دهد. پس از گذشت ۴ روز:

(۱) کوه یخی کلاً ذوب می‌شود. (۲) حدود نیمی از آن باقی می‌ماند.

(۳) حدود $\frac{1}{3}$ آن باقی می‌ماند. (۴) حدود $\frac{3}{4}$ آن ذوب می‌شود.

۱۲۰. اگر نرخ تورم در یک کشور به گفته دولت ۲۰٪ باشد، قیمت کالا پس از چند سال دو برابر می‌شود؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۲۱. جمله عمومی یک دنباله هندسی $t_n = -\frac{3}{e^{n+1}}$ است. قدر نسبت این دنباله چند است؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{18}$

۱۲۲. جملات پنجم و سیزدهم در یک دنباله هندسی به ترتیب برابر با ۶ و ۹۶ هستند. در این صورت اگر جمله سوم باشد، جمله پانزدهم چند است؟

(۱) $81\sqrt{2}$ (۲) ۱۹۲ (۳) $96\sqrt{2}$ (۴) $192\sqrt{2}$

۱۲۳. در دنباله هندسی غیرافزایشی به صورت $\dots, b, a, 9, a, 4$ جمله ششم دنباله چند است؟

(مشابه سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۹)

(۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۱۲۴. اگر t_n جمله عمومی یک دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\frac{t_1 + t_5 + t_9}{t_7 + t_8 + t_{13}}$ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{36}$ (۲) ۲۷ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) ۸۱

۱۲۵. در یک دنباله هندسی اگر $t_1 + t_2 + \dots + t_{10} = -16$ و $t_1 + t_2 + \dots + t_9 = 32$ باشد، نسبت $\frac{t_5}{t_7}$ چند است؟

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) -۸ (۳) 8^{-1} (۴) $-\frac{1}{8}$

۱۲۶. در یک دنباله هندسی با قدر نسبت $-\sqrt{2}$ ، حاصل $\frac{t_3 t_5}{t_7^2}$ برابر است با:

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۷. در یک دنباله هندسی با قدر نسبت $r = 2$ ، مجموع شش جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

(کنکور ریاضی) (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۲۸. چه تعداد از جملات دنباله هندسی $(2, 3, \frac{9}{4}, \dots)$ کوچک‌تر از ۱۰ هستند؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۲۹. اگر نوشتن اعداد را در دنباله هندسی زیر ادامه دهیم، عدد ۱۰۰۰ بین کدام دو جمله متوالی آن است؟
۴, ۱۲, ۳۶, ...

(۱) پنجم و ششم (۲) ششم و هفتم (۳) هفتم و هشتم (۴) هشتم و نهم

۱۳۰. بین دو عدد X و $5+X$ سه واسطه هندسی درج کرده‌ایم. اگر اختلاف واسطه اول و سوم برابر ۲ باشد، واسطه دوم درج شده کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۳۱. از هر یک از اعداد ۶، ۱۰ و ۲۲ چه مقداری کم کنیم تا اعداد حاصل دنباله هندسی تشکیل دهند؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۳۲. در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

- (۱) $\frac{81}{16}$ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۱۳۳. در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ است. مجموع ۶ جمله اول کدام است؟

(سراسری ریاضی ۸۸)

- (۱) $10/8$ (۲) $11/2$ (۳) $12/6$ (۴) $13/4$

۱۳۴. اگر t_1 و t_r و t_r سه جمله اول دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ باشند، در کدام گزینه، سه جمله داده شده یک دنباله هندسی هستند؟

- (۱) $t_1 + 1, t_1 + t_r, t_r + t_r$ (۲) $t_1 + 1, t_r + 4, t_r + 16$
(۳) $t_1 + 1, t_r + 2, t_r + 3$ (۴) $t_1 + 1, t_r + 2, t_r + 4$

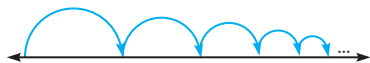
۱۳۵. نوعی لایه سربی وجود دارد که نصف پرتو رادیواکتیو را جذب می کند. حداقل چند لایه استفاده شود تا حداقل ۹۷٪ پرتوها جذب شده باشند؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۶. حاصل ضرب جملات سوم، چهارم، پنجم، ششم و هفتم یک دنباله هندسی برابر با ۳۲ است. در این صورت جمله پنجم دنباله چند است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۳۷. موجی بر روی نیم دایره های بالای یک محور حرکت می کند. قطر نیم دایره اول ۱ واحد است. هر بار که به محور برخورد می کند، ۲۰ درصد از طول موج آن کاسته می شود. اندازه محیط این نیم دایره های متوالی، دنباله اعداد حقیقی است. محیط هفتمین نیم دایره چقدر است؟



- (۱) $\frac{2\pi}{1000000}$ (۲) $\frac{2^6\pi}{1000000}$ (۳) $\frac{2^{18}\pi}{1000000}$ (۴) $\frac{2^{15}\pi}{1000000}$

۱۳۸. اگر t_1 و t_r و ... جملات یک دنباله هندسی باشند با قدر نسبت r ، دنباله $t_1 - t_r$ و $t_r - t_{2r}$ و $t_{2r} - t_{4r}$ و ... چه دنباله ای تشکیل می دهند؟

- (۱) هندسی با قدر نسبت $1-r$ (۲) حسابی با قدر نسبت $1-r$
(۳) هندسی با قدر نسبت r (۴) هندسی با قدر نسبت $1-2t_1$

۱۳۹. اگر در یک دنباله هندسی $t_n = 2n$ و $t_{2n} = 4n$ باشد، در این صورت قدر نسبت دنباله برابر است با:

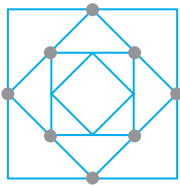
- (۱) \sqrt{n} (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2n}$

(کتاب درسی)

۱۴۰. حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله زیر کدام است؟

- (۱) 3^{100} (۲) 3^{190} (۳) 3^{80} (۴) $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \dots$

۱۴۱. در شکل روبه‌رو، ضلع مربع بزرگ ۱ واحد است. وسط‌های اضلاع آن را متوالیاً وصل می‌کنیم تا مربع دیگری به دست آید. همین کار را با مربع دوم نیز انجام می‌دهیم و ... در این صورت محیط دهمین مربع چند است؟



(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(۱) $\frac{1}{8}$

۱۴۲. اگر t_n جملات یک دنباله هندسی با قدر نسبت r باشد، کدام جمله درست نیست؟

(۱) t_1 و t_3 و t_5 ... دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت r^2 است.

(۲) t_1^2 و t_3^2 و t_5^2 ... دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت r^2 است.

(۳) $2t_1$ و $2t_3$ و $2t_5$... دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت $2r$ است.

(۴) $(t_1 + t_3)$ و $(t_3 + t_5)$ و $(t_5 + t_7)$... دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت r است.

۱۴۳. اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، حاصل عبارت $\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) a^2 b^2 c^2$ برابر است با:

(۱) $a^3 b^3 c^3$

(۲) $a^3 + b^3 + c^3$

(۳) $a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2$

(۴) $a + b + c$

۱۴۴. در یک دنباله هندسی حاصل ضرب ۹ جمله اول دنباله ۸ است (t_1, t_2, \dots, t_9) . در این صورت حاصل $t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot t_4 \cdot t_5 \cdot t_6 \cdot t_7 \cdot t_8 \cdot t_9$ چقدر است؟

(۴) ۴

(۳) $2^4 \sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{2}$

سوالات ترکیبی دنباله حسابی و هندسی

۱۴۵. چندتا از جملات زیر درست هستند؟

(I) فقط یک دنباله هست که هم هندسی باشد هم حسابی.

(II) در دنباله حسابی اگر $d > 0$ باشد، جملات افزایشی هستند.

(III) در دنباله هندسی اگر $r > 0$ باشد، جملات افزایشی هستند.

- (۱) هیچ (۲) یکی (۳) دو تا (۴) سه تا

۱۴۶. جملات دوم، سوم و چهارم یک دنباله هندسی غیر ثابت به ترتیب با جملات دوم، چهارم و هشتم یک دنباله حسابی برابرند. قدر نسبت دنباله هندسی چند است؟

(۴) ۴

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴۷. جملات سوم، پنجم و یازدهم یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی اند. قدر نسبت دنباله هندسی چند است؟ (پرتکرار)

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴۸. جملات a_5, a_7, a_{11} جملات یک دنباله حسابی غیر ثابت اند که به ترتیب با جملات t_5, t_7 و t_9 در یک دنباله هندسی برابرند. در این صورت قدر نسبت دنباله هندسی چند است؟

(۴) $\pm\sqrt{2}$

(۳) $\pm\frac{1}{2}$

(۲) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

(۱) ۲

۱۴۹. a^2 ، b^2 و c^2 دنباله حسابی تشکیل می‌دهد (با همین ترتیب). در این صورت کدام سه عدد زیر نیز دنباله حسابی تشکیل می‌دهند؟

$$(۱) \frac{1}{a+c} \text{ و } \frac{1}{a+c} \text{ و } \frac{1}{b+c}$$

$$(۲) \frac{1}{a-b} \text{ و } \frac{1}{a-c} \text{ و } \frac{1}{b-c}$$

$$(۳) \frac{1}{a+c} \text{ و } \frac{1}{b+a} \text{ و } \frac{1}{b+c}$$

$$(۴) \frac{a}{b} \text{ و } \frac{b}{c} \text{ و } \frac{a}{c}$$

۱۵۰. در دنباله متناهی ۲۰، ۱۸، ۱۵، x ، ۹، ۷، ۶، ۲ و ۱ چند عدد صحیح با شرط $9 < x < 15$ می‌توان قرار داد تا هیچ سه

عددی تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت صحیح ندهند؟

(المپیاد ریاضی ایران)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۱. اعداد ۱، y و x سه جمله متوالی یک دنباله حسابی‌اند. اگر اعداد ۱، y و $x+9$ تشکیل دنباله هندسی بدهند، مقدار y کدام است؟

(۱) ۴ و -۲ (۲) ۲ و -۴ (۳) فقط ۴ (۴) فقط ۲

۱۵۲. سه جمله نخست یک دنباله هندسی مفروض‌اند. اگر دو جمله بین جملات دوم و سوم این دنباله هندسی درج کنیم، پنج جمله از یک دنباله هندسی با قدر نسبت‌ها به دست می‌آید. قدر نسب دنباله هندسی چه عددی بوده است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (آزاد انسانی خارج از کشور ۸۶)

۱۵۳. اندازه سه ضلع مثلثی، دنباله هندسی تشکیل می‌دهند. کدام جمله درست است؟

(۱) اندازه ۳ میانۀ مثلث دنباله حسابی تشکیل می‌دهند. (۲) اندازه ۳ زاویۀ مثلث دنباله حسابی تشکیل می‌دهند.

(۳) اندازه ۳ ارتفاع مثلث دنباله هندسی تشکیل می‌دهند. (۴) اندازه ۳ میانۀ مثلث دنباله هندسی تشکیل می‌دهند.

۱۵۴. اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله هندسی ساخته‌اند. اگر قدر نسبت دنباله r باشد، کدام رابطه درست است؟

(۱) $r^4 - r = 1$ (۲) $r^2 - r = 1$ (۳) $r^4 - r^2 = 1$ (۴) $r^4 + r^2 = 1$

مجموع جملات دنباله حسابی و هندسی (برای علاقمندان)

الف) مجموع جملات دنباله حسابی

۱۵۵. مجموع ده جمله اول دنباله حسابی روبه‌رو کدام است؟

-۳، ۲، ۷، ۱۲، ...

(۱) ۱۹۵ (۲) ۱۹۶ (۳) ۱۹۸ (۴) ۲۰۵

۱۵۶. حاصل جمع اعداد فرد متوالی ۱۱، ۱۳، ۱۵، ...، ۷۵ کدام است؟

(سنجش انسانی ۹۰)

(۱) ۱۳۰۹ (۲) ۱۳۹۷ (۳) ۱۴۱۹ (۴) ۱۴۲۹

۱۵۷. یک کارخانه تولید باطری در هفته اول کار خود ۱۰۰۰ باطری تولید کرده است و قصد دارد هر هفته ۲۰۰ باطری به تولید خود اضافه کند. در پایان هفته هفتم، مجموع تعداد باطری‌های تولیدشده کدام است؟

(۱) ۷۸۰۰ (۲) ۹۲۰۰ (۳) ۱۰۸۰۰ (۴) ۱۱۲۰۰

۱۵۸. در یک دنباله حسابی، جمله اول و قدر نسبت با هم برابرند. اگر جمله ششم آن ۳۰ باشد، مجموع بیست جمله اول آن کدام است؟

(۱) ۱۱۵۰ (۲) ۱۰۵۰ (۳) ۹۵۰ (۴) ۹۷۵



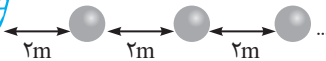
۱۵۹. در یک دنباله حسابی، مجموع هفت جمله اول با مجموع یازده جمله اول برابر است. مجموع هجده جمله اول دنباله برابر است با:

- (۱) ۱۸ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) ۱۷

۱۶۰. اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین جمله هر دسته، مجذور کامل باشد. مجموع جملات در دسته دهم کدام است؟ $(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), \dots$ (سراسری ریاضی ۸۴)

- (۱) ۱۶۹۱ (۲) ۱۷۱۰ (۳) ۱۷۲۹ (۴) ۱۷۴۸

۱۶۱. تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله دو متر از هم قرار دارند. فاصله توپ اول تا یک سبد ۲ متر است. دونه باید از کنار سبد شروع کند هر توپ را بردارد، به سبد بیندازد و دوباره به طرف توپ بعدی برود، آن را تا سبد حمل کند و درون سبد بیندازد. اگر این دونه در مجموع ۴۸۰ متر دویده باشد، چند توپ را در سبد انداخته است؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

۱۶۲. اگر از جمله اول یک دنباله عددی ۴ واحد کم کنیم و قدر نسبت دنباله را یک واحد زیاد کنیم و دنباله جدیدی بسازیم، مجموع ده جمله اول دنباله چه تغییری می‌کند؟ (پرتکرار)

- (۱) ۵ واحد زیادتر می‌شود. (۲) ۳۵ واحد کمتر می‌شود.
(۳) یک واحد بیشتر می‌شود. (۴) ۷ واحد کمتر می‌شود.

۱۶۳. مجموع n جمله اولیه دنباله عددی از رابطه $S_n = n^2 + n$ به دست می‌آید. اگر a_1 و a_2 و a_3 و ... و a_k جملات متوالی این دنباله باشند، حاصل $a_1 + a_2 + \dots + a_{99}$ چند است؟

- (۱) ۲۵۰۰ (۲) ۲۵۵۰ (۳) ۴۹۰۰ (۴) ۵۰۰۰

۱۶۴. اگر در یک دنباله حسابی داشته باشیم $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$ و $m \neq n$ ، آنگاه d برابر است با:

- (۱) a_1 (۲) $2a_1$ (۳) $\frac{1}{2}a_1$ (۴) $-a_1$

۱۶۵. ببری به سمت یک آهو حمله می‌کند که در فاصله $82/5$ متری اش است. ببر در ثانیه اول یک متر، در ثانیه دوم ۳ متر و در ثانیه سوم ۵ متر و ... حرکت می‌کند و آهو در ثانیه اول یک متر و در ثانیه دوم $1/5$ متر و در ثانیه سوم ۵ متر و ... حرکت می‌کند. ببر پس از چند ثانیه آهو را شکار می‌کند؟!

- (۱) ۱۰ (۲) $10/5$ (۳) ۱۱ (۴) $11/5$

۱۶۶. اگر $572 = (x+1) + (x+4) + (x+7) + \dots + (x+31)$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) $x = 30$ (۲) $x = 32$ (۳) $x = 34$ (۴) $x = 36$

۱۶۷. حاصل عبارت $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2$ کدام است؟

- (۱) -5050 (۲) -5000 (۳) -4950 (۴) -5100

۱۶۸. در یک دنباله حسابی $S_8 - S_5 = 7$ ، حاصل جمع جمله‌های $a_1 + a_2 + \dots + a_7$ چقدر است؟

- (۱) ۱۴ (۲) $14/3$ (۳) ۴۹ (۴) $49/3$ (آزاد ریاضی ۹۱)