

## فصل ۲

عدد مخلوط

**مثال ۹۸** آیا عددهای  $\frac{5}{5}$  و  $\frac{7}{6}$  به درستی به شکل عدد مخلوط نوشته شده‌اند؟

در عدد مخلوط، قسمت کسری باید یک کسر کوچک‌تر از واحد (یعنی صورتش از مخرج کوچک‌تر) باشد.

$$\frac{2}{5} = 2+1=3$$

$$\frac{3}{7} = 3+1\frac{1}{6}=4\frac{1}{6}$$

**مذکون** در مقایسه‌ی دو عدد مخلوط، ابتدا بررسی می‌کنیم که به شکل درست نوشته شده باشند، بعد قسمت صحیح آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم و در صورت مساوی بودن، قسمت کسرها را مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{2}{4} \boxed{\geq} \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 4 \\ 2+1 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\frac{2}{4} \boxed{\geq} \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{7} \boxed{>} \frac{5}{9}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 7 \\ 2 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$$

**مثال ۹۹** مقایسه کنید.

$$\frac{1}{1000} \boxed{>} \frac{1}{100}$$

$$5 \boxed{>} \frac{9}{10}$$

**مثال ۱۰۰** آیا کسر  $\frac{4}{9}$  بین  $\frac{8}{11}$  و  $\frac{2}{7}$  قرار دارد؟

است. بنابراین برای این که  $\frac{4}{9}$  بین آن‌ها باشد باید از  $\frac{2}{7}$  بزرگ‌تر و از  $\frac{8}{11}$  کوچک‌تر باشد:

$$\frac{18}{63} = \frac{2 \times 9}{7 \times 9} < \frac{4 \times 7}{9 \times 7} = \frac{28}{63} \quad \text{و} \quad \frac{44}{99} = \frac{4 \times 11}{9 \times 11} < \frac{8 \times 9}{11 \times 9} = \frac{72}{99} \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{4}{9} < \frac{8}{11}$$

**هُنگته** بین دو کسر بی‌شمار کسر وجود دارد که یکی از آن‌ها کسری است که صورتش مجموع صورت‌ها و مخرجش مجموع مخرج‌هاست.

$$\text{مثال } \frac{2}{7} < \frac{1}{18} < \frac{2+8}{7+11} = \frac{8}{11}$$

### جمع و تفریق اعداد مخلوط

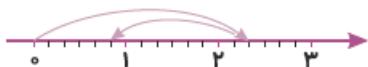
$$\text{مثال } \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

**پاسخ**

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 - 1 \times 3}{3 \times 2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{9}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

با  $\Delta$  علامت، هر واحد محور را  $\Delta$  قسمت مساوی می‌کنیم. اول از  $2$ ،  $2$  تا  $\frac{1}{6}$  جلوتر می‌رویم، بعد  $9$  تا  $\frac{1}{6}$  به عقب بر می‌گردیم و به  $\frac{5}{6}$  می‌رسیم.



به جمع و تفریق‌های زیر توجه کنید.

در جمع و تفریق اعداد مخلوط، می‌توانیم اعداد صحیح را با هم و کسرها را با هم جمع و تفریق کنیم.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = (3+2) + \left( \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5} \right) = 5 + \frac{13}{10} = 6\frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{3} =$$

چون  $\frac{2}{3}$  از  $\frac{1}{4}$  بزرگ‌تر است، نمی‌شود از  $\frac{1}{4}$  کم کرد. برای پیداکردن حاصل این عبارت، می‌توانیم ابتدا دو عدد را به کسر تبدیل کنیم، بعد تفریق را انجام دهیم. (برای به دست آوردن این تفریق روش‌های درست دیگر هم داریم).

$$\frac{17 \times 3}{4 \times 3} - \frac{8 \times 4}{3 \times 4} = \frac{51}{12} - \frac{32}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{15} = (3+2-1) + \left( \frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1}{15} \right) = 4 + \frac{7}{15} = 4\frac{7}{15}$$

### ضرب کسرها

**هُنگته** برای پیداکردن کسری از یک مقدار، می‌توانیم آن کسر را در آن مقدار ضرب کنیم.

$$\text{مثال } \frac{2}{5} \text{ سارا } 20 \text{ بادکنک دارد. } \frac{2}{5} \text{ آن‌ها می‌ترکد. چندتا از آن‌ها باقی می‌ماند؟}$$

$$\frac{2}{5} \times 20 = \frac{40}{5} = 8 \quad \text{ترکیده}$$

$$20 - 8 = 12 \quad \text{باقی‌مانده}$$

### پاسخ

**مثال** نصف ثلث خمس  $6$  را حساب کنید.

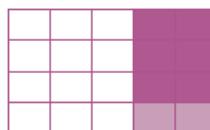
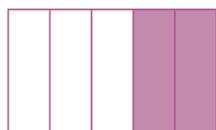
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 60 = \frac{1}{30} \times 60 = 2$$

### پاسخ

روش سریع‌تر:

**مثال ۹۹** عبارت  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$  را روی شکل نشان دهید.

**پاسخ** یعنی  $\frac{3}{4}$  از  $\frac{2}{5}$  شکل را باید مشخص کنیم. ابتدا واحد (شکل) را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و دو قسمت از آن را مشخص (رنگ) می‌کنیم. سپس قسمت رنگی را ۴ قسمت می‌کنیم و ۳ قسمت از آن را رنگ می‌زنیم، خط تقسیم‌بندی را ادامه می‌دهیم تا قسمت‌های کوچک در کل شکل هماندازه باشند. در نهایت  $\frac{6}{20}$  از کل شکل مشخص شده که جواب ضرب دو کسر است.



**مذکوٰت** برای محاسبهٔ حاصل‌ضرب دو کسر، صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. قبل از محاسبهٔ جواب می‌توانیم

هر عدد از صورت را با هر عدد از مخرج، بر یک عدد ساده کنیم (تقسیم) تا به ساده‌ترین صورت جواب را پیدا کنیم.

**مثال ۹۹** مراحل ساده‌کردن قبل ضرب انجام شده است:

$$\frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{5}{\cancel{2}} = \frac{1 \times 5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$$

**ب** ۱۵ و ۹ تقسیم بر ۳:

$$\frac{\cancel{2}}{6} \times \frac{21}{\cancel{3}} = \frac{2 \times 1}{1 \times 1} = 2$$

**ب** ۱۰ و ۳۵ تقسیم بر ۵:

$$\frac{2}{1} \times \frac{7}{1}$$

**ب** ۷ و ۷ تقسیم بر ۷:

ممکن است شما ترتیب دیگری را برای ساده‌کردن انتخاب کنید و به همین جواب برسید. در این صورت درست عمل کردید.

### ضرب اعداد مخلوط

ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و بعد حاصل‌ضرب را به دست می‌آوریم.

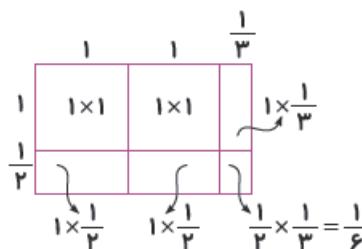
$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{14}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{4 \times 9}{5 \times 1} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

**مثال ۹۹**

**مثال ۹۹** ضرب  $1\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$  را روی شکل نشان دهید.

**پاسخ** با انتخاب طولی ثابت و دلخواه به عنوان واحد (۱)، مستطیلی می‌کشیم که طول آن  $\frac{1}{3}$  و عرض  $\frac{1}{2}$  باشد، مساحت مستطیل

همان جواب ضرب است. مساحت مستطیل را با جمع کردن مساحت قسمت‌های به وجود آمده، پیدا می‌کنیم.



$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = 1+1+\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}_3 + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$$

**معکوس کسر:** از جایه‌جاگردن صورت و مخرج آن به دست می‌آید.

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{4}{1}$$

$$\frac{5}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{2}$$
مثال ۹

**۲**

**مُنْكَهَة** عدد صفر معکوس ندارد (چون اگر معکوس شود مخرج صفر می‌شود)

**مُنْكَهَة** برای پیداکردن حاصل تقسیم دو کسر، کسر اول را در معکوس دومی ضرب می‌کنیم.

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$$

مثال ۹ معکوس  $2 = \frac{1}{2}$ ، پس:

$$\frac{5}{7} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

معکوس  $\frac{1}{3}$ ، پس:

**مُنْكَهَة** برای پیداکردن کسر وسط دو عدد، مجموع آن دو عدد را برابر ۲ تقسیم کنیم.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 5 & & 3 & & \\ & & \uparrow & & & & \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array} \quad (3+5) \div 2 = 8 \div 2 = 4$$
مثال ۹

مثال ۹ کسر وسط  $\frac{5}{6}$  و  $\frac{2}{3}$  را پیدا کنید.

$$(\frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6}) \div 2 = \frac{9}{6} \div 2 = \frac{9}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

توجه کنید کسری که وسط دو کسر است، بین آن‌ها هم هست اما هر کسر بین دو کسر، ممکن است وسط آن‌ها نباشد.

**مُنْكَهَة** در ریاضی «...» به معنی این است که به همین ترتیب ادامه دارد.

مثال ۹ به روش محاسبه‌ی عبارت‌های زیر دقت کنید.

$$\frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \dots \times \frac{1}{28} \times \frac{1}{29} = \frac{1}{30}$$
(الف)

الگو این است که صورت کسرها از ۱، یکی‌یکی زیاد می‌شود و مخرج‌ها از ۲، یکی‌یکی زیاد می‌شوند. چون صورت از ۱ تا ۲۹ یکی‌یکی رفته است، یعنی ما ۲۹ کسر داریم اما چون الگوی بین آن‌ها مشخص است، به جای بعضی از آن‌ها (...، ۲۹) گذاشته‌ایم. طبق الگو، مخرج هر کسر با صورت کسر بعدی برابر است و ساده می‌شود (۵ با صورت بعدی که می‌دانیم ۵ است ولی ننوشتم؛ ساده می‌شود) اما، ۳۰ صورت بعدی ندارد، پس باقی می‌ماند.

در عبارت زیر، چون «...» داریم، حتماً الگویی وجود دارد. مخرج کسر اول  $3 \times 2$ ، مخرج کسر دوم  $4 \times 3$  و ... . می‌بینیم اولین عامل ضرب در مخرج کسر دوم (یعنی ۳)، عامل دوم ضرب در مخرج کسر اول است و این الگو همین‌طور ادامه دارد. یعنی عامل اول ضرب از کسر قبلی گرفته می‌شود و عامل دوم یکی بیشتر از آن است. این نوع عبارت‌ها، یک تکنیک حل مشترک دارند.

$$(ب) \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{49 \times 50}$$

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

دقت کنید:

می بینیم  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  با  $\frac{1}{2 \times 3}$  برابر است. از این تغییر شکل برای سایر کسرها هم استفاده می کنیم.

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{49 \times 50}$$

$$\frac{1}{2} - \underbrace{\frac{1}{3}}_{\circ} + \underbrace{\frac{1}{4}}_{\circ} - \underbrace{\frac{1}{5}}_{\circ} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{49}}_{\circ} - \underbrace{\frac{1}{50}}_{\circ} = \frac{1 \times 25}{2 \times 25} - \frac{1}{50} = \frac{24}{50}$$

کسر  $\frac{1}{3}$ ، یک بار کم و یک بار اضافه شد، پس بی تأثیر است. به این ترتیب کسرهای میانی اثر هم دیگر را از بین می برنند و فقط  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{50}$

باقي می مانند.

$$(ب) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{10}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{9}{10})$$

در پرانتز اول، ۹ کسر وجود دارد که مخرج آنها از ۲ تا ۱ هستند و صورت همه ۱ است. در پرانتز دوم، ۹ کسر دیگر هستند که مخرج هایشان شبیه پرانتز اول است اما صورت هایشان از ۱ تا ۹ تغییر می کند. مخرج مشترک بین این کسرها کاری دشوار است، اما چون علامت ها جمع است، حق جایه جایی داریم یعنی ابتدا هم مخرج ها را با هم جمع می کنیم.

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{3}{4}) + \cdots + (\frac{1}{10} + \frac{9}{10}) = 9 \times 1 = 9 \quad \text{کسر داشتیم}$$

که مجموع هر پرانتز ۱ است، پس ۹ تا ۱ داریم.

**یادآوری:** ترتیب محاسبه:

۱ درون پرانتز

۲ ضرب و تقسیم از چپ

۳ جمع و تفریق

**مثال ۹۹** از ضرب شروع می کنیم:

$$\frac{7}{5} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$$

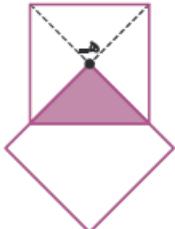
$$\frac{2}{5} \times (\frac{3}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{5} \div \frac{3 \times 2}{2} = \frac{5^1}{5^1} \times \frac{2^1}{2^1} = 1$$

از پرانتز شروع می کنیم:

از چپ شروع می کنیم:

۲



$\frac{1}{16}(4)$

۱- در شکل مقابل، دو مربع با هم مساوی‌اند و «ه» مرکز یکی از مربع‌ها است.

مساحت قسمت رنگی چه کسری از کل شکل است؟

$\frac{1}{8}(2)$

$\frac{1}{4}(1)$

 ۲- کدام یک از کسرهای زیر، به  $\frac{5}{8}$  نزدیک‌تر است؟

$\frac{7}{10}(4)$

$\frac{12}{20}(3)$

$\frac{9}{16}(2)$

$\frac{21}{40}(1)$

(المپیاد آفریقایی هنوبی)

 ۳- کدام کسر به  $\frac{1}{4}$  نزدیک‌تر است؟

$\frac{19}{20}(3)$

$\frac{14}{13}(2)$

$\frac{9}{10}(1)$

$\frac{211}{212}(5)$

$\frac{121}{120}(4)$

(کاتگوری)

۴- کدام یک از کسرهای زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$\frac{555}{666}(3)$

$\frac{66}{77}(2)$

$\frac{7}{8}(1)$

$\frac{333333}{444444}(5)$

$\frac{4444}{5555}(4)$

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

۵- با توجه به الگوی عددی زیر، کسر پنجم کدام است؟

$\frac{3}{5}, \frac{11}{19}, \frac{43}{75}, \frac{171}{299}, \dots$

$\frac{680}{1190}(2)$

$\frac{683}{1195}(1)$

$\frac{195}{450}(4)$

$\frac{407}{658}(3)$

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

 ۶- کدام کسر بین دو کسر  $\frac{1}{7}$  و  $\frac{1}{5}$  قرار دارد؟

$\frac{1}{19}(4)$

$\frac{2}{17}(3)$

$\frac{3}{12}(2)$

$\frac{2}{12}(1)$

(المپیاد آفریقایی هنوبی)

 ۷- کدام کسر بین  $\frac{4}{7}$  و  $\frac{5}{8}$  قرار دارد؟

$\frac{33}{56}(3)$

$\frac{32}{56}(2)$

$\frac{15}{56}(1)$

$\frac{37}{56}(5)$

$\frac{35}{56}(4)$

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۲ - کرمانشاه)

 ۸- کدام کسر، در وسط دو کسر  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  قرار دارد؟

$\frac{9}{24}(4)$

$\frac{5}{12}(3)$

$\frac{3}{6}(2)$

$\frac{1}{6}(1)$

۹- کدام دسته از اعداد، نمایش سه نقطه از محور اعداد است، به طوری که یکی از آنها وسط دو نقطه‌ی دیگر باشد؟

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۳ - اصفهان)

$\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \quad (4)$

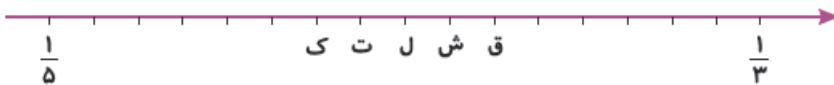
$\frac{13}{10}, \frac{7}{10}, \frac{3}{10} \quad (3)$

$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3} \quad (2)$

$\frac{2}{5}, \frac{13}{20}, \frac{9}{10} \quad (1)$

(کاتگوری)

۱۰- کسرهای  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  روی محور اعداد زیر نشان داده شده‌اند. کدام حرف نمایش گر کسر  $\frac{1}{4}$  است؟



۲

$ل(3)$

$ت(2)$

$ک(1)$

$ق(5)$

$ش(4)$

(کاتگوری)

۱۱- حاصل عبارت  $\frac{2003+2003+2003+2003+2003}{2003+2003}$  برابر است با:

$3(3)$

$\frac{1}{3}(2)$

$2003(1)$

$6009(5)$

$\frac{5}{2}(4)$

$\frac{25 \times 17 \times 8}{34 \times 12 \times 15} = ?$

۱۲- ساده‌شده‌ی کسر مقابله کدام است؟

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۳ - هرمه‌گان)

$\frac{5}{6}(2)$

$\frac{15}{27}(1)$

$\frac{2}{9}(3)$

$\frac{1}{3}(4)$

$18\frac{24}{24}-11\frac{51}{51}+3\frac{30}{30}-5\frac{19}{19}=?$

۱۳- حاصل عبارت مقابله برابر است با:

$6(4)$

$14(3)$

$15(2)$

$5(1)$

$9\frac{1}{4}-3\frac{3}{12}+4\frac{1}{4}-5\frac{2}{8}+1\frac{1}{4}=?$

۱۴- حاصل جمع رو به رو کدام است؟

$\frac{26}{4}(4)$

$\frac{25}{4}(3)$

$5\frac{1}{4}(2)$

$\frac{3}{4}(1)$

$8-\square=\frac{3}{7}$

۱۵- برای تکمیل تساوی مقابله کدام گزینه در مربع قرار می‌گیرد؟

(نمونه‌رولتی ۹۳ - آذربایجان شرقی)

$\frac{4}{7}(2)$

$\frac{5}{7}(1)$

$\frac{39}{7}(3)$

$\frac{31}{7}(4)$

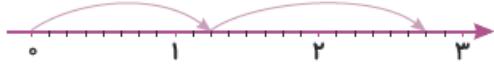
۱۶- حاصل عبارت  $\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\frac{4}{10}+\frac{5}{10}+\frac{6}{10}+\frac{7}{10}+\frac{8}{10}+\frac{9}{10}$  برابر است با:

$50\frac{1}{10}(4)$

$49\frac{1}{2}(3)$

$45(2)$

$50(1)$



$3-(\frac{2}{8}+\frac{4}{8})(4)$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}(3)$

$\frac{1}{8}+\frac{13}{8}(2)$

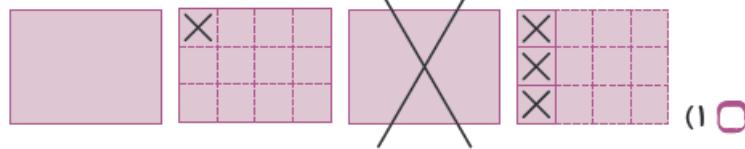
$2 \times \frac{2}{8}(1)$

۱۷- عبارت مربوط به محور زیر کدام است؟

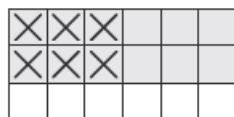
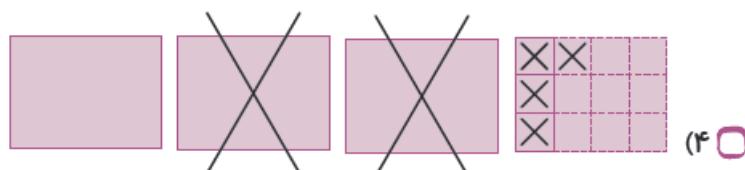
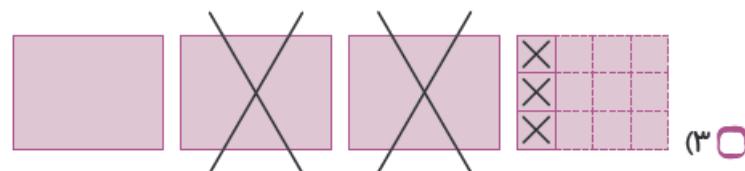
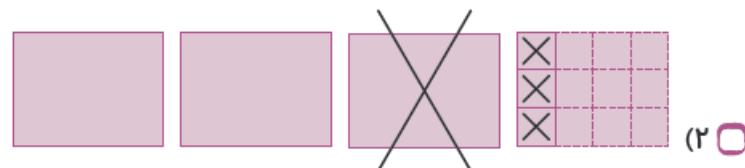
(نمونه‌رولتی تیزهوشان ۹۳ - بوشهر)

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = ?$$

۱۸- شکل صحیح عبارت داده شده کدام است؟



۲



۱۹- شکل مقابل، نمایش کدام تساوی زیر می‌باشد؟

$$\frac{3}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{18} \quad (۲) \quad$$

$$\frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} \quad (۱) \quad$$

$$2 \times \frac{3}{12} = \frac{6}{12} \quad (۴) \quad$$

$$\frac{3}{6} \times 6 = \frac{18}{6} \quad (۳) \quad$$

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۳ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

$$\frac{1}{4} \quad (۴) \quad$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳) \quad$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲) \quad$$

$$0 \quad (۱) \quad$$

(نمونه‌رولتی ۹۳ - فراسان شمالی، جنوبی و سیستان و بلوچستان)

$$\frac{4}{4} \times \frac{3}{3} + 2 \frac{2}{4} \times 1 \frac{1}{1} \times 0 =$$

$$20 \quad (۴) \quad$$

$$14 \quad (۳) \quad$$

$$12 \quad (۲) \quad$$

$$0 \quad (۱) \quad$$

(المپیاد آفریقای جنوبی)

۲۲- حاصل  $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$  برابر کدام است؟

$$1 \quad (۲) \quad$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱) \quad$$

$$\frac{3}{4} \quad (۵) \quad$$

$$\frac{1}{4} \quad (۴) \quad$$

(TIMSS)

۲۳- اگر ۴ برابر عددی ۴۸ باشد، آن عدد چه قدر است؟

$$16 \quad (۴) \quad$$

$$12 \quad (۳) \quad$$

$$8 \quad (۲) \quad$$

$$4 \quad (۱) \quad$$



(مسابقات ریاضی انگلستان)

-۲۴- یک سوم عدد ۲۹۹ کدام است؟

$$99\frac{2}{3} \quad \square$$

$$99\frac{1}{3} \quad \square$$

$$33 \quad \square$$

$$897 \quad \square$$

$$100\frac{2}{3} \quad \square$$

(نمونه دولتی ۹۳ - زنجان)

-۲۵-  $\frac{1}{5}$  از  $\frac{1}{4}$  مبلغ ۱۵۰ تومان چند تومان می شود؟

$$15 \quad \square$$

$$25 \quad \square$$

$$18 \quad \square$$

$$30 \quad \square$$

-۲۶- اگر ثلث خمس ربع نصف خمس ۴۰۰ را در نصف ثلث ربع خمس عدد ۳۰۰ ضرب کنیم، جواب کدام گزینه خواهد بود؟

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

$$1\frac{2}{3} \quad \square$$

$$\frac{2}{3} \quad \square$$

$$2\frac{1}{2} \quad \square$$

$$\frac{3}{4} \quad \square$$

-۲۷- دو گروه جهانگردی هر کدام دارای ۶۰ جهانگرد هستند. اگر  $\frac{3}{4}$  جهانگردان گروه اول و  $\frac{2}{3}$  جهانگردان گروه دوم برای

(TIMSS) رفتن به موزه از اتوبوس استفاده کرده باشند، در گروه اول چند نفر بیشتر از گروه دوم سوار اتوبوس شده‌اند؟

$$5 \quad \square$$

$$4 \quad \square$$

$$2 \quad \square$$

$$45 \quad \square$$

$$40 \quad \square$$

-۲۸- تام ۱۲۰ زلوتی پس انداز کرد. یک روز هدیه‌ای برای برادرش خرید و  $\frac{1}{3}$  پس اندازش را خرج کرد. روز بعد با  $\frac{1}{4}$  از باقی مانده‌ی

پول، یک کتاب برای خودش خرید. بعد از این خریدها چه قدر پول برایش باقی ماند؟ (زلوتی واحد پول لهستان است).

(کاتگوری)

$$70 \quad \square$$

$$80 \quad \square$$

$$50 \quad \square$$

$$60 \quad \square$$

$$20 \quad \square$$

$$40 \quad \square$$

-۲۹- در یک جعبه ۲۴ توب در سه رنگ وجود دارد؛ سفید، قرمز و قهوه‌ای،  $\frac{1}{8}$  توب‌ها سفید و  $\frac{2}{3}$  بقیه‌ی توب‌ها قرمز هستند.

(کاتگوری) چندتا از توب‌ها قهوه‌ای‌اند؟

$$6 \quad \square$$

$$5 \quad \square$$

$$4 \quad \square$$

$$8 \quad \square$$

$$7 \quad \square$$

-۳۰- کشاورزی  $\frac{1}{2}$  زمین خود را گندم کاشت و در  $\frac{1}{3}$  باقی مانده‌ی زمین خود برنج کاشته است و سپس در  $\frac{1}{6}$  باقی مانده‌ی آن جو

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - هرمنگان) کاشت. چه کسری از این زمین چیزی کاشته نشده است؟

$$\frac{5}{6} \quad \square$$

$$\frac{1}{6} \quad \square$$

$$\frac{5}{18} \quad \square$$

$$\frac{13}{18} \quad \square$$

۳۱- کتابی که من در حال مطالعه‌ی آن هستم ۷۲۰ صفحه دارد. روزی که من آن را امانت گرفتم دقیقاً نیمی از آن را خواندم. روز بعد یک‌سوم آن را که مانده بود خواندم و در روز بعد یک‌چهارم باقی‌مانده را مطالعه کردم. حالا چه کسری از کتاب باقی مانده است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

۱)  $\frac{1}{4}$

۲)  $\frac{1}{3}$

۳)  $\frac{1}{2}$

۴)  $\frac{1}{5}$

۵)  $\frac{1}{4}$

۳۲-  $\frac{3}{4}$  از حجم یک بطری به ظرفیت  $\frac{1}{5}$  لیتر با آب پرقال پر شده است. اگر  $\frac{1}{5}$  لیتر از آب پرقال را بیرون ببریزیم، چه مقدار آب پرقال در بطری باقی می‌ماند؟  
(کاتگوری)

۱)  $\frac{19}{20}$  لیتر

۲)  $\frac{3}{40}$  لیتر

۳)  $\frac{1}{20}$  لیتر

۴)  $\frac{1}{8}$  لیتر

۵) بطری خالی می‌شود.

۳۳- یک قطعه شکلات بین سه بچه تقسیم شده است. آندره آدو پنجم این قطعه، باسیل یک‌پنجم آن و کتی باقی‌مانده‌ی آن را که ۲۸ گرم بود گرفت. آندره آ، به طور تقریبی چند گرم شکلات گرفت؟  
(مسابقات ریاضی انگلستان)

۱) (۱) ۱۱

۲) ۲۰

۳) ۲۸

۴) (۵) ۸۰

۵) ۳۲

۳۴- معلم ریاضی نتایج آزمون‌های کلاسی را با استفاده از حروف الف (بهترین نمره)، ب، پ، ت، ث و ج (بدترین نمره) نمایش می‌دهد. در یک آزمون  $\frac{1}{8}$  دانش‌آموزان نمره‌ی (پ)،  $\frac{1}{4}$  آن‌ها نمره‌ی (ب) و  $\frac{2}{3}$  آن‌ها نمره‌ی (الف) گرفته‌اند و هیچ‌کس نمره‌ی (ت) یا (ث) نگرفته است. می‌دانیم تعداد دانش‌آموزان این کلاس کمتر از ۳۰ نفر است. چند نفر از آن‌ها نمره‌ی (ج) گرفته‌اند؟  
(کاتگوری)

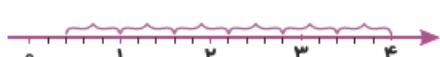
۱) (۳) ۲

۲) (۲) ۱

۳) (۴) صفر

۴) (۵) ۴

۵) (۴) ۳



(نمونه‌رولتی ۹۳ - اردبیل)

۳۵- محور داده شده، کدامیک از گزینه‌های زیر را نشان می‌دهد؟

۱) ۴ واحد به  $\frac{3}{5}$  تقسیم شده است و  $\frac{2}{5}$  باقی مانده است.

۲) ۴ واحد در  $\frac{3}{5}$  ضرب شده است و  $\frac{2}{5}$  باقی مانده است.

۳) ۴ واحد در  $\frac{3}{5}$  ضرب شده است و  $\frac{2}{3}$  باقی مانده است.

۴) ۴ واحد به  $\frac{3}{5}$  تقسیم شده است و  $\frac{2}{3}$  باقی مانده است.

(نمونه‌رولتی و تیزهوشان ۹۲ - یزد)

۳۶- اگر مخرج کسری را برابر  $\frac{1}{5}$  تقسیم کنیم و صورت آن را ۵ برابر کنیم، کسر:

۱) (۲) ۵ برابر می‌شود.

۲) (۱) تقسیم بر ۵ می‌شود.

۳) (۴) ۲۵ برابر می‌شود.

۴) (۳) تغییر نمی‌کند.

(مسابقات ریاضی انگلستان)

۳۷- کدام گزینه حاصل بزرگ‌تری دارد؟

۱) تقسیم  $\frac{1}{2}$  بر  $\frac{1}{3}$  و دو برابر کردن حاصل

۲) ضرب کردن  $\frac{1}{3}$  در  $\frac{1}{2}$  جمع کردن حاصل با

۳) ضرب کردن  $\frac{1}{3}$  در  $\frac{1}{2}$  و تقسیم حاصل بر

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - همازنداران)

$\frac{49}{4} \times 3$

$199 \times 3$

$49 \frac{1}{2} \times 2$

$49 \frac{3}{4} \times 1$

(نمونه دولتی ۹۳ - سمنان)

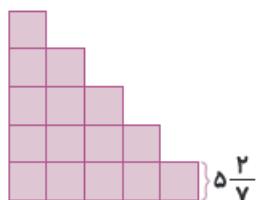
۴) ۸ تا

۵) ۷ تا

۶) ۲ تا

۷) ۵ تا

(نمونه دولتی ۹۳ - گلستان)



(نمونه دولتی ۹۳ - گیلان)

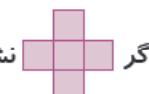
۴۰- ارتفاع یک پله در شکل مقابل مقابل  $\frac{5}{7}$  سانتی‌متر است. محیط شکل مقابل چه قدر است؟

$79 \frac{28}{100} \times 2$

$97 \frac{9}{14} \times 1$

$\frac{115}{7} \times 4$

$105 \frac{5}{7} \times 3$



۴۱- اگر نشان‌دهنده‌ی  $\frac{1}{3}$  باشد، چه کسری را نشان می‌دهد؟

$\frac{7}{10} \times 4$

$\frac{14}{10} \times 3$

$\frac{28}{11} \times 2$

$\frac{4}{10} \times 1$

۴۲- آندره عددی را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کرد و جواب را  $18$  به دست آورد. اما او باید آن عدد را بر  $1$  تقسیم می‌کرد. پاسخ درست کدام است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

۱) ۱۸

۲) ۱۲

۳) ۸

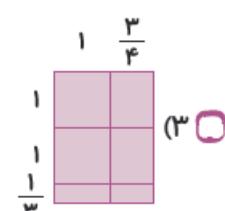
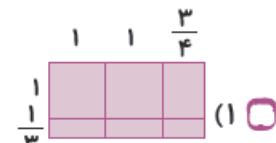
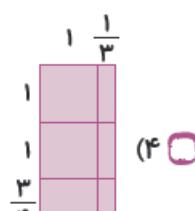
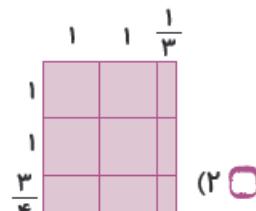
۴) ۳۶

۵) ۲۷

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - هرمنگان)

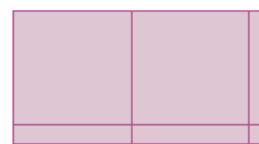
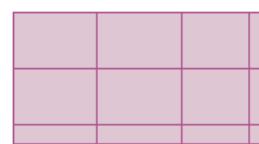
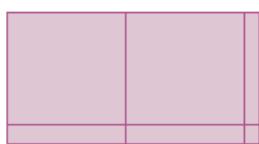
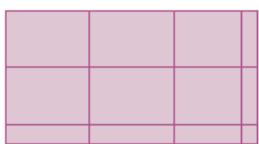
۴۳- کدام شکل حاصل ضرب مقابل را نشان می‌دهد؟

$(2 \frac{1}{3} \times 1 \frac{3}{4})$



(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۳ - تهران)

۴۴- کدام ضرب مربوط به هیچ یک از اشکال زیر نمی باشد؟



$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$  (۴)

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$  (۱)

۲

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۳ - پهارمهال و بقیاری)

۴۵- عبارت زیر گستردگی کدام گزینه است؟

$(2 \times 1) + (2 \times \frac{1}{4}) + (\frac{3}{5} \times 1) + (\frac{3}{5} \times \frac{1}{4})$

$\frac{13}{5} \times \frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \dots \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30}$

$\frac{1}{15}$  (۴)

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{10}$  (۲)

$\frac{17}{4} \times \frac{3}{20}$  (۲)

$\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$  (۱)

(نمونه دولتی ۹۳ - هرمگلان)

۴۶- حاصل عبارت رو به رو کدام است؟

$(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{1391})$

$695$  (۴)

$\frac{1391}{2}$  (۳)

$696$  (۲)

$\frac{1393}{2}$  (۱)

(المیار آفریقای گنوبی)

۴۷- حاصل عبارت  $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{2003})$  برابر است با:

$\frac{202}{2003}$  (۳)

$\frac{2}{2003}$  (۲)

$\frac{1}{2003}$  (۱)

$\frac{2002}{2003}$  (۵)

$\frac{24}{2003}$  (۴)

(المیارهای آفریقای گنوبی)

۴۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{19}$  برابر است با:

$15$  (۳)

$10$  (۲)

$5$  (۱)

$25$  (۵)

$20$  (۴)

۴۹- حاصل عبارت  $\frac{70-10}{30} \times \frac{70-20}{30} \times \dots \times \frac{70-70}{30}$  کدام است؟

$30$  (۴)

$\frac{30}{9}$  (۳)

$0$  (۲) صفر

$\frac{120}{27}$  (۱)

۵۰- حاصل جمع  $(\frac{1}{4} + \frac{7}{11} + (\frac{3}{9} + \frac{2}{6}) + (\frac{3}{4} + \frac{6}{9}) + (\frac{4}{6} + \frac{1}{11})$  کدام است؟

$5$  (۴)

$4$  (۳)

$3$  (۲)

$2$  (۱)

۵۱- حاصل عبارت  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{49}{50})$  کدام است؟

$50$  (۴)

$\frac{49}{50}$  (۳)

$1$  (۲)

$49$  (۱)

۵۳- حاصل عبارت مقابله کدام است؟

$$\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$$

۱)  $\frac{100}{24}$

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۷ - گلستان)

۲)  $\frac{6}{25}$

۳)  $\frac{1}{4}$

۴)  $\frac{1}{100}$

۵۴- حاصل عبارت  $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \cdots + \frac{19}{81 \times 100}$  برابر است با:

۱)  $\frac{98}{99}$

۲)  $\frac{1}{99}$

۳)  $\frac{1}{100}$

۴)  $\frac{99}{100}$

۵۵- یک پل روی رودخانه‌ای ساخته شده است. عرض رودخانه، ۱۲۰ متر است. ربع این پل روی زمین در ساحل سمت چپ رودخانه و ربع دیگر این پل روی زمین در ساحل سمت راست رودخانه قرار گرفته است. طول پل چند متر است؟ (گلستان)

۱)  $210$

۲)  $180$

۳)  $150$

۴)  $270$

۵)  $240$

۵۶- یک نانوا از هر بسته آرد ۶ نان درست می‌کند و مقداری آرد باقی می‌گذارد. باقی‌مانده‌ی هر ۷ بسته آرد به اندازه‌ی یک بسته آرد کامل است. او با ۶ بسته آرد حداقل چند نان می‌تواند بیزد؟ (تیزهوشان ۹۷ - سراسر کشور)

۱)  $496$

۲)  $434$

۳)  $414$

۴)  $372$

۵۷- در شکل داده شده، چهار کارت با عدددهای مختلف از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند. اگر اختلاف هر کارت با کارت کناری یکسان باشد، مقدار کارت سوم که با علامت (?) مشخص شده، کدام است؟ (نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۷ - بوشهر)

$\frac{1}{7}$	$\square$	$\square$	$\frac{1}{6}$
---------------	-----------	-----------	---------------

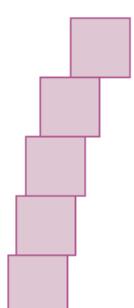
۱)  $\frac{15}{66}$

۲)  $\frac{10}{63}$

۳)  $\frac{13}{42}$

۴)  $\frac{7}{33}$

۵۸- علی در حال یادگیری تلفظ صحیح کلمات است و برای این کار از مکعب‌هایش با ساختن برج‌هایی استفاده می‌کند. هر مکعب دارای اضلاعی به طول ۶ سانتی‌متر است و او تلاش می‌کند برج خود را تا حد امکان به جلو کج بسازد بدون آن‌که برج فرو ریزد. نیمی از طول مکعب بالایی برج در تماس با مکعب زیرین است و  $\frac{1}{4}$  از طول مکعب زیرین، در تماس با مکعب پایین‌تر نمی‌باشد و  $\frac{1}{6}$  طول آن مکعب نیز در تماس با مکعب زیر خودش نیست و همچنین مکعب زیری آن نیز  $\frac{1}{8}$  طول خود را در تماس با پایین‌ترین مکعب ندارد. فاصله‌ی جلوی برج از جلوی مکعب پایین چند سانتی‌متر است؟ (مسابقات ریاضی انگلستان)



۱)  $\frac{1}{2}$

۲)  $\frac{1}{5}$

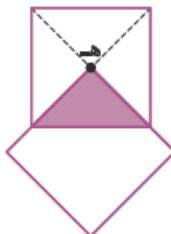
۳)  $\frac{1}{4}$

۴)  $\frac{1}{6}$

۵)  $24$

## پاسخ نامه‌ی فصل ۲

۲



در تصویر کاملاً مشخص است که  $\frac{1}{4}$  مربع مقابل رنگ شده است:

چون ۲ مربع با هم مساوی‌اند، پس  $\frac{1}{4}$  آن‌ها با هم برابر است. اگر هر مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم،  $4 + 4 = 8$  تعداد قسمت‌های کوچک ۲ مربع، روی هم ۸ می‌شود.

چون ۱ قسمت هر ۲ مربع روی هم افتاده، پس ۱ قسمت از ۸ قسمت کم می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم در کل شکل،

۷ قسمت داریم که ۱ قسمت آن رنگ شده و در واقع  $\frac{1}{7}$  شکل رنگ شده است.

برای این‌که بتوانیم مقایسه کرده و نزدیک‌ترین کسر به  $\frac{5}{8}$  را پیدا کنیم، باید مخرج همه‌ی کسرها با هم برابر

$\frac{5 \times 10}{8 \times 10} = \frac{50}{80}$  شود.

$$1) \frac{21 \times 2}{40 \times 2} = \frac{42}{80}$$

$$2) \frac{9 \times 5}{16 \times 5} = \frac{45}{80}$$

$$3) \frac{12 \times 4}{20 \times 4} = \frac{48}{80}$$

$$4) \frac{7 \times 8}{10 \times 8} = \frac{56}{80}$$

حال از بین ۴ کسر  $\frac{45}{80}$ ,  $\frac{56}{80}$ ,  $\frac{48}{80}$  و  $\frac{50}{80}$  نزدیک‌ترین کسر به  $\frac{5}{8}$  را به راحتی می‌توانیم پیدا کنیم.

کسر  $\frac{12}{20}$  ( $\frac{48}{80}$ ), نزدیک‌ترین کسر به  $\frac{5}{8}$  است.

اختلاف هر کسر با ۱ را حساب می‌کنیم. کم‌ترین اختلاف مربوط به نزدیک‌ترین کسر به ۱ است.

$$1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \quad \frac{14}{13} - 1 = \frac{1}{13} \quad 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{121}{120} - 1 = \frac{1}{120} \quad 1 - \frac{211}{212} = \frac{1}{212}$$

چون در همه‌ی اختلاف‌ها، صورت برابر ۱ است و هم‌چنین مخرج این کسر  $\frac{1}{212}$  از همه بزرگ‌تر است، پس این کسر از همه کوچک‌تر

است. بنابراین  $\frac{211}{212}$  نزدیک‌ترین کسر به ۱ است. (در مقایسه دو کسر با صورت‌های مساوی، کسری کوچک‌تر است که مخرج

بزرگ‌تری داشته باشد).

$$\frac{66 \div 11}{77 \div 11} = \frac{6}{7} \quad \frac{555 \div 111}{666 \div 111} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4444 \div 1111}{5555 \div 1111} = \frac{4}{5} \quad \frac{333333 \div 111111}{444444 \div 111111} = \frac{3}{4}$$

ابتدا کسرها را ساده می‌کنیم:

۴- گزینه‌ی (۱)

حالا می‌خواهیم  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{6}{5}$  و  $\frac{3}{4}$  را با هم مقایسه کنیم. همه‌ی آن‌ها کوچک‌تر از واحدند، پس کسری بزرگ‌تر است که به ۱ نزدیک‌تر باشد. برای این منظور، فاصله‌ی هر کدام را تا ۱ پیدا می‌کنیم.

$$1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}, \quad 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}, \quad 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6},$$

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}, \quad 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

چون کسر  $\frac{1}{8}$  کوچک‌ترین کسر است، پس کم‌ترین فاصله را دارد، لذا  $\frac{7}{8}$  نزدیک‌ترین کسر به یک و بزرگ‌ترین کسر مورد نظر است.

صورت هر کسر در ۴ ضرب شده و ۱ واحد از آن کم شده است و در صورت کسر بعدی قرار گرفته است. در

$$\frac{683}{(299 \times 4) - 1} = \frac{683}{1195}$$

خرج نیز همین الگو تکرار شده است. بنابراین داریم:

برای این که کسری بین دو کسر دیگر باشد، باید از کسر کوچک، بیشتر و از کسر بزرگ، کمتر باشد.

ابتدا دو کسر  $\frac{1}{7}$  و  $\frac{1}{5}$  را با هم مقایسه می‌کنیم:  $\frac{1}{7} < \frac{1}{5}$ . پس کسری بین این دو قرار دارد که از  $\frac{1}{7}$ ، بزرگ‌تر و از  $\frac{1}{5}$ ، کوچک‌تر باشد.

با مقایسه می‌بینیم که  $\frac{1}{12} < \frac{1}{5} < \frac{1}{7}$  و  $\frac{1}{12}$  قرار دارد زیرا:

می‌توانیم از نکته زیر، برای حل برخی از این گونه سوال‌ها کمک بگیریم.

**نکته** یکی از کسرهایی که بین دو کسر قرار دارد، کسری است که صورت آن از جمع صورت دو کسر و خرج آن از جمع خرج دو

$$\frac{1}{5} < \frac{1+1}{5+7} < \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{12} < \frac{1}{7}$$

پس  $\frac{1}{12}$  بین دو کسر داده شده است که در گزینه‌ها هم وجود دارد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{7} = \frac{4 \times 8}{7 \times 8} = \frac{32}{56} \\ \frac{5}{8} = \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{35}{56} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{32}{56} < \frac{33}{56} < \frac{35}{56}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \quad \frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

$$(\frac{9}{10} + \frac{2 \times 2}{5 \times 2}) \div 2 = \frac{13}{10} \div 2 = \frac{13}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{20}$$

۷- گزینه‌ی ۱۳

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15} \\ \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  به ۱۶ قسمت تقسیم شده است.

فاصله‌ی بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  برابر است با:

$$\text{طول هر قسمت: } \frac{2}{15} \div 16 = \frac{2}{15} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{120}$$

$$\frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{20} \div \frac{1}{120} = \frac{1}{20} \times \frac{120}{1} = \frac{120}{20} = 6$$

فاصله‌ی  $\frac{1}{4}$  تا  $\frac{1}{5}$ :

پس  $\frac{1}{4}$ ، عتا  $\frac{1}{120}$  بعد از  $\frac{1}{5}$  است.

از روی شکل دیده می‌شود که پس از طی ۶ قسمت بعد از  $\frac{1}{5}$  به نقطه‌ی ک می‌رسیم.

$$\frac{200^3 + 200^3 + 200^3 + 200^3 + 200^3}{200^3 + 200^3} = \frac{5 \times 200^3}{2 \times 200^3} = \frac{5}{2}$$

۱۱- گزینه‌ی ۱۴

ساده می‌کنیم به ۵

$$25,15 \longrightarrow \frac{5}{\cancel{3}^1 \times \cancel{12}^3 \times \cancel{5}^1} = \frac{5}{1 \times 1 \times 5}$$

ساده می‌کنیم به ۱۷

$$17,34 \longrightarrow \frac{1}{\cancel{5}^1 \times \cancel{12}^3 \times \cancel{2}^1} = \frac{1}{1 \times 1 \times 3}$$

ساده می‌کنیم به ۴

$$8,12 \longrightarrow \frac{2}{\cancel{2}^1 \times \cancel{12}^3 \times \cancel{3}^1} = \frac{2}{1 \times 1 \times 3}$$

ساده می‌کنیم به ۲

$$2,2 \longrightarrow \frac{\cancel{5}^1 \times 1 \times \cancel{2}^1}{\cancel{2}^1 \times \cancel{3}^1 \times \cancel{3}^1} = \frac{5}{9} = \frac{15}{27}$$

$$18 \frac{24}{24} - 11 \frac{51}{51} + 3 \frac{30}{30} - 5 \frac{19}{19}$$

$$= 18 \frac{1}{1} - 11 \frac{1}{1} + 3 \frac{1}{1} - 5 \frac{1}{1} = 19 - 12 + 3 - 6 = 5$$

در جمع و تفریق اعداد مخلوط، می‌توانیم اعداد صحیح را با هم و کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

$$9 \frac{1}{4} - 3 \frac{3}{12} + 4 \frac{1}{4} - 5 \frac{2}{8} + 1 \frac{1}{4} \Rightarrow (9 - 3 + 4 - 5 + 1) = 6$$

$$\frac{1}{4} - \frac{\cancel{3}}{\cancel{12}} + \frac{1}{4} - \frac{\cancel{2}}{\cancel{8}} + \frac{1}{4} = \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}}_{0} + \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}}_{0} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$6 + \frac{1}{4} = 6 \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

$$A - \boxed{ } = 3 \frac{4}{7} \Rightarrow \boxed{ } = A - 3 \frac{4}{7} = \frac{A \times 7}{1 \times 7} - \frac{25}{7} = \frac{56}{7} - \frac{25}{7} = \frac{31}{7}$$

اعداد کسری را با هم و اعداد صحیح را با هم جمع می‌کنیم. حاصل جمع اعداد از ۱ تا ۹ برابر ۴۵ می‌شود.

$$(1+2+3+\dots+9) + \left( \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10} \right)$$

$$= 45 + \frac{45}{10} = 45 + 4 \frac{5}{10} = 49 \frac{5}{10} = 49 \frac{1}{2}$$

ابتدا از ۱ به اندازه  $\frac{3}{8}$  جلوتر رفته‌ایم، یعنی  $\frac{1}{2} = 1 \frac{1}{8} = 1 \frac{3}{8} = 1 \frac{1}{8} = \frac{12}{8} = \frac{1}{2}$ . بعد از آن جا ۱۲ تا  $\frac{1}{8}$  یعنی  $\frac{1}{2}$  دیگر جلو

$$1 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{2}$$

رفیم. پس:

با توجه به عبارت داده شده، ابتدا  $\frac{1}{3}$  واحد را می‌کشیم که در تمامی گزینه‌ها این اتفاق افتاده است. سپس ۱

واحد را از آن کم می‌کنیم که تنها در گزینه‌های (۱) و (۲)، یک واحد خط خورده شده است. بنابراین جواب یا گزینه‌ی (۱) است و یا (۲). در گزینه‌ی (۲) ۳ واحد کوچک خط خورده و در گزینه‌ی (۱) ۴ واحد کوچک.

یعنی گزینه‌ی (۱) جواب سؤال خواهد بود.

۱۹- گزینه‌ی ۱۲

۲۰- گزینه‌ی ۱۲

۲۱- گزینه‌ی ۱۴

$\frac{3}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{18}$  ابتدا  $\frac{2}{3}$  شکل رنگ شده، سپس  $\frac{3}{6}$  از مقدار رنگ شده، علامت زده شده است.

$\frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$  ترتیب در محاسبات را رعایت می‌کنیم:

مثال:  $\frac{0}{7} = 0$

کسر برابر با صفر: کسری است که صورت آن صفر باشد.

$$\underbrace{\frac{4}{4} \times \frac{3}{3}}_{5 \times 4 = 20} + \underbrace{\frac{2}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{0}{1}}_0 = 20 + 0 = 20$$

با توجه به ترتیب محاسبات، حاصل عبارت بعد از علامت جمع، صفر می‌شود.

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\frac{1}{4}} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

۲۲- گزینه‌ی ۱۵

$$48 \div 4 = 12$$

۲۳- گزینه‌ی ۱۱

برای محاسبه‌ی کسری از یک مقدار، آن کسر را در آن مقدار ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{3} \times 299 = \frac{299}{3} = 99 \frac{2}{3}$$

۲۴- گزینه‌ی ۱۳

$$\frac{2}{4} \times \frac{1}{5} \times 150 = 15$$

۲۵- گزینه‌ی ۱۴

$$\left( \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}}_{\frac{1}{60}} \times 400 \right) \times \left( \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}}_{\frac{1}{60}} \times 300 \right) = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$

۲۶- گزینه‌ی ۱۶

$$\frac{15}{3} \times \frac{1}{60} = 45 \text{ نفر}: \text{گروه اول}$$

۲۷- گزینه‌ی ۱۳

از روش زیر مسئله برای پیداکردن جواب استفاده می‌کنیم:

$$\frac{20}{2} \times \frac{1}{60} = 40 \text{ نفر}: \text{گروه دوم}$$

$$45 - 40 = 5 \text{ نفر}$$

$$\text{باقی‌مانده} : 120 \times \frac{1}{3} = 40, \quad 120 - 40 = 80 \text{ پس انداز}$$

۲۸- گزینه‌ی ۱۵

$$\text{باقی‌مانده} : 80 \times \frac{1}{4} = 20, \quad 80 - 20 = 60 \text{ باقی‌مانده}$$

۲۹- گزینه‌ی ۱۴

$$\frac{1}{8} \times 24 = \frac{24}{8} = 3 = 21 = \text{تعداد بقیه‌ی توب‌ها} \Rightarrow \text{تعداد توب‌های سفید}$$

$$21 - 14 = 7 = \text{تعداد توب‌های قهوه‌ای} \Rightarrow \frac{2}{3} \times 21 = \frac{2 \times 21}{3} = 14$$

باقی مانده زمین بعد از کشت گندم  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

راه حل اول

$$\text{در } \frac{1}{6} \text{ زمین برنج کاشته شده} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} \\ \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \\ \text{زمین جو کاشته شده} \Rightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{باقی مانده بعد از برنج و گندم} \\ \text{زمین خالی} \end{array}$$

۲

می‌توان از ضرب باقی‌مانده‌ها استفاده کرد.

راه حل دوم

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$$

باقی مانده است

$$\text{روز اول } 360 \text{ صفحه خوانده شده} \Rightarrow \frac{720 \div 2}{2 \div 2} = 360$$

$$720 - 360 = 360 \Rightarrow \text{صفحه باقی مانده}$$

$$\text{روز دوم } 120 \text{ صفحه خوانده شده} \Rightarrow \frac{360 \div 3}{3 \div 3} = 120$$

$$360 - 120 = 240 \Rightarrow \text{صفحه باقی مانده}$$

$$\text{روز سوم } 60 \text{ صفحه خوانده شده} \Rightarrow \frac{240 \div 4}{4 \div 4} = 60$$

$$240 - 60 = 180 \Rightarrow \text{صفحه باقی مانده}$$

$$\frac{180 \div 10}{720 \div 10} = \frac{18 \div 9}{72 \div 9} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}$$

کل کتاب

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$$

باقی مانده، لیتر

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25} \\ \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

آندره آ  
باسیل

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{کتی } \frac{2}{5} \text{ شکلات را گرفته}$$

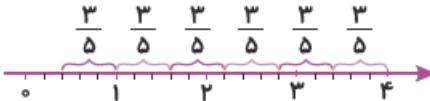
پس، می‌توان نتیجه گرفت آندره آ و کتی هر دو به مقدار یکسانی شکلات گرفته‌اند، پس آندره آ هم ماند کتی ۲۸ گرم شکلات گرفته‌است.

۳۴- گزینه‌ی ۱

$$\frac{1 \times 3}{8 \times 3} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{16}{24} = \frac{23}{24}$$

$$1 - \frac{23}{24} = \frac{24}{24} - \frac{23}{24} = \frac{1}{24}$$

تعداد دانشآموزان باید بر ۳ و ۶ و ۸ بخش پذیر باشد، بر ۳ و ۶ و ۸ بخش پذیر است و از ۳۰ هم کمتر است. پس می‌توان نتیجه گرفت ۱ نفر نمره‌ی ج گرفته است.



۳۵- گزینه‌ی ۲

هر واحد روی محور به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، پس هر حرکت روی محور  $\frac{3}{5}$  را نشان می‌دهد. ۶ تا  $\frac{3}{5}$  داریم و  $\frac{2}{5}$  هم باقی مانده است. پس نتیجه می‌گیریم:  $4 = 6 \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$  در واقع ۴ واحد به  $\frac{3}{5}$  تقسیم شده و  $\frac{2}{5}$  باقی مانده است.



برای مثال این تغییرات را روی کسر  $\frac{2}{3}$  اعمال کنیم: ۳۶- گزینه‌ی ۳

$$\frac{2 \times 5}{3 \div \frac{1}{5}} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}$$

$$(2 \div \frac{1}{5}) \times 2 = (2 \times 5) \times 2 = 8 : \text{گزینه‌ی (۱)}$$

$$(\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}) \times 2 = (\frac{1}{3} \times 5) \times 2 = 4 : \text{گزینه‌ی (۲)}$$

$$(\frac{3}{2} \div \frac{1}{5}) \times 2 = (\frac{3}{2} \times 5) \times 2 = 6 : \text{گزینه‌ی (۳)}$$

$$99 \frac{1}{2} \div 2 = \frac{199}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{199}{4} = 49 \frac{3}{4} : \text{گزینه‌ی (۴)}$$

$$4 \div \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 6 : \text{گزینه‌ی (۵)}$$

$$20 \times 5 \frac{2}{7} = 20 \times \frac{37}{7} = \frac{740}{7} = 105 \frac{5}{7} : \text{گزینه‌ی (۶)}$$

محیط شکل با ۲۰ تا  $\frac{2}{7}$  برابر است با:

۳۷- گزینه‌ی ۷

این شکل از شکل اولی است که سؤال گفته  $\frac{1}{3}$  را نشان می‌دهد، پس باید  $\frac{2}{5}$  از  $\frac{1}{3}$  را حساب کنیم.

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10} : \text{گزینه‌ی (۸)}$$

ابتدا باید عدد اولی را پیدا کنیم، سپس بر  $\frac{1}{3}$  تقسیم کنیم. با انجام عمل بر عکس ضرب (تقسیم) به راحتی می‌توانید عدد ورودی را به دست آورید.

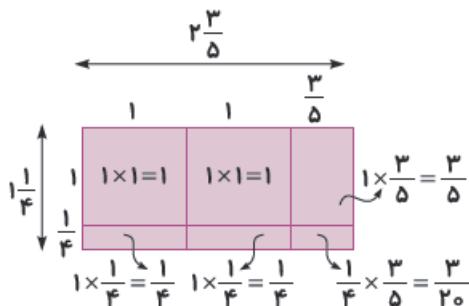
$$18 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = 12 : \text{گزینه‌ی (۹)}$$

$$12 \div \frac{1}{3} = 12 \div \frac{3}{2} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} = 8 : \text{گزینه‌ی (۱۰)}$$

حال عدد را بر  $\frac{1}{3}$  تقسیم می‌کنیم: ۳۸- گزینه‌ی ۸

باید مستطیلی به ابعاد  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{3}{4}$  را انتخاب کنیم که مساحت آن از حاصل ضرب (طول  $\times$  عرض) به دست می‌آید.

مساحت هیچ کدام از مستطیل‌ها نمی‌تواند  $\frac{1}{5}$  باشد. ۳۹- گزینه‌ی ۹



از روش مساحتی استفاده شده است.

۴۵- گزینه‌ی (۳)

$$\frac{3}{5} \times 1 \frac{1}{4} = (2 \times 1) + (2 \times \frac{1}{4}) + (1 \times \frac{3}{5}) + (\frac{1}{4} \times \frac{3}{5})$$

راه حل دیگر با فاکتورگیری است.

$$\frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \cdots \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

۴۶- گزینه‌ی (۱)

.... در ریاضی یعنی به همین ترتیب ادامه دارد. صورت‌ها و مخرج‌ها یکی‌یکی اضافه می‌شوند و صورت هر کسر با مخرج قبلی برابر

است. پس همه با هم ساده می‌شوند. (می‌دانیم بعد از  $\frac{7}{8}$  و قبل از  $\frac{28}{29}$  و  $\frac{27}{28}$  است).

$$(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \cdots \times (1 + \frac{1}{1391})$$

ابتدا حاصل جمع داخل پرانتزها را حساب می‌کنیم.

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{1392}{1391} = \frac{1392}{2} = 696$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

ابتدا حاصل داخل هر پرانتز را حساب می‌کنیم:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{2002}{2003} = \frac{1}{2003}$$

مخرج هر کسر با صورت بعدی در این الگو ساده می‌شود.

عددها را به کسر تبدیل می‌کنیم. معلوم می‌شود که صورت هر کسر با مخرج بعدی ساده می‌شود.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{20}{21} = \frac{20}{2} = 10$$

از آنجایی که اگر صورت کسری برابر با صفر باشد کل کسر صفر خواهد شد. پس:

۴۹- گزینه‌ی (۳)

می‌دانیم صفر در هر عددی ضرب شود حاصل صفر به دست می‌آید، پس حاصل کل عبارت صفر است.

$$\frac{70-10}{30} \times \frac{70-20}{30} \times \cdots \times \underbrace{\frac{70-70}{30}}_0 = 0$$

چون تمام علامت‌ها جمع است، می‌توانیم پرانتز را برداشته و اعداد را جابه‌جا کنیم. کسرهای هم مخرج را با هم

۵۱- گزینه‌ی (۳)

$$(\frac{1}{4} + \frac{7}{11}) + (\frac{3}{9} + \frac{2}{6}) + (\frac{3}{6} + \frac{6}{9}) + (\frac{4}{6} + \frac{4}{11})$$

جمع می‌کنیم.

$$= \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}_{\frac{4}{4}} + \underbrace{\frac{7}{11} + \frac{4}{11}}_{\frac{11}{11}} + \underbrace{\frac{3}{9} + \frac{6}{9}}_{\frac{9}{9}} + \underbrace{\frac{2}{6} + \frac{4}{6}}_{\frac{6}{6}} = 1+1+1+1 = 4$$

۴ کسر به دست آمده که صورت و مخرج‌های آنها با هم برابرند و

در واقع هر کدام یک واحد را نشان می‌دهند.

علامت بین کسرها و همچنین بین دو پرانتز، جمع است. کسرهای هم مخرج از دو پرانتز را با هم در نظر می‌گیریم.

۵۲- گزینه‌ی (۱)

$$\underbrace{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})}_{\frac{2}{2}=1} + \underbrace{(\frac{1}{3} + \frac{2}{3})}_{\frac{3}{3}=1} + \underbrace{(\frac{1}{4} + \frac{3}{4})}_{\frac{4}{4}=1} + \cdots + \underbrace{(\frac{1}{50} + \frac{49}{50})}_{\frac{50}{50}=1} = 49 \times 1 = 49$$

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (49)$$

پس نتیجه می‌گیریم ۴۹ تا عدد ۱ داریم که با هم جمع شده‌اند و حاصل ۴۹ به دست می‌آید.

۵۳- گزینه‌ی ۱۳

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{6 \times 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}, \quad \dots, \quad \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$= \frac{1}{4} - \underbrace{\frac{1}{5}}_{\circ} + \underbrace{\frac{1}{5}}_{\circ} - \underbrace{\frac{1}{6}}_{\circ} + \underbrace{\frac{1}{6}}_{\circ} - \underbrace{\frac{1}{7}}_{\circ} + \dots + \underbrace{\frac{1}{99}}_{\circ} - \frac{1}{100} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} - \frac{1}{100} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

صورت به اندازه‌ی اختلاف مخرج کسرهایی است که تفریق شده‌اند.

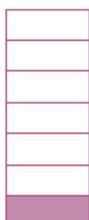
۵۴- گزینه‌ی ۱۴

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{4} = \frac{3}{1 \times 4} \quad \text{و} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{4 \times 9} \quad \dots \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{16} = \frac{15}{1 \times 16} \quad \text{و} \quad \frac{1}{16} - \frac{1}{100} = \frac{81}{16 \times 100} = 1 - \underbrace{\frac{1}{4}}_{\circ} + \underbrace{\frac{1}{4}}_{\circ} - \underbrace{\frac{1}{9}}_{\circ} + \dots + \underbrace{\frac{1}{81}}_{\circ} - \frac{1}{100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

$\frac{1}{4}$  از این پل روی زمین قرار گرفته است، یعنی  $\frac{1}{4}$  آن روی آب است، بنابراین طول پل دو برابر

عرض رودخانه است.

$$120 \times 2 = 240 \text{ متر}$$



چون با باقی‌مانده‌ی هر ۷ کیسه یک کیسه‌ی آرد تهیه می‌شود، پس نتیجه

۵۵- گزینه‌ی ۱۵

می‌گیریم بخش باقی‌مانده،  $\frac{1}{7}$  یک کیسه‌ی آرد است و هر ۶ نان  $\frac{6}{7}$  کیسه‌ی آرد. نتیجه‌ی کلی این

است که با هر بسته آرد می‌توان ۷ نان پخت نه ۶ نان.  $62 \times 7 = 434$



۵۶- گزینه‌ی ۱۶

باید محاسبه کنیم هر دو کارت پشت سر هم چه قدر اختلاف دارند.

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{7-6}{42} = \frac{1}{42} \div 3 = \frac{1}{42} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{126}$$

اختلاف هر کارتی با کارت کناری  $\frac{1}{126}$  است  $\Rightarrow$

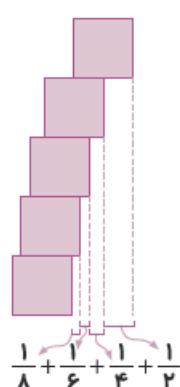
$$\frac{1}{6} - \frac{1}{126} = \frac{21}{126} - \frac{1}{126} = \frac{20}{126} = \frac{10}{63}$$

به شکل دقت کنید ۳ پل اختلاف بین  $\frac{1}{6}$  و  $\frac{1}{7}$  وجود دارد.

حال محاسبه می‌کنیم هر اختلاف چه قدر است:

حال به راحتی می‌توانیم عدد قبل  $\frac{1}{6}$  را به دست آوریم.

۵۷- گزینه‌ی ۱۷



$$\frac{1 \times 12}{2 \times 12} + \frac{1 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{1 \times 3}{8 \times 3} = \frac{12+6+4+3}{24} = \frac{25}{24}$$

فاصله،  $\frac{25}{24}$  از طول ضلع مکعب است، پس:

$$\frac{25}{24} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{144} = \frac{1}{6 \frac{1}{2}}$$