

۴ | برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱ تا ۱۲)

### دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن

### خلاصه نکات

#### شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالوده تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمره ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

#### نکات مهم و کاربردی

- ۱ از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.
  - ۲ نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند.
  - ۳ ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.
  - ۴ تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.
  - ۵ مفهوم قانون و اصل در فیزیک:
- قانون:** گزاره کلی و در عین حال مختصر است که برای دامنه وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر می‌باشد (مانند قوانین نیوتون).
- اصل:** برای توصیف دامنه محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصل استفاده می‌کنیم (مانند اصل پاسکال).

#### مدل‌سازی در فیزیک

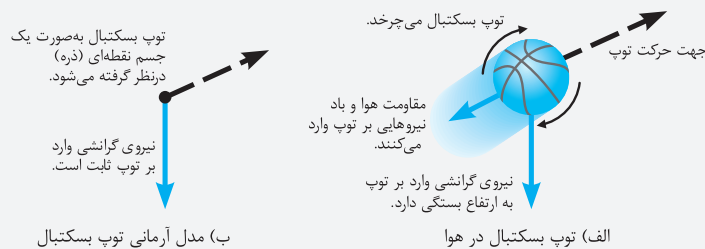
پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. **مدل‌سازی در فیزیک**، فرایندی است که در طی آن یک پدیده فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم. برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال زیر توجه کنید:

#### مثال مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا:

یک توپ بسکتبال پرتاب‌شده در هوا را در نظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را در نظر گرفت:

توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ در نظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم. هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم. از این‌رو می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت آن بپردازیم.



نمونه‌های کامل‌تر از مدل‌سازی رو تو تست‌های این قسمت براتون آورده‌یم تا رو این بحث کاملاً مسلط بشیر...

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. سایر گزینه‌ها در رابطه با مفاهیم قانون و اصل در علم فیزیک صحیح هستند.

**۳ ۳** مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین‌کننده برای یک پدیده فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و پدیده‌ها تا حد امکان ساده‌سازی می‌شوند نه جزئی‌سازی. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

**۴ ۴** هنگام مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای مثال، اگر به جای مقاومت هوا، نیروی جاذبه زمین را نادیده می‌گیریم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کند که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود! این توضیحات یعنی نمی‌توان از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر کرد.

**۲ ۵** برای مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی، اثرهای جزئی‌تر را نادیده می‌گیریم. هنگامی که یک گلوله سنگین و کوچک را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، عامل اصلی حرکت آن، نیروی وزن است و از نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

**تذکر** اگر مقاومت هوا در برابر سقوط قطره باران وجود نداشته باشد، تندی حرکت قطره بر روی سطح زمین بسیار زیاد می‌شود، به طوری که با برخورد آن به زمین صدمه‌های بسیاری ایجاد می‌شود. هم‌چنین عاملی که باعث می‌شود تندی چتر باز کاهش یابد تا در اثر سقوط به شخص صدمه وارد نشود، نیروی مقاومت هوا است. بنابراین مقاومت هوا عاملی مهم در نحوه حرکت چتر باز بوده و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

**۲ ۶** هنگام مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی، فقط می‌توانیم آثار جزئی را نادیده بگیریم. با توجه به این‌که ارتفاع درخت کم است، تغییرات شتاب جاذبه ( $g$ ) و در نتیجه تغییرات وزن برگ ( $mg$ )، هنگام پایین آمدن قابل صرف‌نظر کردن است. دقت کنید که با توجه به این‌که سطح مقطع برگ، بزرگ و جرم آن کم است، بنابراین در مورد حرکت برگ نمی‌توانیم از اثر مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم، چون عاملی مهم و تعیین‌کننده در نحوه حرکت برگ است.

نیروی مقاومت هوا



نیروی وزن

**۲ ۷** در هنگام سقوط برگ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می‌شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت برگ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن‌که برگ با شتاب به سمت پایین می‌آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر است و می‌توانیم حرکت برگ را به شکل مقابل مدل‌سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).

**۲ ۸** موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی‌های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می‌شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد این موضوع در مدل‌سازی لحاظ شود.

**۳ ۹** برای مدل‌سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این‌که جسم به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین نیروی دست شخص باید بیشتر از نیروی اصطکاک باشد، پس گزینه (۳) صحیح است (دقت شود برای مدل‌سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم).

**۳ ۱۰** در مدل‌سازی حرکت کمد بر روی سطح شیبدار، نیروی وزن کمد، نیرویی که شخص به کمد وارد می‌کند و زاویه سطح شیبدار ( $\theta$ )، عوامل اصلی مؤثر بر حرکت کمد هستند. سایر عوامل مانند شکل کمد، مقاومت هوا و تغییرات وزن کمد هنگام بالا رفتن، جزئی هستند و می‌توانیم از آن‌ها صرف‌نظر کنیم.

**۳ ۱۱** نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل‌سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی‌توانیم از این عامل چشم‌پوشی کنیم. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

**۴ ۱۲** با توجه به علوم پایه هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به دلیل کوچک بودن، منبع نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به صورت واگرا می‌باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن‌ها را موازی در نظر می‌گیریم، پس گزینه (۴) صحیح است.

**۴ ۱۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۳ تا ۲۶)

### کمیت‌ها و یکاهای مختلف فیزیکی

### خلاصه نکات

تو این قسمت، اول مفاهیم کمیت و یکا رو می‌شناسیم و بعدش میریم سراغ دسته‌بندی‌های مختلف اون‌ها. آفر کاری هم، رو مفهوم سازگاری یکاها تو به معادله رفواه کار می‌کنیم ...

#### کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می‌کنیم:

**کمیت:** هر پدیده فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه‌گیری کرد، کمیت نام دارد.

**مثال** دمای هوا، فاصله دو جسم، سرعت یک جسم و ... ، از مواردی هستند که می‌توانند افزایش یا کاهش یابند و می‌توان به آن‌ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می‌شوند.

**تذکر** پدیده‌هایی مانند خوشحالی یک نفر، شور و اشتیاق افراد برای انجام یک کار و ... که مقدار آن‌ها را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، کیفیت نامیده می‌شود.

**یکای:** یکای هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصله دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم،  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$  است.

**دقت:** اگر برای هر کمیت یکای تعریف شده و معینی نداشته باشیم، ارقام حاصل از اندازه‌گیری آن برای ما بی‌معنا خواهد بود. مثلاً ما یک متر را می‌شناسیم و به همین دلیل ارتفاع ۲۰ متری برای یک درخت را می‌توانیم تجسم کنیم.

**تذکر:** یکای انتخاب شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف تغییر نکند. همچنین باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

### کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دسته اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم:

۱) کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

کمیت اصلی	جرم (m)	طول (L)	زمان (t)	دما (T)	مقدار ماده (M)	جریان الکتریکی (I)	شدت روشنایی ( $I_V$ )
یکای اصلی مرتبط	کیلوگرم (kg)	متر (m)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا (cd)

۲) سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

چند کمیت فرعی	سرعت	شتاب	فشار	حجم	سطح
یکای مرتبط	متر بر ثانیه m/s	متر بر مجذور ثانیه m/s <sup>2</sup>	پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه Pa یا kg/m.s <sup>2</sup>	مترمکعب m <sup>3</sup>	مترمربع m <sup>2</sup>

**نکته:** در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای فرعی و اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطه فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

**تمرین ۱)** واحد کمیت سرعت را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟

**پاسخ)** ابتدا رابطه‌ای از سرعت را به‌خاطر می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \text{واحد سرعت} \equiv \frac{\text{واحد } \Delta x \text{ (جابه‌جایی)}}{\text{واحد } \Delta t \text{ (زمان)}} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}} \text{ (m/s)}$$

**تمرین ۲)** واحد کمیت نیرو (یعنی نیوتون) را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟

**پاسخ)** با توجه به رابطه  $F = ma$ ، می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو (نیوتون)} \equiv (\text{واحد جرم}) \times (\text{واحد شتاب}) \Rightarrow N \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دسته نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:





۳۱۵ یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. همچنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۳۱۶ اگر یکای طول را به صورت فاصله نوک بینی تا نوک انگشتان و یکای زمان را تعداد ضربان قلب شخص در نظر بگیریم، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکاها کاملاً تغییرپذیر است. از این‌رو این موارد را نباید یکای کمیت‌های طول و زمان در نظر گرفت.

۳۱۷ طول و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، در حالی که مساحت یک کمیت فرعی است، زیرا یکای آن (مترمربع) وابسته به یکای طول یعنی متر (m) است.

**تذکر**

در مورد نیرو نیز همین موضوع برقرار است و یکای آن برحسب کمیت‌های فرعی بیان می‌شود:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{مجدور ثانیه}} \times \text{کیلوگرم} \Rightarrow 1 \text{ N} \equiv 1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

۳۱۸ با توجه به تعریف کمیت و یکا که در خلاصه نکات (۲) به آن اشاره کردیم و هم‌چنین با در نظر گرفتن جدول زیر، گزینه (۳) صحیح است.

کمیت اصلی	جرم	طول	زمان	دما	مقدار ماده	شدت جریان	شدت روشنایی
یکای اصلی	کیلوگرم	متر	ثانیه	کلوین	مول	آمپر	کندلا

۴۱۹ کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینه (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۳۲۰ از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).

هم‌چنین از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

۲۲۱ برای حل این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

(۱)

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{یکای جرم} \times \text{یکای شتاب} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$W = Fd \Rightarrow \text{یکای کار یا انرژی} \equiv \text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو} \Rightarrow J \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

(۲)

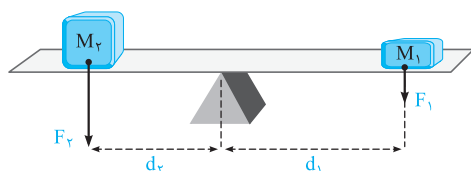
$$\text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{یکای مساحت} \equiv \text{m}^2$$

$$\text{بنابراین گزینه (۲) نادرست است. } P = \frac{F}{A} \Rightarrow \text{یکای فشار} \equiv \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

(۳) شدت روشنایی کمیتی اصلی است و یکای آن کندلا (شمع) است.

(۴) تندی یک جسم برابر مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان است و یکای آن m/s می‌باشد.

$$\text{یکای تندی} \equiv \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۲۲۲ گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل مقابل، نیروی

وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.

گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایه نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از

رابطه زیر به دست می‌آید:

یکای نیرو × یکای فاصله ≡ یکای گشتاور نیرو ⇒ اندازه نیرو × فاصله نقطه اثر نیرو تا محور چرخش = اندازه گشتاور نیرو

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv \text{m} \times \left( \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

۳۲۳ برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

محاسبه یکای نیرو:

$$\text{محاسبه یکای انرژی: } \text{یکای انرژی} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو} \equiv \text{یکای انرژی (یا کار)} \Rightarrow \text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو} = \text{کار}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی m, kg, s استفاده می‌کنیم، بنابراین  $\alpha = \beta = 3$  است.  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{3} = 1$

۳۲۴ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

$$F = ma \Rightarrow F \text{ یکای } \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام اول: یکای نیرو در SI برابر است با:

گام دوم: یکای پارامتر  $k$  برابر است با (یکای مکان متحرک  $(x)$  در SI، متر است):

$$k = -\frac{F}{x} \Rightarrow k \text{ یکای } \equiv \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}} \equiv \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

این موضوع یعنی یکای  $k$ ، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

۳۲۵ برای حل این سؤال، یکای نیرو را برحسب یکاهای  $\text{kg}$ ،  $m$  و  $s$  به دست می‌آوریم.

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (\text{kg})^1 \times (\text{m})^1 \times (\frac{1}{\text{s}})^2 \Rightarrow \alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 2$$

۴۲۶ می‌دانیم وقتی کمیته‌ی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین

می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow A \text{ یکای } \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right) \text{ یکای} \Rightarrow J \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{\text{kg}}$$

با توجه به رابطه  $W = Fd$ ، می‌دانیم که یکای ژول معادل  $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$  است، بنابراین داریم:

$$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{\text{kg}} \Rightarrow B^2 \text{ یکای} \equiv \text{kg}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

از طرفی یکای  $A$  با یکای  $CDE$  نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$A \text{ یکای} \equiv (CDE \text{ یکای}) \Rightarrow J \equiv \text{kg} \times (DE \text{ یکای}) \Rightarrow \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \equiv \text{kg} \times (DE \text{ یکای}) \Rightarrow DE \text{ یکای} \equiv \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B^2}{DE}\right) \text{ کمیت} \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{DE \text{ یکای}} = \frac{\text{kg}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \text{kg}^2$$

۱۲۷ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۲۷ تا ۴۱)

### آشنایی با پیشوندها و نمادگذاری علمی

### خلاصه نکات

در این خلاصه نکات می‌خواهیم سه مهارت پرکاربرد زیر را به دست آوریم:

#### مهارت اول (استفاده از پیشوندها)

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به صورت  $10^n$  هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به عنوان مثال به جای این‌که بگوییم  $1000$  متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای  $0.01$  متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

**تذکر** پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

نام	ترا	گیگا	مگا	کیلو	هکتو	دکا
نماد	T	G	M	k	h	da
معنا	$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$
نام	پیکو	نانو	میکرو	میلی	سانتی	دسی
نماد	p	n	$\mu$	m	c	d
معنا	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-1}$

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد  $\Leftarrow$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد  $\Leftarrow$

پیشوندهای رنگه‌ای هم هست که نسبت به پیشوندهایی که گفتیم کاربرد کم‌تره و هفتگی نیست، فندتاشو ببینید:

نام	پتا	اِگزا	زتا	یوتا
نماد	P	E	Z	Y
معنا	$\times 10^{15}$	$\times 10^{18}$	$\times 10^{21}$	$\times 10^{24}$
نام	فِمتو	آتو	زپتو	یوکتو
نماد	f	a	z	y
معنا	$\times 10^{-15}$	$\times 10^{-18}$	$\times 10^{-21}$	$\times 10^{-24}$

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد  $\leftarrow$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد  $\leftarrow$

### مهارت دوم (نمایش عددها به کمک نمادگذاری علمی)

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به صورت  $A = a \times 10^{\pm n}$  نمایش داده که  $a$  یک عدد حقیقی ( $1 \leq a < 10$ ) و  $n$  یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

(۱) $0/0000012 = 1/2 \times 10^{-6}$ رقم ۶	(۲) $12000 = 1/2 \times 10^4$ رقم ۴
(۳) $0/0040801 = 4/0801 \times 10^{-3}$ رقم ۳	(۴) $10348001 = 1/0348001 \times 10^7$ رقم ۷

**توجه** } ممیز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم  $\leftarrow (n < 0) 10^n$  مثال‌های (۱) و (۳)  
 } ممیز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم  $\leftarrow (n > 0) 10^n$  مثال‌های (۲) و (۴)

### مهارت سوم (استراتژی تبدیل یکا در فیزیک)

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

**استراتژی ۱:** همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر،  $10^{-2}$  متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوه زیر عمل می‌کنیم:

یعنی  $10^{-2}$   
 $12 \text{ cm} \equiv 1 \times 10^{-2} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$

تبدیل سانتی‌متر به متر  
 $x = 12 \text{ cm} \rightarrow x = 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 0/12 \text{ m}$

**استراتژی ۲:** در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک **تبدیل زنجیره‌ای** استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازه کمیت موردنظر را در یک

**عامل تبدیل** (یعنی نسبتی از یکاها که برابر یک است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون ۱م برابر ۱۰۰cm است، داریم:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1, \quad \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازه آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا استفاده کنیم. برای مثال، یکای cm را در عدد ۱۲ cm، به‌صورت زیر به m تبدیل می‌کنیم:

$$12 \text{ cm} = (12 \text{ cm})(1) = (12 \text{ cm}) \left( \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right) = 0/12 \text{ m}$$

عامل تبدیل

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

**تمرین ۱) ۷۲ کیلومتر بر ساعت چند متر بر ثانیه است؟**

**پاسخ** | با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

**استراتژی ۱:** نحوه حل به شکل زیر است:

تبدیل کیلومتر به متر در صورت  
 تبدیل ساعت به ثانیه در مخرج  
 $v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow v = 72 \times \frac{1000 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = 72 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

استراتژی ۲: با کمک دو عامل تبدیل، می‌توان  $\frac{km}{h}$  را به  $\frac{m}{s}$  تبدیل کرد:

$$v = 72 \frac{km}{h} = (72 \frac{km}{h}) \times (1) \times (1) = (72 \frac{km}{h}) \times (\frac{1h}{3600s}) \times (\frac{1000m}{1km}) = 20 \frac{m}{s}$$

← عامل تبدیل برای تبدیل h به s
← عامل تبدیل برای تبدیل km به m

**تذکر** در تمرین ۱، از شیوه تبدیل یکای  $\frac{km}{h}$  به  $\frac{m}{s}$  در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایه دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می‌شود:

۱) با توجه به این‌که یکای km به m و یکای h به s باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲) در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به s، چون h در مخرج یکای  $\frac{km}{h}$  است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و S در مخرج باشد. همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن‌ها در رابطه زیر توجه کنید:

$$72 \frac{km}{h} = 72 \frac{km}{h} \times \frac{1h}{60 \times 60 (s)} \times \frac{1000(m)}{1km} = 20 \frac{m}{s}$$

← متر می‌ماند
← ثانیه می‌ماند

**تمرین ۲** جرم جسمی ۰/۰۰۵ میلی‌گرم اندازه‌گیری شده است. جرم این جسم به صورت نمادگذاری علمی چند مگاگرم است؟

**پاسخ** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا میلی‌گرم را به گرم و سپس گرم را به مگاگرم تبدیل می‌کنیم:

$$m = 0.005 \text{ mgr} = 0.005 \times 10^{-3} \text{ gr} \xrightarrow[\text{مگاگرم}]{\text{تبدیل گرم به مگاگرم}} m = 0.005 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ Mgr} = 0.005 \times 10^{-9} \text{ Mgr}$$

**تذکر** به‌طور کلی این‌گونه به‌خاطر بسپاریم که برای تبدیل واحد بزرگ مگاگرم به واحد کوچک گرم (قطعه‌های کوچک‌تر) باید تعداد آن‌ها افزایش یابد، یعنی باید در  $10^{\text{عدد مثبت}}$  ضرب کنیم. از طرفی برای تبدیل واحد کوچک گرم به واحد بزرگ مگاگرم (قطعه‌های بزرگ‌تر) باید تعداد آن‌ها کاهش یابد، یعنی در  $10^{\text{عدد منفی}}$  ضرب کنیم.

$$1 \text{ Mgr} = 10^6 \text{ gr} \Rightarrow 1 \text{ gr} = 10^{-6} \text{ Mgr}$$

واحد بزرگ واحد کوچک واحد کوچک واحد بزرگ

**گام دوم:** عدد به‌دست آمده را به شیوه نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$m = 0.005 \times 10^{-9} \text{ Mgr} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-9} \text{ Mgr} = 5 \times 10^{-12} \text{ Mgr}$$

← عدد صحیح
←  $1 \leq a < 10$

**تمرین ۳** زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوه نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟ (تألیفی)

$$4 \times 10^4 \quad (4) \qquad 40 \times 10^3 \quad (3) \qquad 4 \times 10^7 \quad (2) \qquad 40 \times 10^6 \quad (1)$$

**پاسخ** برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می‌دهیم. به‌همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$t = 40 \mu s \xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}} t = 40 \times (10^{-6} s) \xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}} t = 40 \times 10^{-6} \times (10^{12} ps) = 40 \times 10^6 ps$$

حال مقدار به‌دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$t = 40 \times 10^6 ps = 4 \times 10^1 \times 10^6 ps = 4 \times 10^7 ps \quad (\text{گزینۀ ۲})$$

← یک رقم

$$1 ps = 10^{-12} s \xrightarrow{\text{یا}} 1 s = 10^{+12} ps$$

**دقت:**

می‌دانیم که هر لیتر (معادل با)  $1000$  سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = 1 \text{ m Lit} \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی لیتر}} V = 10^{-3} \text{ Lit} \xrightarrow[\text{سانتی‌متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = 10^{-3} \times (10^3 \text{ cm}^3) = 1 \text{ cm}^3$$

برای پیدا کردن رابطه بین دسی‌متر مکعب و لیتر داریم  $(1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m})$  (دسی‌متر) یا  $(1 \text{ m} = 10 \text{ dm})$ :

$$V = 1 \text{ dm}^3 \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی‌مترمکعب}} V = 1 \times (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = 10^{-3} \times 10^3 \text{ Lit} = 1 \text{ Lit}$$

۳ ۲۸ ابتدا جرم هسته را برحسب نانوگرم به دست می آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می نویسیم:

$$۱۶۷۷ \times 10^{-۳۰} \text{ kg} \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۱۶۷۷ \times 10^{-۳۰} \times (10^۳ \text{ gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل gr به ng}} ۱۶۷۷ \times 10^{-۳۰} \times 10^۹ \times (10^۹ \text{ ng}) = ۱۶۷۷ \times 10^{-۱۸} \text{ ng}$$

یکای SI جرم

$$\Rightarrow \text{جرم هسته به صورت نمادگذاری علمی} = ۱۶۷۷ \times 10^{-۱۵} \text{ n g}$$

۳ ۲۹ ابتدا فاصله بین دو شهر را برحسب پیکومتر (pm) به دست می آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می نویسیم:

$$\text{فاصله} = ۷۸ \text{ km} \xrightarrow{\text{تبدیل km به m}} ۷۸ \times (10^۳ \text{ m}) \xrightarrow{\text{تبدیل m به pm}} ۷۸ \times 10^۳ \times (10^{۱۲} \text{ pm}) = ۷۸ \times 10^{۱۵} \text{ pm}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله به صورت نمادگذاری علمی} = ۷۸ \times 10^{۱۶} \text{ pm} \Rightarrow n = ۱۶$$

۳ ۳۰ برای حل این سؤال، اعداد داده شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می کنیم:

$$۱/۲۵ \times 10^{۱۱} \mu\text{g} \xrightarrow{\text{تبدیل } \mu\text{g به gr}} ۱/۲۵ \times 10^{۱۱} \times (10^{-۶} \text{ gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۱/۲۵ \times 10^{۱۱} \times 10^{-۶} \times (10^{-۳} \text{ kg}) = ۱۲۵ \text{ kg} \quad (۱)$$

$$۵ \times 10^۷ \text{ mg} \xrightarrow{\text{تبدیل mg به gr}} ۵ \times 10^۷ \times (10^{-۳} \text{ gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۵ \times 10^۷ \times 10^{-۳} \times (10^{-۳} \text{ kg}) = ۵۰ \text{ kg} \quad (۲)$$

$$۷/۵ \times 10^{۱۲} \text{ ng} \xrightarrow{\text{تبدیل ng به gr}} ۷/۵ \times 10^{۱۲} \times (10^{-۹} \text{ gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۷/۵ \times 10^{۱۲} \times 10^{-۹} \times (10^{-۳} \text{ kg}) = ۷/۵ \text{ kg} \quad (۳)$$

$$۴/۵ \times 10^{-۴} \text{ Gg} \xrightarrow{\text{تبدیل Gg به gr}} ۴/۵ \times 10^{-۴} \times (10^۹ \text{ gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۴/۵ \times 10^{-۴} \times 10^۹ \times (10^{-۳} \text{ kg}) = ۴۵۰ \text{ kg} \quad (۴)$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر ۲۵kg است. فقط در گزینه (۳)، جرم جسم از ۲۵kg کم تر است و در نتیجه شیشه میز نمی شکند.

۲ ۳۱ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۲) صحیح است.

۲ ۳۲ برای مقایسه دو مقدار، باید هر دو برحسب یک واحد یکسان بیان شوند؛ بنابراین در هر یک گزینه‌ها، باید کمیت‌ها را با واحد یکسان محاسبه کنیم.

$$۳/۸ \times 10^{-۴} \text{ km} \xrightarrow{\text{تبدیل km به m}} ۳/۸ \times 10^{-۴} \times (10^۳ \text{ m}) \xrightarrow{\text{تبدیل m به dm}} ۳/۸ \times 10^{-۴} \times 10^۳ \times (10 \text{ dm}) = ۳/۸ \text{ dm} < ۵۴۰ \text{ dm} \quad (۱)$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

$$۹/۸ \times 10^۶ \text{ Mm} \xrightarrow{\text{تبدیل Mm به m}} ۹/۸ \times 10^۶ \times (10^۶ \text{ m}) \xrightarrow{\text{تبدیل m به pm}} ۹/۸ \times 10^۶ \times 10^۶ \times (10^{۱۲} \text{ pm}) = ۹/۸ \times 10^{۲۴} \text{ pm} < ۲/۷ \times 10^{۲۵} \text{ pm} \quad (۲)$$

بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

$$۱۰۰ \text{ hm}^۲ \xrightarrow{\text{تبدیل هکتار (hm}^۲\text{) به m}^۲} ۱۰۰ \times (10۰ \text{ m})^۲ \xrightarrow{\text{تبدیل m}^۲\text{ به دکامتر مربع (dam}^۲\text{)}} ۱۰۰ \times 10^۴ \times (10^{-۱} \text{ dam})^۲ = ۱۰۰۰۰ \text{ dam}^۲ \quad (۳)$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

$$۱ \text{ Gm}^۲ \xrightarrow{\text{تبدیل Gm}^۲\text{ به m}^۲} ۱ \times (10^۹ \text{ m})^۲ \xrightarrow{\text{تبدیل m}^۲\text{ به km}^۲} ۱۰^{۱۸} \times (10^{-۳} \text{ km})^۲ = ۱۰^{۱۲} \text{ km}^۲ > ۱۰۰۰ \text{ km}^۲ \quad (۴)$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۱ ۳۳ ابتدا حجم و ضخامت گلبول قرمز را به ترتیب برحسب  $\text{m}^۳$  و  $\text{m}$  محاسبه می کنیم:

$$\text{حجم} : V = ۱۰^{۱۱} \text{ nm}^۳ = ۱۰^{۱۱} \times (10^{-۹} \text{ m})^۳ = ۱۰^{-۱۶} \text{ m}^۳$$

$$\text{ضخامت} : h = ۲/۵ \mu\text{m} = ۲/۵ \times (10^{-۶} \text{ m}) = ۲/۵ \times 10^{-۶} \text{ m}$$

$$V = A \cdot h \Rightarrow ۱۰^{-۱۶} = A \times ۲/۵ \times 10^{-۶} \Rightarrow A = \frac{۱۰^{-۱۶}}{۲/۵ \times 10^{-۶}} = ۴ \times 10^{-۱۱} \text{ m}^۲$$

با توجه به خواسته سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی متر مربع محاسبه می کنیم:

$$A = ۴ \times 10^{-۱۱} \text{ m}^۲ \xrightarrow{\text{تبدیل m}^۲\text{ به mm}^۲} ۴ \times 10^{-۱۱} \times (10^۳ \text{ mm})^۲ = ۴ \times 10^{-۵} \text{ mm}^۲$$

۳ ۳۴ برای به دست آوردن مساحت برحسب مترمربع ( $\text{m}^۲$ )، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{عرض صفحه} = ۹ \text{ nm} = ۹ \times 10^{-۹} \text{ m} \\ \text{طول صفحه} = ۰/۲ \mu\text{m} = ۰/۲ \times 10^{-۶} \text{ m} \end{array} \right. \Rightarrow \text{مساحت صفحه مستطیلی} = \text{طول} \times \text{عرض} = ۰/۲ \times 10^{-۶} \times ۹ \times 10^{-۹} \text{ m}^۲ = ۱/۸ \times 10^{-۱۵} \text{ m}^۲$$

دقت کنید که مقدار به دست آمده برای مساحت با توجه به شیوه نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

۴۳۵ طبق صورت سؤال در هر ثانیه،  $200 \text{ cm}^3$  آب هدر می‌رود، پس در هر ساعت، مقدار  $3600 \times 200 \text{ cm}^3$  آب هدر می‌رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار  $10 \times 3600 \times 200 \text{ cm}^3$  آب به هدر خواهد رفت.

$$V = 10 \times 3600 \times 200 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل به lit}} 10 \times 3600 \times 200 \times (10^{-3} \text{ lit}) = 7200 \text{ lit}$$

۱۳۶ برای محاسبهٔ قد کودک برحسب فوت، با انتخاب عامل تبدیل‌های مناسب، از روش تبدیل زنجیره‌ای به صورت زیر کمک می‌گیریم:

$$152/4 \text{ cm} = 152/4 \text{ cm} \times (1) \times (1) = 152/4 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ inch}}{2/54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ inch}} = \Delta \text{ ft}$$

۳۳۷ برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$312 \text{ km} = 312 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ ذرع}}{104 \text{ cm}} = 3 \times 10^5$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامه روند تبدیل زنجیره‌ای، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$312 \text{ km} = 312 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ فرسنگ}} = 5 \times 10^1$$

۲۳۸ برای حل، از روش تبدیل زنجیره‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$62208 \text{ kg} = 62208 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ gf}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ مثقال}}{4/86 \text{ gf}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{640 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ خروار}}{100 \text{ من تبریز}} = 200 \text{ خروار} = 2 \times 10^2$$

۲۳۹ یکای نجومی، معادل میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و این یعنی فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، برابر ۱ AU می‌باشد.

۴۴۰ گام اول: ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می‌کنیم:

$$400 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 400 \frac{\text{گره}}{1} \times \frac{0/5 \text{ m}}{1 \text{ گره}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: در ادامه، مسافت طی شده را برحسب متر به دست می‌آوریم:

$$3700 \text{ m} = 2 \text{ مایل} \times \frac{1850 \text{ m}}{1 \text{ مایل}} = 2 \text{ مایل} = 2 \text{ مسافت طی شده}$$

گام سوم: زمان موردنظر برابر است با:

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} = 200 \Rightarrow \frac{3700}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{زمان} = 18/5 \text{ s} = 18/5 \times 10^6 \mu\text{s} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \text{زمان} = 1/85 \times 10^7 \mu\text{s}$$

۲۴۱ ابتدا حجم آب و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب  $\text{m}^3$  و  $\text{m}^2$  محاسبه می‌کنیم.

$$V = 6 \text{ گالین} \times \frac{4/4 \text{ lit}}{1 \text{ گالین}} = 26/4 \text{ lit} = 26/4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$A = \pi R^2 = 3 \times (0/2 \text{ m})^2 = 0/12 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow 26/4 \times 10^{-3} = 0/12 \times h \Rightarrow h = \frac{26/4 \times 10^{-3}}{0/12} = 0/22 \text{ m} = 220 \text{ mm}$$

۲۴۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۴۲ تا ۶۳)

### دقت و خطای اندازه‌گیری

### خلاصه نکات

همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

۲ تعداد دفعات اندازه‌گیری

۳ کیفیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مورد استفاده

در رابطه با موارد (۱) و (۲)، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

### نکات مهم و کاربردی

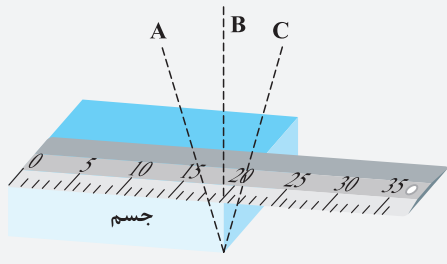
۱ مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر

روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویهٔ دید افراد

مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجهٔ

اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین

کم‌تر است.





۲) برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجه اندازه‌گیری آن کمیت در نظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجه یک اندازه‌گیری می‌باشد، داده به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیه اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.



در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری و نحوه نمایش عدد اندازه‌گیری شده، به ادامه بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت و خطای اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتالی می‌پردازیم:

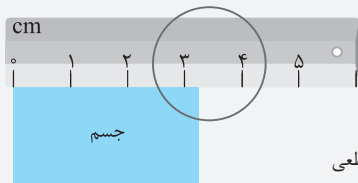
### دقت و خطای اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی شده

در وسایل درجه‌بندی شده (مانند خطکش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، نکات زیر حائز اهمیت است:

۱) دقت اندازه‌گیری یک خطکش و یا یک وسیله درجه‌بندی شده، برابر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خطکش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری ۱ cm است.

۲) بنابر یک قاعده کلی، خطای اندازه‌گیری توسط خطکش و سایر وسایل درجه‌بندی شده،  $\pm \frac{1}{2}$  کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله (دقت وسیله) است. به‌عنوان مثال در خطکشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده است، خطای اندازه‌گیری برابر  $\pm 0.5 \text{ cm} = \pm \frac{1}{2} \text{ cm}$  و در خطکشی که برحسب میلی‌متر مدرج شده است، برابر  $\pm 0.5 \text{ mm} = \pm \frac{1}{2} \text{ mm} = \pm 0.05 \text{ cm}$  است (این یعنی دقت اندازه‌گیری و خطای اندازه‌گیری، دو مفهوم متفاوت دارند).

۳) در علم فیزیک، برای تخمین زدن اندازه‌گیری‌هایی که با چشم انجام می‌شود، تنها حق داریم یک رقم غیرقطعی و مشکوک داشته باشیم. به‌طور مثال اگر در شکل زیر، طول جسم را توسط خطکش سانتی‌متری اندازه‌گیری کنیم، عدد گزارش شده برای طول جسم، نمی‌تواند به صورت  $3.23 \text{ cm}$  باشد، زیرا احتمالاً با ما موافق هستید که طول جسم بیشتر از  $3 \text{ cm}$  است ولی برای تخمین زدن طول جسم مطابق علم فیزیک، فقط باید یک رقم غیرقطعی داشته باشیم. پس در خطکش سانتی‌متری فقط می‌توان تا مرتبه دهم سانتی‌متر حدس زد.



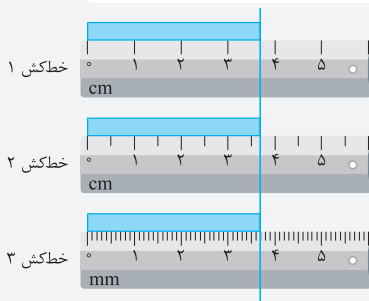
دو رقم غیرقطعی دارد، پس عدد گزارش شده نادرست است.  $3.23 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$

یک رقم غیرقطعی دارد، پس عدد گزارش شده صحیح است.  $3.2 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$

رقم غیرقطعی  
خطای وسیله  
اندازه‌گیری

۴) در وسیله‌های اندازه‌گیری، عدد ارائه‌شده باید به‌گونه‌ای باشد که رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یکدیگر هم‌خوانی داشته باشد. به‌عنوان مثال به موارد زیر توجه کنید:

خطکش مدرج شده برحسب سانتی‌متر (یعنی خطای اندازه‌گیری برابر $\pm 0.5 \text{ cm}$ )	
توضیحات	عدد پیشنهاد شده
رقم غیرقطعی با خطای اندازه‌گیری هم‌خوانی دارد ( $0.7 \text{ cm}$ با $0.5 \text{ cm}$ ) و عدد پیشنهادی درست است.	$42.7 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$ رقم غیرقطعی
رقم غیرقطعی با خطای اندازه‌گیری هم‌خوانی ندارد ( $0.1 \text{ cm}$ با $0.5 \text{ cm}$ ) و عدد پیشنهادی نادرست است.	$42.71 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$ رقم غیرقطعی



**تمرین ۱)** در سه تصویر نشان داده شده، نتیجه اندازه‌گیری توسط هر خطکش چگونه (به همراه خطای آن) نمایش داده می‌شود؟

**پاسخ خطکش ۱:** کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱ cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱ cm است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خطکش به‌صورت  $\pm 0.5 \text{ cm}$  بیان می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را  $3.7 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$  بیان کرد.

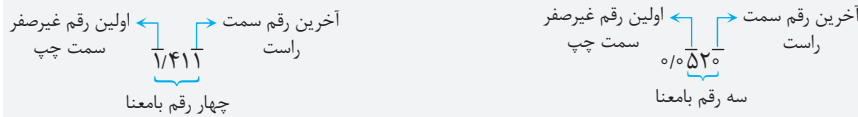
**خطکش ۲:** کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر  $0.5 \text{ cm}$  و در نتیجه دقت آن نیز برابر  $0.5 \text{ cm}$  است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خطکش به صورت  $\pm 0.25 \text{ cm}$  بیان می‌شود که باید به صورت  $\pm 0.3 \text{ cm}$  گرد شود (در این روند گرد کردن، باید به سمت بالا گرد کنید). بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را  $3.7 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ cm}$  بیان کرد. اگر نتیجه اندازه‌گیری را به صورت  $3.7 \text{ cm} \pm 0.25 \text{ cm}$  بیان کنید هر چند از نظر ریاضیات مشکلی ندارد ولی از نظر محاسبه‌های فیزیکی نادرست است، زیرا رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یکدیگر هم‌خوانی ندارد.

**خطکش ۳:** کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر  $1 \text{ mm}$  و در نتیجه دقت آن نیز برابر  $1 \text{ mm}$  است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خطکش،  $\pm 0.5 \text{ mm}$  یا  $\pm 0.5 \text{ cm}$  است. بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را  $3.68 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$  یا  $3.68 \text{ mm} \pm 0.5 \text{ mm}$  بیان کرد.

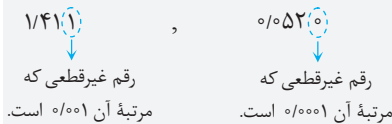
### ارقام بامعنا و رقم غیر قطعی

رقم‌هایی را که بعد از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می‌کنند، **رقم‌های بامعنا** می‌گویند. در رابطه با این موضوع به موارد زیر توجه کنید:

۱) برای شمارش ارقام معنادار از اولین عدد (غیرصفر) سمت چپ شروع می‌کنیم و تا آخرین رقم سمت راست (حتی صفرها) پیش می‌رویم. به‌عنوان مثال عدد  $1/411$  دارای چهار رقم بامعنا و عدد  $0.0520$  دارای سه رقم بامعنا می‌باشد.



۲) آخرین رقم معنادار سمت راست را رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گویند. به‌عنوان مثال در اعداد  $1/411$  و  $0.0520$  داریم:



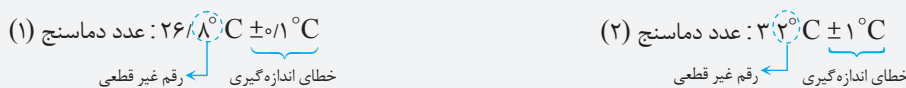
۳) در مقایسه دو اندازه‌گیری، بدیهی است که هرچه مرتبه رقم غیرقطعی کوچک‌تر باشد، یعنی حدس کم‌تری در اندازه‌گیری داشته‌ایم و اندازه‌گیری با وسیله دقیق‌تری انجام شده است.

### دقت و خطای اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با وسایل دیجیتالی (رقمی) انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت موردنظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:

۱) در این دستگاه‌ها، یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود **معادل با دقت و خطای دستگاه** است. به‌عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی مقابل را در نظر بگیرید: در این شکل‌ها، خطای دماسنج شکل (۱) که عدد  $26.8^\circ\text{C}$  را می‌خواند برابر  $\pm 0.1^\circ\text{C}$  و خطای دماسنج شکل (۲) که عدد  $32^\circ\text{C}$  را می‌خواند برابر  $\pm 1^\circ\text{C}$  است.

۲) در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



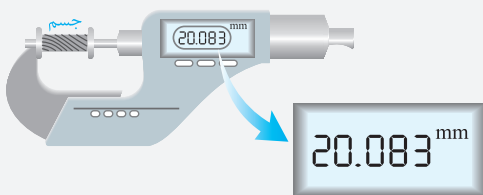
۳) در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$26.7^\circ\text{C} \leq \text{عدد واقعی دما در دماسنج (۱)} \leq 26.9^\circ\text{C}$$

۴) در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبه دقت اندازه‌گیری، می‌توان به جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به جای بقیه رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به دست می‌آید. به‌طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتالی به صورت  $18.063 \text{ mm}$  گزارش شود، برای محاسبه دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

$$18.063 \xrightarrow{\text{محاسبه دقت اندازه‌گیری}} 0.001 \text{ mm} \text{ یا } 0.001 \text{ mm}$$

**تمرین ۲** ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت بسیار زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. در رابطه با این ریزسنج، به موارد زیر پاسخ دهید:



(الف) این اندازه‌گیری چند رقم بامعنا دارد؟

(ب) رقم غیرقطعی در این اندازه‌گیری کدام است؟

(ج) دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

(د) نمایش واقعی این عدد به چه صورت است؟

(ه) طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

**پاسخ (الف)** همان‌طور که می‌دانید، رقم‌هایی که پس از اندازه‌گیری برای نمایش عدد موردنظر به‌کار می‌رود، ارقام بامعنا نام دارند. این اندازه‌گیری با ۵ رقم نمایش داده شده است، بنابراین ۵ رقم بامعنا دارد.

آخرین رقم سمت راست ←  
اولین رقم غیرصفر سمت چپ ←  
۲۰/۰۸۳ mm  
پنج رقم بامعنا

(ب) آخرین رقم سمت راست را رقم غیرقطعی گویند، بنابراین داریم:

۲۰/۰۸۳ mm  
رقم غیرقطعی ←

(ج) با توجه به این‌که نمایش عدد موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت و خطای اندازه‌گیری آن از مرتبه آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی مرتبه رقم غیرقطعی بوده و برابر ۰/۰۰۱ mm است.

(د) با توجه به خطای اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

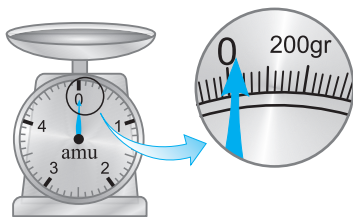
۲۰/۰۸۳ mm ± ۰/۰۰۱ mm  
خطای دستگاه  
اندازه‌گیری

(ه) طول واقعی این جسم در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$۲۰/۰۸۳ \text{ mm} - ۰/۰۰۱ \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq ۲۰/۰۸۳ \text{ mm} + ۰/۰۰۱ \text{ mm} \rightarrow ۲۰/۰۸۲ \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq ۲۰/۰۸۴ \text{ mm}$$

دقت وسیله اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارش مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودن وسیله اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

**۳۴۳** با توجه به خلاصه نکات (۴)، برای وسایل درجه‌بندی شده،  $\pm \frac{1}{p}$  برابر کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی مثبت و منفی یک واحد ( $\pm 1$ ) از آخرین رقمی که خوانده می‌شود برابر خطای اندازه‌گیری آن‌ها می‌باشد.



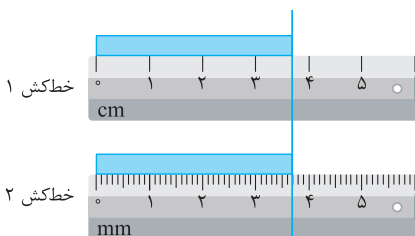
**۱۴۴** همان‌گونه که در صفحه ترازو می‌بینیم، فاصله بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت

مسای تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت برابر ۲۰gr است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر ۲۰gr یا  $2 \times 10^1 \mu\text{g}$  است.

**۱۴۵** در گزارش عدد  $۶/۷۴ \text{ mm} \pm ۰/۰۵ \text{ mm}$ ، رقم‌های ۶، ۷ و ۴ که در اندازه‌گیری ثبت شده‌اند،

ارقام بامعنا هستند. به آخرین رقم بامعنا ثبت شده، یعنی رقم ۴، رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گوییم.

هم‌چنین عبارت  $\pm ۰/۰۵ \text{ mm}$ ، نمایانگر خطای وسیله اندازه‌گیری است.



**۳۴۶** خطکش ۱: کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱ cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱ cm است.

مطابق قاعده‌ای که در خلاصه نکات (۴)، به آن اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خطکش

به‌صورت  $\pm \frac{1}{p} \times ۱ \text{ cm} = \pm ۰/۵ \text{ cm}$  بیان می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش

را  $۳/۷ \text{ cm} \pm ۰/۵ \text{ cm}$  یا  $۳۷ \text{ mm} \pm ۵ \text{ mm}$  بیان کرد.

**خطکش ۲:** کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱ mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱ mm است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این

خطکش،  $\pm ۰/۵ \text{ mm}$  یا  $\pm ۰/۰۵ \text{ cm}$  است. بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را  $۳/۶۸ \text{ cm} \pm ۰/۰۵ \text{ cm}$  یا  $۳۶/۸ \text{ mm} \pm ۰/۵ \text{ mm}$  بیان کرد.

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

کوچک‌ترین تقسیم‌بندی این ترازوی مدرج، برابر یک گرم است. بنابراین خطای اندازه‌گیری آن برابر  $\pm 0.5 \text{ gr}$  یا  $\pm \frac{1}{2} \times 1$  می‌باشد. هم‌چنین با توجه به این‌که دستگاه تا یک گرم، می‌تواند جرم جسم را اندازه بگیرد، بنابراین یک مرتبه کوچک‌تر، یعنی مرتبه یک دهم را می‌توانیم خودمان با نگاه کردن به ترازوی مدرج حدس بزنیم. بنابراین عدد نشان داده شده می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$4.2 \text{ gr} \pm 0.5 \text{ gr} \quad (\text{گزینه ۳})$$

خطای اندازه‌گیری وسیله  $\rightarrow$       رقم غیرقطعی  $\leftarrow$

در این حالت، خطای اندازه‌گیری برابر  $\pm 0.5 \text{ gr}$  ( $\pm \frac{1}{2} \times 0.1 = \pm 0.5 \text{ gr}$ ) می‌باشد و مشابه با استدلال پاسخ سؤال قبل، نمایش درست می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$4.21 \text{ gr} \pm 0.5 \text{ gr} \quad (\text{گزینه ۴})$$

خطای اندازه‌گیری وسیله  $\rightarrow$       رقم غیرقطعی  $\leftarrow$

در خطکش سانتی‌متری که کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن برابر  $1 \text{ cm}$  است، خطای وسیله اندازه‌گیری برابر  $\pm 0.5 \text{ cm}$  است. بنابراین مقدار اندازه‌گیری شده به صورت  $22.3 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$  نشان داده می‌شود که طول واقعی جسم در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$22.3 \text{ cm} - 0.5 \text{ cm} \leq \text{طول واقعی جسم} \leq 22.3 \text{ cm} + 0.5 \text{ cm} \Rightarrow 21.8 \text{ cm} \leq \text{جسم} \leq 22.8 \text{ cm}$$

ضخامت جسم برابر  $2.45 \times 10^{-3} \text{ m}$  یا  $2.45 \text{ mm}$  اندازه‌گیری شده است. از بین موارد مطرح شده، فقط عدد اندازه‌گیری شده توسط کولیس می‌تواند به این صورت گزارش شود، زیرا تا مرتبه  $0.1 \text{ mm}$  را اندازه‌گیری کرده و فقط یک رقم غیرقطعی (حدسی) دارد.

$$2.45 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.45 \text{ mm}$$

↓  
رقم غیر قطعی (حدسی)

### تذکر

طبق صورت سؤال، دقت اندازه‌گیری کولیس برابر  $0.1 \text{ mm}$  است.

کمینه درجه‌بندی این خطکش برابر  $0.5 \text{ cm}$  است، در نتیجه دقت آن برابر  $0.5 \text{ cm}$  و خطای اندازه‌گیری آن برابر  $\pm \frac{1}{2} \times 0.5 = \pm 0.25 \text{ cm}$  بیان می‌شود که باید به صورت  $\pm 0.3 \text{ cm}$  گرد شود (در این روند گرد کردن، باید به سمت بالا گرد کنید). بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را به صورت  $4.7 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ cm}$  بیان کرد.

دقت: اگر نتیجه این اندازه‌گیری را به صورت  $4.7 \text{ cm} \pm 0.25 \text{ cm}$  بیان کنید، هر چند از لحاظ ریاضیات مشکلی ندارد ولی از لحاظ محاسبات فیزیکی نادرست است، زیرا مرتبه رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یکدیگر هم‌خوانی ندارد.

با توجه به شکل داده شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر  $5^\circ \text{ C}$  می‌باشد. بنابراین خطای اندازه‌گیری این وسیله  $\pm \frac{1}{2}$  کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن، یعنی برابر  $\pm 2.5^\circ \text{ C}$  ( $\pm \frac{1}{2} \times 5 = \pm 2.5^\circ \text{ C}$ ) می‌باشد که باید به صورت  $\pm 3^\circ \text{ C}$  گرد شود. از طرفی دمای موردنظر بین  $25^\circ \text{ C}$  تا  $30^\circ \text{ C}$  است، در نتیجه نمایش عدد موردنظر به صورت  $27^\circ \text{ C} \pm 3^\circ \text{ C}$  می‌تواند باشد.

\* دقت شود که فقط یک رقم مشکوک و غیرقطعی می‌توانیم داشته باشیم و نمی‌توان  $27.2^\circ \text{ C}$  را اعلام کرد.

دقت اندازه‌گیری این کولیس برابر  $0.1 \text{ mm}$  است و در نتیجه خطای اندازه‌گیری آن برابر  $\pm 0.5 \text{ mm}$  خواهد بود. برای حل این سؤال، دقت و خطای اندازه‌گیری در هر یک از گزینه‌ها را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم تا با دقت و خطای این کولیس برابر باشند.

$$2.12 \text{ mm} \pm 0.5 \text{ mm} \Rightarrow \text{خطا} = \pm 0.5 \text{ mm} \quad , \quad \text{دقت} = 2 \times 0.5 = 0.1 \text{ mm} \quad (1)$$

↓  
رقم حدسی

$$3.124 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm} \Rightarrow \text{خطا} = \pm 0.5 \text{ cm} = \pm 5 \text{ mm} \quad , \quad \text{دقت} = 2 \times 0.5 = 0.1 \text{ cm} = 0.1 \text{ mm} \quad (2)$$

↓  
رقم حدسی

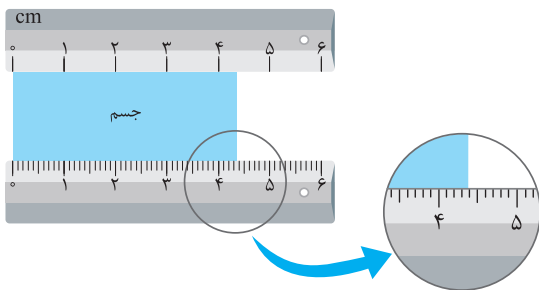
$$0.478 \text{ dm} \pm 0.5 \text{ dm} \Rightarrow \text{خطا} = \pm 0.5 \text{ dm} = \pm 5 \text{ mm} \quad , \quad \text{دقت} = 2 \times 0.5 = 0.1 \text{ dm} = 1 \text{ mm} \quad (3)$$

↓  
رقم حدسی

در این گزینه خطا به اشتباه گزارش شده است و گزارش صحیح به صورت  $0.478 \text{ dm} \pm 0.5 \text{ dm}$  خواهد بود.

$$0.0672 \text{ m} \pm 0.5 \text{ m} \Rightarrow \text{خطا} = \pm 0.5 \text{ m} = \pm 500 \text{ mm} \quad , \quad \text{دقت} = 2 \times 0.5 = 0.1 \text{ m} = 100 \text{ mm} \quad (4)$$

↓  
رقم حدسی



۲۵۴ موضوع مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که هر چه وسیله اندازه‌گیری دقیق‌تر باشد، خطای اندازه‌گیری کم‌تر بوده و طول اندازه‌گیری شده به طول واقعی جسم نزدیک‌تر است. در این سؤال چون خطکش میلی‌متری دقیق‌تر از خطکش سانتی‌متری است، بنابراین محدوده طول واقعی جسم را خطکش میلی‌متری تعیین می‌کند.

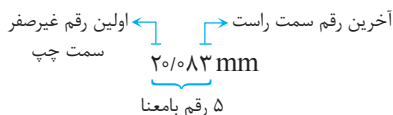
$$\text{مقدار اندازه‌گیری شده توسط خطکش میلی‌متری} = 4.3/8 \text{ mm} \pm 0.5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow 4.3/8 \text{ mm} - 0.5 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 4.3/8 \text{ mm} + 0.5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow 4.3/3 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 4.4/3 \text{ mm}$$

۴۵۵ برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

۱) همان‌طور که می‌دانید، رقم‌هایی که پس از اندازه‌گیری برای نمایش عدد موردنظر به‌کار می‌رود، ارقام بامعنا نام دارند. این اندازه‌گیری با ۵ رقم نمایش داده شده است، بنابراین ۵ رقم بامعنا دارد.



هم‌چنین آخرین رقم سمت راست را رقم غیرقطعی گویند، بنابراین عدد ۳ در گزارش این اندازه‌گیری رقم غیرقطعی محسوب می‌شود.

$$20.83 \text{ mm}$$

رقم غیرقطعی

۲) با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت و خطای اندازه‌گیری آن از مرتبه آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی مرتبه رقم غیرقطعی بوده و برابر  $0.001 \text{ mm}$  است.

۳) با توجه به خطای اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

$$20.83 \text{ mm} \pm 0.001 \text{ mm}$$

خطای دستگاه  
اندازه‌گیری

۴) طول واقعی این جسم در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$20.83 \text{ mm} - 0.001 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20.83 \text{ mm} + 0.001 \text{ mm} \rightarrow 20.82 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20.84 \text{ mm}$$

بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۲۵۶ برای محاسبه دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیه رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر  $2.004 \text{ mA}$  است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

$$1 \mu\text{A} = 10^{-3} \text{ mA} = 10^{-3} \times 10^6 \mu\text{A} = 10^3 \mu\text{A} \Rightarrow 1 \text{ mA} = 10^3 \mu\text{A}$$

از طرفی می‌دانیم در وسایل اندازه‌گیری دیجیتالی، دقت و خطای اندازه‌گیری یکسان است. بنابراین خطای اندازه‌گیری این آمپرسنج دیجیتالی برابر  $1 \mu\text{A} \pm 1$  است.

#### تذکر

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر  $10^3$  میکروآمپر است.

$$1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A} = 10^{-3} \times 10^6 \mu\text{A} = 10^3 \mu\text{A} \Rightarrow 1 \text{ mA} = 10^3 \mu\text{A}$$

۳۵۷ برای محاسبه دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب کیلوگرم، با توجه به این‌که عدد گزارش شده شامل سه رقم اعشار است، دقت اندازه‌گیری آن به‌اندازه  $0.001$  واحد نوشته شده در جلوی عدد است:

$$2.400 \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} : 0.001 \text{ kg}$$

دقت :  $0.001 \text{ kg}$

از طرفی برای محاسبه دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی B برحسب گرم (gr)، ابتدا دقت اندازه‌گیری آن را برحسب واحد نوشته شده در جلوی عدد، یعنی kg، به‌دست می‌آوریم و سپس دقت اندازه‌گیری آن را برحسب گرم محاسبه می‌کنیم:

$$4.9010 \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} : 0.0001 \text{ kg} = 0.0001 \times (10^3 \text{ gr}) = 0.1 \text{ gr}$$

دقت :  $0.0001 \text{ kg}$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

سؤال به‌نظر شما دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب گرم چه قدر است؟

**۱۵۸** کم‌ترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است. از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کم‌ترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است.  $\rightarrow 00:00:12$  ثانیه  
 دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است.  $\rightarrow 00:12:00$  دقیقه ← ساعت

**۳۵۹** ابتدا باید دقت شود، آن اندازه‌گیری دقیق‌تر است که مقادیر کوچک‌تری را بتواند اندازه بگیرد و مرتبه رقم غیرقطعی در آن کوچک‌تر باشد. برای بررسی راحت‌تر، مرتبه رقم غیرقطعی در هر یک از اندازه‌گیری‌ها را برحسب متر به دست می‌آوریم:

اندازه‌گیری (الف):

$$8/79 \text{ km} = 8/79 \Rightarrow \text{مرتبه رقم غیرقطعی} : 0/01 \text{ km} = 0/01 \times 10^3 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

$\rightarrow$  مرتبه رقم غیرقطعی: ۰/۰۱ km

اندازه‌گیری (ب):

$$8/790 \times 10^6 \text{ mm} = 8/790 \times 10^6 \text{ mm} \Rightarrow \text{مرتبه رقم غیرقطعی} : 0/001 \times 10^6 \text{ mm} = 0/001 \times 10^6 \times 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ m}$$

$\rightarrow$  مرتبه رقم غیرقطعی: ۰/۰۰۱ × ۱۰<sup>۶</sup> mm

اندازه‌گیری (پ):

$$799000 \text{ cm} \Rightarrow \text{مرتبه رقم غیرقطعی} : 1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$

اندازه‌گیری (ت):

$$8/7900 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow \text{مرتبه رقم غیرقطعی} : 10^{-1} \text{ m}$$

$\rightarrow$  مرتبه رقم غیرقطعی: ۰/۰۰۰۱ × ۱۰<sup>۳</sup> m

بنابراین مرتبه رقم غیرقطعی در اندازه‌گیری (پ) از همه کوچک‌تر و دقت اندازه‌گیری در آن بیشتر می‌باشد.

**۱۶۰** هرچه دقت وسیله اندازه‌گیری کم‌تر باشد، خطای اندازه‌گیری آن وسیله بیشتر است. در این سؤال، با توجه به این‌که مرتبه رقم غیرقطعی در اندازه‌گیری (الف) بیشتر است، بنابراین دقت اندازه‌گیری در (الف) کم‌تر و در نتیجه خطای آن بیشتر از سایر اندازه‌گیری‌ها می‌باشد.

**۴۶۱** خطای اندازه‌گیری گزارش شده برابر  $\pm 0/001 \text{ kg}$  است.

هر دو حالت رقمی بودن یا مدرج بودن وسیله اندازه‌گیری را بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** اگر وسیله اندازه‌گیری از نوع رقمی (دیجیتالی) باشد، دقت اندازه‌گیری هم برابر  $0/001 \text{ kg}$  خواهد بود و در نتیجه گزینه (۲) می‌تواند صحیح باشد.

**حالت دوم:** اگر این وسیله از نوع مدرج باشد، دقت اندازه‌گیری آن ۲ برابر مقدار خطا، یعنی برابر  $0/002 \text{ kg}$  خواهد بود و در نتیجه گزینه (۳) هم می‌تواند صحیح باشد.

**۲۶۲** هنگامی که فرد در مکان B قرار دارد، به صورت عمود بر جسم، عدد نشان داده شده توسط خطکش را می‌بیند. از این رو عدد خوانده شده در این حالت به طول واقعی جسم نزدیک‌تر است.

**۲۶۳** اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایر اندازه‌گیری‌ها خیلی زیاد است (داده‌های پرت)، بنابراین از آن‌ها صرف‌نظر کرده و برای داده‌های

باقی‌مانده، به صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{طول جسم} = \frac{8/2 + 8/3 + 8/4 + 8/3}{4} = 8/3 \text{ cm}$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک خطکش مدرج برحسب سانتی‌متر انجام شده و با توجه به خطای اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{طول جسم} = 8/3 \pm 0/5 \text{ cm}$$

خطای اندازه‌گیری

**۴۶۴** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۶۴ تا ۷۶)

تخمین (برآورد) مرتبه بزرگی

خلاصه نکات

گاهی اوقات برای شناخت بهتر یک موضوع و کمیت‌های وابسته به آن، نیاز داریم اندازه‌های هرچند غیر دقیق و تقریبی از یک کمیت داشته باشیم. در این موارد از تخمین یا برآورد استفاده می‌کنیم. به طور مثال عدد ۳/۷ را حدوداً ۴ تخمین می‌زنیم.

نوعی از تخمین که در فیزیک کاربرد دارد، **برآورد یا تخمین مرتبه بزرگی** یک عدد نامیده می‌شود. برای این نوع از تخمین، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا عدد داده شده را به صورت نمادگذاری علمی نمایش می‌دهیم:

$$\text{عدد مورد نظر} : a \times 10^n \quad (1 \leq a < 10)$$

**گام دوم:** در نهایت دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

{ حالت اول: عدد  $1 \leq a < 5$  باشد  $\leftarrow$  برای تعیین مرتبه بزرگی، به جای a، عدد ۱ را قرار می‌دهیم.  
 حالت دوم: عدد  $5 \leq a < 10$  باشد  $\leftarrow$  برای تعیین مرتبه بزرگی، به جای a، عدد ۱۰ را قرار می‌دهیم.



به طور مثال به تخمین مرتبه بزرگی اعداد زیر توجه کنید:

یعنی عدد ۷۶۴ به سمت ۱۰۰۰ تمایل دارد.  $10^3 = 10 \times 10^2 \sim 7/64 \times 10^2 = 764$   
 این عدد بزرگتر از ۵ است، بنابراین به جای آن، عدد ۱۰ را قرار می‌دهیم.

یعنی عدد ۱۲۶ به سمت ۱۰۰ تمایل دارد.  $10^2 = 1 \times 10^2 \sim 1/26 \times 10^2 = 126$   
 به جای آن، عدد ۱ را قرار می‌دهیم.

$10^{-3} = 1 \times 10^{-3} \sim 2/87 \times 10^{-3} = 0.00287$   
 این عدد کوچکتر از ۵ است، بنابراین آن را ۱ در نظر می‌گیریم.

برای درک بهتر این موضوع، به تمرین زیر توجه کنید:

**تمرین ۱)** مرتبه بزرگی تعداد کل تپش‌های قلب یک انسان عادی، در طول زندگی آن، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (تألیفی)

- ۱)  $10^9$       ۲)  $10^{12}$       ۳)  $10^{15}$       ۴)  $10^{18}$

**پاسخ** برای بررسی این تمرین، باید اطلاعات کلی زیر را داشته باشیم و گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** یک قلب عادی، در حالت استراحت ۷۰ بار در دقیقه تپیده و در هنگام فعالیت، مقدار تپش آن خیلی بیشتر است که در مجموع میانگین ۸۰ بار در دقیقه ( $8 \times 10^1$ ) برای آن منطقی است.

**گام دوم:** فرض کنید عمر مفید یک انسان حدوداً ۷۰ سال است که بر حسب دقیقه برابر است با:

تعداد دقیقه ساعت روز      تعداد تعداد تعداد  
 حدوداً ۲۰ فرض کردیم.      حدوداً ۲۴ فرض کردیم.      حدوداً ۳۶۵ فرض کردیم.  
 $4 \times 10^7 \text{ min} = 400 \times 20 \times 24 \times 365 \sim 70 \times 24 \times 365$  طول عمر بر حسب دقیقه

**گام سوم:** تعداد ضربان قلب فرد در طول عمر حدوداً برابر است با:

$32 \times 10^8 = 3/2 \times 10^9 = (4 \times 10^7) \times (8 \times 10^1)$  = تعداد ضربان در هر دقیقه × طول عمر بر حسب دقیقه = تعداد ضربان قلب

$10^9 \sim 3/2 \times 10^9$   
 به جای آن ۱ می‌گذاریم.

بنابراین مرتبه بزرگی عدد به‌دست آمده، برابر  $10^9$  است و گزینه (۱) صحیح است.

**تذکر** در سؤالاتی که در آن‌ها مرتبه بزرگی را تخمین می‌زنیم، حتی اگر اطلاعات بسیار تقریبی نیز داشته باشیم، پاسخ ما در نهایت تفاوت چندانی نخواهد کرد. به طور مثال در تمرین قبل، فرض کنید دانش‌آموز دیگری برای حل این سؤال، عمر مفید را حدود ۱۰۰ سال و تعداد ضربان قلب در هر دقیقه را ۵۰ بار لحاظ کند. در این حالت نیز می‌توان نوشت:

$4 \times 10^7 \text{ min} = 400 \times 20 \times 24 \times 365 \sim 100 \times 24 \times 365$  طول عمر بر حسب دقیقه  
 تعداد ضربان قلب  $1 \times 10^9 \sim 2 \times 10^9 = (4 \times 10^7) \times (50)$

همان طور که مشاهده می‌کنید، تفاوت چندانی در نتیجه تخمین مرتبه بزرگی حاصل نمی‌شود (بنابراین با خیال راحت این سؤال را حل کنید).

گاهی اوقات برای شناخت بهتر یک موضوع، لازم است اندازه‌ای نه چندان دقیق از آن داشته باشیم. در موارد زیر از تخمین یا برآورد استفاده می‌کنیم:

- دقت بالا در محاسبات، اهمیت چندانی نداشته باشد.

- زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.

- همه یا بخشی از داده‌های موردنیاز، در دسترس نباشد.

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

**۴۶۵** برای حل این سؤال، ابتدا هر یک از اعداد داده شده در گزینه‌ها را به صورت نمادگذاری علمی نوشته و سپس مرتبه بزرگی هر یک از آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

- ۱)  $136 = 1/36 \times 10^2 \sim 1 \times 10^2 = 10^2$       ۲)  $0.000376 = 3/76 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-4} = 10^{-4}$   
 ۳)  $87600 = 8/7600 \times 10^4 \sim 10 \times 10^4 = 10^5$       ۴)  $0.005794 = 5/794 \times 10^{-3} \sim 10 \times 10^{-3} = 10^{-2}$

همان طور که مشاهده می‌کنید، فقط در گزینه (۴)، تخمین مرتبه بزرگی نادرست است.

**۴۶۶** در این سؤال، دریاچه به شکل یک استوانه فرض شده و حجم آب موجود در دریاچه بر حسب متر مکعب، به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$V = \pi r^2 h = 3 \times (5 \times 10^2)^2 \times 10 = 8 \times 10^6 \text{ m}^3 \xrightarrow{\text{مرتبه بزرگی}} 10^1 \times 10^6 = 10^7 \text{ m}^3$

دقت: عدد  $\pi$  تقریباً برابر ۳ فرض شده و شعاع دریاچه  $r = \frac{1}{4} \text{ km} = 500 \text{ m}$  است.

۳۶۷ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: مرتبه بزرگی مساحت زمین موردنظر و حجم باران باریده‌شده را به دست می‌آوریم:

$$A = 180 \text{ km}^2 = 180 \times 10^6 \text{ m}^2 = 1/8 \times 10^9 \times 10^6 \text{ m}^2 \sim 1 \times 10^2 \times 10^6 \text{ m}^2 = 10^8 \text{ m}^2$$

عدد ۱ درنظر می‌گیریم.

$$h = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$V_{\text{کل}} = Ah = 10^8 \times 10^{-2} = 10^6 \text{ m}^3$$

گام دوم: مرتبه بزرگی حجم یک قطره باران را تخمین می‌زنیم (شعاع هر قطره باران نصف قطر آن و برابر  $\frac{r}{2} = 2 \text{ mm}$  است):

$$V_{\text{قطره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (2 \times 10^{-3})^3 = \frac{32}{3} \pi \times 10^{-9} \approx 32 \times 10^{-9} = 3/2 \times 10^{-8} \approx 10^0 \times 10^{-8} \text{ m}^3 = 10^{-8} \text{ m}^3$$

مرتبه بزرگی عدد ۳/۲

گام سوم: بنابراین مرتبه بزرگی تعداد قطره‌های باران برابر است با:

$$\frac{V_{\text{کل}}}{V_{\text{قطره}}} \sim \frac{10^6}{10^{-8}} \sim 10^{14}$$

۱۶۸ برای پاسخ دادن به این سؤال، باید اطلاعات کلی زیر را داشته باشیم و گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: یک قلب عادی، در حالت استراحت ۷۰ بار در دقیقه تپیده و در هنگام فعالیت، مقدار تپش آن خیلی بیشتر است که در مجموع میانگین ۸۰ بار در دقیقه ( $8 \times 10^1$ ) برای آن منطقی است.

گام دوم: فرض کنید عمر مفید یک انسان حدوداً ۷۰ سال است که برحسب دقیقه برابر است با:

$$70 \times 365 \times 24 \times 60 \sim 100 \times 400 \times 20 \times 50 = 4 \times 10^7 \text{ min}$$

تعداد تعداد تعداد  
دقیقه ساعت روز

حدوداً ۲۰ فرض کردیم. حدوداً ۴۰۰ فرض کردیم.

گام سوم: تعداد ضربان قلب فرد در طول عمر حدوداً برابر است با:

$$(4 \times 10^7) \times (8 \times 10^1) = 32 \times 10^8 = 3/2 \times 10^9$$

$$\sim 10^9 \sim 3/2 \times 10^9$$

به جای آن ۱ می‌گذاریم

بنابراین مرتبه بزرگی عدد به دست آمده، برابر  $10^9$  است و گزینه (۱) صحیح است.

۱۷۰ همان‌طور که در پاسخ سؤال قبل مشاهده کردید، مرتبه بزرگی تعداد ضربان قلب در طول عمر یک شخص برابر  $10^9$  است. از سوی دیگر در هر ضربان

قلب،  $70 \text{ cm}^3$  خون به سرخرگ آئورت پمپاژ می‌شود و داریم:

$$70 \text{ cm}^3 \times 10^9 = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^3 \sim 10 \times 10^{10} = 10^{11} \text{ cm}^3$$

در تخمین مرتبه بزرگی، عدد ۷ را برابر ۱۰ درنظر می‌گیریم.

$$10^{11} \text{ cm}^3 = 10^{11} \times 10^{-3} \text{ lit} = 10^8 \text{ lit}$$

۱۷۰ برای تخمین مقدار گاز دی‌اکسید کربن تولیدشده در تنفس و بازدم، فرض می‌کنیم انسان در هر دقیقه ۲۰ بار تنفس کند و عمر متوسط انسان را

حدود ۸۰ سال درنظر می‌گیریم.

$$20 \times 60 \times 24 \times 365 \times 80 \sim 20 \times 50 \times 25 \times 400 \times 100 = 10^9$$

در سن  
در شبانه‌روز  
تعداد تنفس در دقیقه  
در ساعت

$$10^9 \text{ gr} = \text{مرتبه بزرگی برحسب gr} \Rightarrow 10^9 \text{ gr} = 3 \times 10^{10} \mu\text{g} = 3 \times 10^4 \text{ gr}$$

مقدار تولیدشده در هر بار تنفس تعداد تنفس

۳۷۱ مدت زمانی که طول می‌کشد تا فرد از ابتدای پایه اول تا پایان پایه دوازدهم تحصیل کند، برابر ۱۲ سال است. حال باید این زمان را به ثانیه تبدیل کنیم.

$$12 \text{ سال} = 12 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \sim 10 \times 400 \times 20 \times 50 \times 50 = 2 \times 10^8 \sim 10^8 \text{ s}$$

ثانیه  
دقیقه  
ساعت  
روز

۲۷۲ طبق فرض سؤال، هر نفر در هر روز ۵ لیوان آب می‌نوشد.

$$5 \times 200 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ lit}$$

هر لیوان  
لیوان

برای تخمین آب آشامیدنی موردنیاز در ایران در مدت یک روز، جمعیت ایران را  $۸ \times ۱۰^۷$  میلیون نفر در نظر می‌گیریم. بنابراین تخمین مرتبه بزرگی کل آب آشامیدنی موردنیاز در ایران طی یک روز برابر است با:

$$۸ \times ۱۰^۷ \text{ lit} = ۸ \times ۱۰^۷ \text{ lit} = ۸ \times ۱۰^۶ \text{ lit} = ۸ \times ۱۰^۶ \text{ lit}$$

↓  
۸۰ میلیون جمعیت

۲ ۷۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: تخمین تعداد خودروهای شخصی (جمعیت ایران را  $۸ \times ۱۰^۷$  میلیون در نظر می‌گیریم).

$$۱۶ \times ۱۰^۶ = \frac{۸۰ \times ۱۰^۶}{۵} = \frac{\text{کل جمعیت ایران}}{۵} = \text{تعداد خودروها} \Rightarrow \text{از هر } ۵ \text{ نفر یک نفر خودرو شخصی دارد.}$$

گام دوم: محاسبه مصرف بنزین یک خودرو در یک روز:

طبق صورت سؤال، یک خودرو به ازای هر  $۱۰۰$  کیلومتر،  $۱۰$  لیتر بنزین مصرف می‌کند، بنابراین در یک روز و با حرکت متوسط  $۵۰$  کیلومتر، تقریباً  $\frac{۱۰}{۴} = ۵ \text{ lit}$  بنزین مصرف خواهد کرد.

گام سوم: تخمین کل بنزین مصرفی در ایران در یک روز:

$$۱۶ \times ۱۰^۶ \times ۵ \sim ۱۰^۸ \text{ lit}$$

مصرف تعداد خودروها  
یک خودرو

۱ ۷۴ برای برآورد مرتبه بزرگی جرم جو زمین، از رابطه  $P = \frac{F}{A}$  که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید استفاده می‌کنیم. در این رابطه، به جای  $F$ ، وزن جو زمین ( $mg$ ) و به جای  $A$ ، مساحت سطح زمین ( $4\pi R^2$ ) را قرار می‌دهیم:

$$A = 4\pi R^2 \approx 13 \times (6/4 \times 10^6 \text{ m})^2 \sim 10^{15} \text{ m}^2$$

(تخمین مرتبه بزرگی مساحت سطح زمین)

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \Rightarrow F \sim (10^5 \text{ Pa})(10^{15} \text{ m}^2) \Rightarrow F \sim 10^{20} \text{ N}$$

(تخمین مرتبه بزرگی وزن کل جو زمین)

$$mg \sim 10^{20} \text{ N} \Rightarrow m \sim 10^{19} \text{ kg}$$

(تخمین مرتبه بزرگی جرم کل جو زمین)

۳ ۷۵ همان‌طور که می‌دانیم، واحد  $AU$  معادل با متوسط فاصله زمین از خورشید است و داریم:

زمان  $\times$  تندی = مسافت متوسط طی شده از زمین تا خورشید

$$1/5 \times 10^{11} = 3 \times 10^8 \times \text{زمان} \Rightarrow \text{زمان} = 0.5 \times 10^3 \text{ s} = 0.5 \times 10^3 \times 10^3 \text{ ms}$$

$$\text{زمان} = 5 \times 10^5 \text{ ms} \xrightarrow{\text{مرتبه بزرگی}} 10 \times 10^5 = 10^6 \text{ ms}$$

۲ ۷۶ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: تخمین تعداد تارهای موی سر یک نفر:

سر انسان را مانند یک نیمکره به شعاع  $۱۰ \text{ cm}$  در نظر می‌گیریم تا مساحت آن را تخمین بزنیم.

$$A = \frac{4\pi R^2}{2} = \frac{4\pi R^2}{2} = 2\pi R^2 = 2\pi \times (0.1)^2 \approx 6 \times 10^{-2} \sim 10 \times 10^{-2} = 10^{-1} \text{ m}^2 = 10^{-1} \times 10^6 \text{ mm}^2 = 10^5 \text{ mm}^2$$

طبق صورت سؤال، در هر میلی‌متر مربع یک تار مو وجود دارد، پس سر انسان به طور متوسط  $۱۰^۵$  تار مو دارد.

گام دوم: تخمین تعداد تارهای موی سر کل مردم ایران:

$$۸۰ \times ۱۰^۶ \times ۱۰^۵ \sim ۱۰^۲ \times ۱۰^۶ \times ۱۰^۵ = ۱۰^{13}$$

تعداد کل تارهای موی سر برای مردم ایران  
جمعیت ایران

۳ ۷۷ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۷۷ تا ۱۰۹)

چگالی (جرم حجمی)

خلاصه نکات

به نسبت جرم ( $m$ ) به حجم ( $V$ ) یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند. به عبارتی، «جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است» و می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم ماده ↑  
چگالی: ρ = m/V  
حجم ماده ↓

$\Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv \text{kg} / \text{m}^3$

معمولاً سؤالاتی که از مبحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

$$\text{مترمکعب} \xrightarrow{\div 1000} \text{لیتر} \xleftarrow{\times 1000}$$

۱) **تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس:** هر مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ لیتر است، بنابراین:

- برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا  $10^3$ ) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا  $10^3$ ) تقسیم می‌کنیم.

۲) **تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر و برعکس:** می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است، بنابراین:

$$\text{cm}^3 \xrightarrow{\div 1000} \text{Lit} \xleftarrow{\times 1000}$$

- برای تبدیل لیتر به سانتی‌مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا  $10^3$ ) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا  $10^3$ ) تقسیم می‌کنیم.

۳) **تبدیل گرم بر سانتی‌مترمکعب ( $\text{gr/cm}^3$ ) به کیلوگرم بر مترمکعب ( $\text{kg/m}^3$ ) و برعکس:** یک گرم بر سانتی‌مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

$$\text{kg/m}^3 \xrightarrow{\div 1000} \text{gr/cm}^3 \xleftarrow{\times 1000}$$

- برای تبدیل  $\text{gr/cm}^3$  به  $\text{kg/m}^3$ ، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل  $\text{kg/m}^3$  به  $\text{gr/cm}^3$ ، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

**تذکر:** برای مقایسه چگالی دو ماده، به صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

در ادامه با حل سه تمرین خوب و آموزشی، مفاهیم این بخش را بهتر درک می‌کنیم.

**تمرین ۱:** جرم ۵۰ سانتی‌مترمکعب محلول یک اسید ۶۰ گرم است. جرم حجمی این محلول بر حسب  $\text{gr/Lit}$  و  $\text{kg/m}^3$  از راست به چپ کدام است؟

- ۱)  $0.12, 12$  (۱)      ۲)  $12, 12$       ۳)  $120, 1/2$       ۴)  $1200, 1200$  (۴)

**پاسخ:** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

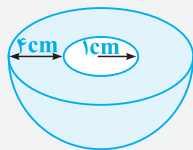
**گام اول** (محاسبه چگالی محلول بر حسب  $\text{kg/m}^3$ ):

$$\begin{cases} m = 60 \text{ gr} \\ V = 50 \text{ cm}^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{50} = 1.2 \text{ gr/cm}^3 \xrightarrow[\text{تبدیل gr/cm}^3 \text{ به kg/m}^3]{\times 1000} \rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

**گام دوم** (محاسبه چگالی محلول بر حسب  $\text{gr/Lit}$ ):

$$\begin{cases} m = 60 \text{ gr} \\ V = 50 \text{ cm}^3 \end{cases} \xrightarrow[\text{تبدیل cm}^3 \text{ به Lit}]{\div 1000} V = 0.05 \text{ Lit} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{60}{0.05} = 1200 \text{ gr/Lit}$$

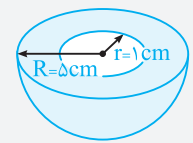
بنابراین گزینه (۴) صحیح است.



**تمرین ۲:** شکل روبه‌رو نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی  $6 \text{ gr/cm}^3$  را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره

در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}, \pi \approx 3$ )

- ۱)  $7/44$       ۲)  $14/88$       ۳)  $1/5$       ۴)  $29/76$



**پاسخ:** ابتدا با کمک رابطه حجم یک کره ( $\frac{4}{3}\pi R^3$ )، حجم فلز به‌کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم

نیم‌کره‌های خارجی و داخلی به دست می‌آوریم که برابر است با:

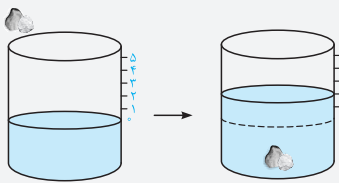
$$\text{حجم فلز: } V = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3) \Rightarrow V \approx \frac{2}{3} \times 3 \times (4^3 - 1^3) = 248 \text{ cm}^3$$

در ادامه جرم این جسم به‌سادگی به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times 248 = 1488 \text{ gr} = 1.488 \text{ kg}$$

حال وزن این جسم برابر است با:

$$W = mg = 1.488 \times 10 = 14.88 \text{ N} \quad (\text{گزینه ۲})$$



**نکات مهم و کاربردی** معمولاً برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانه مدرج استفاده می‌کنند، یعنی جسم موردنظر را درون یک استوانه مدرج می‌اندازند، حجم مایع (آب) جابه‌جا شده (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می‌کنند)، برابر با حجم جسم است.

**تمرین ۳** جرم یک گلوله آهنی ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن  $7800 \text{ kg/m}^3$  است. اگر گلوله آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟

(تجربی فارغ ۹۰)

۴۰۰ (۱)      ۳۹۰ (۲)      ۵۰۰ (۳)      ۴۰۰۰ (۴)

**پاسخ** در این‌گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** (محاسبه حجم گلوله آهنی):

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = 7.8 \text{ gr/cm}^3, \quad m = 3900 \text{ gr}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{حجم گلوله} : V = \frac{m}{\rho} = \frac{3900}{7.8} = 500 \text{ cm}^3$$

**گام دوم:** (محاسبه جرم الکل سرریز شده): حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ gr/Lit} = 0.8 \text{ gr/cm}^3, \quad V_{\text{الکل}} = 500 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} \times V_{\text{الکل}} = 0.8 \times 500 = 400 \text{ gr} \quad (\text{گزینه ۱})$$

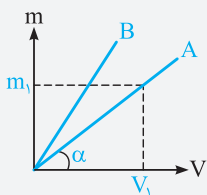
با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکل سرریز شده می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{آهن}} = V_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{3900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل}}}{800} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 400 \text{ gr}$$

**خلاصه حرفه‌ای**

دقت شود که  $\text{gr/Lit}$  و  $\text{kg/m}^3$  با یکدیگر معادل هستند (چرا؟).

**نمودارهای مربوط به چگالی**

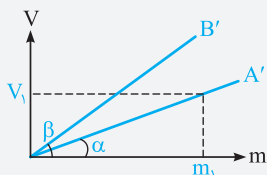


در صورت رسم نمودار جرم یک جسم برحسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) شیب نمودار برابر با چگالی جسم است  $(\rho_A = \tan \alpha = \frac{m_1}{V_1})$ .

۲) هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است  $(\rho_B > \rho_A)$ .

**تذکر** در صورت رسم نمودار حجم یک جسم برحسب جرم آن که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:



۱) شیب نمودار برابر با عکس چگالی جسم است  $(\tan \alpha = \frac{V_1}{m_1} = \frac{1}{\rho_{A'}})$ .

۲) این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کم‌تر باشد، چگالی جسم بیشتر است  $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$ .

با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{چگالی} : \rho = \frac{m}{V} \\ \text{جرم} : m = 405 \text{ gr} = 405 \times (10^{-3} \text{ kg}) = 405 \times 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow \rho = \frac{405 \times 10^{-3} \text{ kg}}{150 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2700 \text{ kg/m}^3 \\ \text{حجم} : V = 150 \text{ cm}^3 = 150 \times (10^{-2} \text{ m})^3 = 150 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

۱۷۸ ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی  $10^{-1} \text{ m}$  و دسی‌متر مکعب، معادل  $10^{-3} \text{ m}^3$  است.

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به ترتیب  $\text{kg}$ ،  $\text{kg/m}^3$  و  $\text{m}^3$  است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جرم} : m = 5 \text{ gr} = 5 \times (10^{-3} \text{ kg}) = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \text{حجم} : V = 0.002 \text{ dm}^3 = 0.002 \times (10^{-1} \text{ m})^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \end{array} \right. \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

۱۷۹ دو لیتر خون معادل با  $2000 \text{ cm}^3$  بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1.05 = \frac{m}{2000} \Rightarrow m = 2100 \text{ gr} = 210 \text{ dagr}$$

تذکر

$$1 \text{ dagr} = 10^1 \text{ gr} \longrightarrow 1 \text{ gr} = 10^{-1} \text{ dagr}$$

برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در  $10^{-1}$  ضرب کرده‌ایم:

۳۸۰ برای تبدیل  $\text{gr/mm}^3$  به  $\text{kg/cm}^3$  به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\rho = 0.01 \frac{\text{gr}}{(\text{mm})^3} = 0.01 \times \frac{(10^{-3} \text{ kg})}{(10^{-1} \text{ cm})^3} = 0.01 \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ cm}^3} = 0.01 \text{ kg/cm}^3$$

توجه هر میلی‌متر برابر با  $0.1$  یا  $10^{-1}$  سانتی‌متر است.

۴۸۱ گام اول: (محاسبه حجم باران):

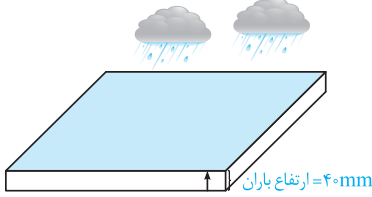
ارتفاع آب باران  $\times$  مساحت زمین =  $V$ : حجم باران باریده شده روی زمین

$$\text{ارتفاع باران} = 40 \text{ mm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{سطح زمین} = 2500 \text{ km}^2 = 2500 \times (10^3 \text{ m})^2 = 2.5 \times 10^9 \text{ m}^2$$

$$\text{حجم باران}: V = 2.5 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-2} = 10^8 \text{ m}^3$$

گام دوم: (محاسبه جرم باران): طبق رابطه چگالی داریم:  $m = \rho V = 10^3 \times 10^8 = 10^{11} \text{ kg}$  جرم باران



۴۸۲ گام اول: (محاسبه جرم ظرف و جرم مایع): اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر مایع  $m$  در نظر می‌گیریم. حال

اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر  $\frac{m_{\text{مایع}}}{2}$  خواهد بود. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{جرم کل} = m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{2} = 240 \text{ gr} \\ \text{جرم کل} = m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}} = 300 \text{ gr} \end{cases}$$

با توجه به دو معادله به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{2} = 240 \\ m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}} = 300 \end{cases} \Rightarrow m_{\text{ظرف}} = 180 \text{ gr}, m_{\text{مایع}} = 120 \text{ gr}$$

گام دوم: (محاسبه چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می‌توان چگالی مایع را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{120}{80} = 1.5 \text{ gr/cm}^3$$

۴۸۳ برای حل این سؤال می‌توان گفت، جرم مایع پرکننده ظرف برابر  $240 \text{ gr} (= 540 - 300)$  و جرم روغن پرکننده ظرف برابر  $160 \text{ gr} (= 460 - 300)$  است.

از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \frac{240}{1.5} = \frac{160}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = 1.0 \text{ gr/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1000 \text{ gr/Lit}$$

۲۸۴ دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی‌شود. به طور مثال فرض کنید  $5 \text{ kg}$  آهن

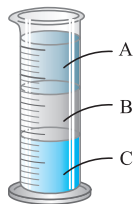
و  $5 \text{ kg}$  چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین‌تر است)، ولی چون چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، در

آب فرو نمی‌رود ولی از آن جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می‌رود.

در گزینه (۲) نیز چون چگالی پرتقال با پوست، کم‌تر از آب است بر روی سطح آب شناور می‌ماند ولی چون چگالی پرتقال بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

۴۸۵ در داخل استوانه شیشه‌ای، مایعی که چگالی آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد. بنابراین جیوه که چگالی آن بیشتر از دو

مایع دیگر است در کف ظرف قرار می‌گیرد.

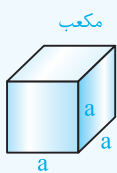


$$\rho_{\text{جیوه}} > \rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{روغن زیتون}} \rightarrow \begin{cases} A: \text{ روغن زیتون} \\ B: \text{ آب} \\ C: \text{ جیوه} \end{cases}$$

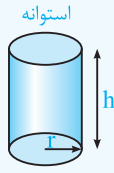


یادآوری

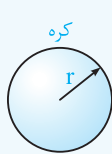
حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به صورت زیر است، آن‌ها را به خاطر بسپارید:



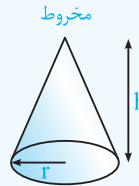
$V = a^3$



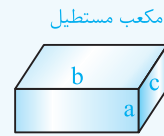
$V = \pi r^2 h$



$V = \frac{4}{3} \pi r^3$



$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



$V = abc$

در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می‌کند، جرم آن ثابت می‌ماند.

$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \text{ cm}^3$  ,  $\rho = 6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  ,  $m = ?$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (5^3) = 1000 \pi \text{ gr} \Rightarrow m = \pi \text{ kg} = 314 \text{ kg}$

باتوجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۶)، گزینه (۲) صحیح است. ۲۸۷

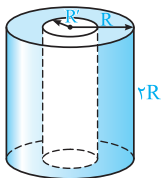
گام اول: ابتدا جرم جسم را از رابطه زیر برحسب گرم به دست می‌آوریم: ۴۸۸

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times (\pi \times 5^3) = 32 \text{ gr}$

حجم مکعب برحسب  $\text{cm}^3$  ← واحد  $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  ←

گام دوم: در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به صورت زنجیره‌ای داریم:

$m = 32 \text{ gr} = 32 \text{ gr} \times \frac{1 \text{ قیراط}}{200 \times 10^{-3} \text{ gr}} = 160 \text{ قیراط}$



در طول فرایند تغییر شکل، جرم جسم ثابت می‌ماند. از طرفی چگالی ماده نیز ثابت است، در نتیجه با توجه به رابطه ۲۸۹

$m = \rho V$  ، حجم ماده نیز در طول فرایند ثابت می‌ماند و داریم:

$V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3$  : حجم کره (در حالت اول)  
 $V_2 = (\pi R^2 - \pi R'^2) \times 2R = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2 \times R$  : حجم استوانه (در حالت دوم)

$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2 R \Rightarrow 2\pi R R'^2 = \frac{2}{3} \pi R^3 \Rightarrow R'^2 = \frac{1}{3} R^2 \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

با توجه به رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  ، به راحتی می‌توان نوشت: ۴۹۰

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = \rho (\pi \frac{d_2^2}{4} - \pi \frac{d_1^2}{4}) L = \frac{1}{4} \pi \rho L (d_2^2 - d_1^2)$

$d_2 = 2d_1 \rightarrow m = \frac{1}{4} \pi \rho L ((2d_1)^2 - d_1^2) = \frac{3}{4} \pi \rho L d_1^2$

برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت: ۴۹۱

$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$

$V_1 = L \times (\pi R_2^2 - \pi R_1^2)$  : حجم در حالت اول  
 $V_2 = 3L \times (\pi (2R_2)^2 - \pi (2R_1)^2) = 12L (\pi R_2^2 - \pi R_1^2) = 12V_1$  : حجم در حالت دوم  
 $\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = 12$   
 $\Rightarrow m_2 = 12m_1 \Rightarrow m_2 = 12M$

با توجه به مطالب خلاصه نکات (۶)، از آنجایی‌که پس از قرار دادن جسم در داخل استوانه، سطح آب از  $15^\circ \text{ cm}^3$  به  $154 \text{ cm}^3$  می‌رسد، ۲۹۲

می‌توان فهمید که حجم گلوله  $4 \text{ cm}^3$  می‌باشد. بنابراین داریم:

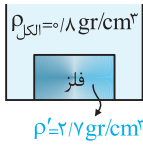
$V = 4 \text{ cm}^3$  ,  $m = 42 \text{ gr}$  ,  $\rho = ?$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = 10.5 \text{ gr/cm}^3$

۳۹۳ برای محاسبه چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه‌جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به دست می‌آوریم:

$$V = 10 \times 1/2 = 12 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{حجم فلز} = \text{حجم آب جابه‌جا شده}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90 \text{ gr}}{12 \text{ cm}^3} = 7.5 \text{ gr/cm}^3 \Rightarrow \text{چگالی فلز} : m = 90 \text{ gr} : \text{جرم فلز}$$



۱۹۴ در این مسئله باید دقت شود که حجم کل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{160}{V} \Rightarrow V = \frac{160}{0.8} = 200 \text{ cm}^3$$

$$\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow 2.7 = \frac{m'}{200} \Rightarrow m' = 540 \text{ gr} : \text{جرم قطعه فلز}$$

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{2.7} = \frac{160}{0.8} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 540 \text{ gr}$$

حل این تست پر تکرار، به صورت زیر سریع‌تر انجام می‌پذیرد:



۲۹۵ با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می‌شود. حال فرض کنید با قرار دادن N عدد گوی در داخل

ظرف، مایع به اندازه 2 cm بالا می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N \times V_{\text{گوی}} = V_{\text{مایع بالا آمده}} \Rightarrow N \times V_{\text{گوی}} = Ah \xrightarrow{V_{\text{گوی}} = \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}} N \times \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}} = Ah \Rightarrow N \times \frac{120}{8} = 60 \times 2 \Rightarrow N = 8$$

بنابراین با قرار دادن 8 گوی در داخل ظرف، مایع تا لبه ظرف بالا می‌آید.

۴۹۶ ابتدا حجم واقعی فلز به کار رفته در ساخت کره را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$V = \text{حجم کره} - \text{حجم حفره} = \frac{4}{3} \pi \times (0.1)^3 - \frac{4}{3} \pi \times (0.05)^3 = 3/5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

در ادامه جرم کره به سادگی از رابطه  $m = \rho V$  به دست می‌آید:

$$\rho = 8 \frac{\text{kg}}{\text{Lit}} = 8 \times \frac{1 \text{ kg}}{(10^{-3} \text{ m}^3)} = 8000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \text{جرم کره} : m = \frac{8000 \times 3/5 \times 10^{-3}}{8} = 28 \text{ kg}$$

۴۹۷ گام اول: ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع 10 cm و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه قدر است؟

$$m = \rho V = 8 \times (10 \times 10 \times 10) = 8000 \text{ gr} = 8 \text{ kg}$$

گام دوم: جرم مکعب در سؤال برابر با 6 kg داده شده است، بنابراین به اندازه حجم 2 کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{2000 \text{ gr}}{8 \text{ gr/cm}^3} = 250 \text{ cm}^3$$

بنابراین، گزینه (4) صحیح است.

۳۹۸ گام اول: با توجه به جرم کره فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow 2.7 = \frac{1080}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow \text{حجم واقعی فلز} : V_{\text{فلز}} = 400 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم ظاهری کره، می‌توان نوشت:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3 : \text{حجم کره}$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

۱۹۹ مشابه با سؤالات قبل داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم آب خارج شده} = \text{حجم ظاهری مکعب} \\ \text{حجم حفره موجود} + \text{حجم واقعی مکعب فلزی} = \text{حجم ظاهری مکعب} \end{cases}$$

هم‌چنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{جرم مکعب} = 1400 \text{ gr} \\ \text{چگالی فلز} = 8 \text{ gr/cm}^3 \end{cases} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \text{حجم واقعی مکعب} = \frac{1400}{8} = 175 \text{ cm}^3$$

در نتیجه حجم حفره موجود در مکعب برابر است با:

$$200 - 175 = 25 \text{ cm}^3 = \text{حجم حفره موجود} - \text{حجم واقعی} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم حفره موجود}$$

**۱۱۰۰ گام اول:** حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:  
 $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8000 = \frac{40}{V} \Rightarrow V = 0.005 \text{ m}^3$   
**گام دوم:** در ادامه به صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می‌کنیم:

$0.005 - 0.005 = 0.045 \text{ m}^3$  = حجم خالص برنز - حجم ظاهری مجسمه = حجم فضای خالی  
**گام سوم:** جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{\text{نفت}} = \frac{m_{\text{نفت}}}{V_{\text{نفت}}} \Rightarrow m_{\text{نفت}} = \rho_{\text{نفت}} \times V_{\text{نفت}} = 800 \times \frac{45}{1000} = 36 \text{ kg}$$

حجم فضای خالی

برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می‌آوریم: **۴۱۰۱**

$$\begin{cases} \text{حجم مکعب توپر} = m_1 g \Rightarrow 10 m_1 = 8 \Rightarrow m_1 = 0.8 \text{ kg} = 800 \text{ gr} \Rightarrow \text{حجم مکعب توپر} : V_1 = \frac{m_1}{\rho} = \frac{800}{10} = 80 \text{ cm}^3 \\ \text{حجم واقعی مکعب توخالی} : V_2 = \frac{m_2}{\rho} = \frac{400}{10} = 40 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  حجم حفره =  $80 - 40 = 40 \text{ cm}^3$

با توجه به داده‌های مسئله و کمک گرفتن از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  داریم: **۱۱۰۲**

$\rho_A = 1/5 \rho_B$ ,  $(V_B = 500 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_B = 200 \text{ gr})$ ,  $(V_A = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_A = ?)$

چگالی:  $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{200}{500} = 0.4 \text{ gr/cm}^3 \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \rho_B} \rho_A = 1/5 \times 0.4 = 0.08 \text{ gr/cm}^3$

$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = 0.08 \times 200 = 16 \text{ gr}$

**نگاه دیگر:** برای مقایسه چگالی دو ماده با توجه به رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  می‌توان نوشت:

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/5 = \frac{m_A}{200} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = 16 \text{ gr}$

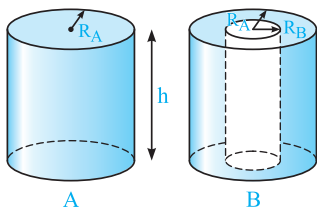
اطلاعات سؤال به صورت زیر است: **۲۱۰۳**

تبدیل  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  به  $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ :  $\rho_{\text{مس}} = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9 \times 10^3 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ,  $V_{\text{آسمیم}} = V_{\text{مس}}$   
 $\rho_{\text{آسمیم}} = 22/5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $\rho_{\text{مس}} = 9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$

حال با مقایسه رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  برای دو فلز داریم:

$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V_{\text{آسمیم}} = V_{\text{مس}}} \frac{\rho_{\text{آسمیم}}}{\rho_{\text{مس}}} = \frac{m_{\text{آسمیم}}}{m_{\text{مس}}} \Rightarrow \frac{22/5 \times 10^3}{9 \times 10^3} = \frac{m_{\text{آسمیم}}}{m_{\text{مس}}} = \frac{5}{2} = 2/5$

در مقایسه چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم: **۴۱۰۴**

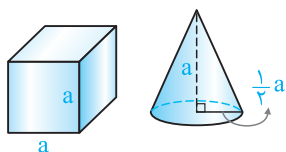


$$\begin{cases} m_A = m_B \\ V_A = \pi R_A^2 h \\ V_B = \pi (R_A^2 - R_B^2) h = \frac{3}{4} \pi R_A^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت: **۳۱۰۵**

$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1/6$   
 $r_A = 3 \text{ cm}$ ,  $r_B = 6 \text{ cm}$  حجم کره:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = 8$   
 $\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/6 = \frac{m_A}{m_B} \times 8 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{5}$

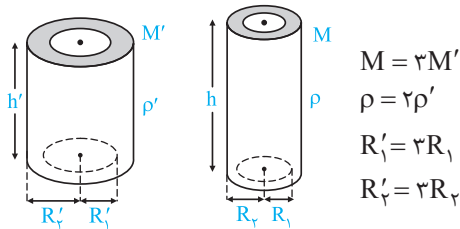
با توجه به اطلاعات سؤال، به کمک رابطه  $m = \rho V$  به این سؤال پاسخ می‌دهیم: **۳۱۰۶**



$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times (\text{مساحت قاعده}) \times (\text{ارتفاع}) = \frac{1}{3} \left[ \pi \times \left(\frac{1}{2} a\right)^2 \right] \times a = \frac{1}{12} \pi a^3 \approx \frac{1}{4} a^3$

$V_{\text{مکعب}} = a^3$

$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_{\text{مخروط}}}{m_{\text{مکعب}}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{1/4 a^3}{a^3} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$

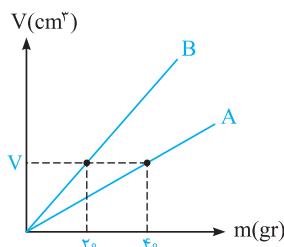


۳۱۰۷ ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V' = \pi R_2'^2 h' - \pi R_1'^2 h' = \pi h' (R_2'^2 - R_1'^2) = \pi h' ((2R_2)^2 - (2R_1)^2) = 4\pi h' (R_2^2 - R_1^2) \\ V = \pi R_2^2 h - \pi R_1^2 h = \pi h (R_2^2 - R_1^2) \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi h (R_2^2 - R_1^2)}{4\pi h' (R_2^2 - R_1^2)} = \frac{h}{4h'}$$

در ادامه با کمک رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{M} \times \frac{V}{V'} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{2M'} \times \frac{h}{4h'} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{2V}{\rho} = 13/5$$



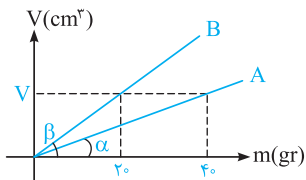
۳۱۰۸ در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰ gr و جرم B برابر ۲۰ gr است و می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B = V$$

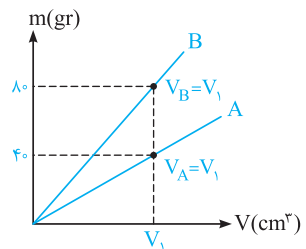
$$m_B = 20 \text{ gr}, m_A = 40 \text{ gr}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{40}{20} \times \frac{V}{V} = 2$$

یه جور دیگه فکر کنیم: با توجه به این‌که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار برابر عکس چگالی است و داریم:



$$\tan \theta = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\tan \theta} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{V}{40}} = \frac{40}{V} \\ \rho_B = \frac{1}{\tan \beta} = \frac{1}{\frac{V}{20}} = \frac{20}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2$$



۳۱۰۹ با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = 4000 \text{ kg/m}^3 = 4 \text{ gr/cm}^3} 4 = \frac{40}{V_A} \Rightarrow V_A = V_1 = 10 \text{ cm}^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{20}{10} = 2 \text{ gr/cm}^3 \Rightarrow \begin{cases} m'_B = 400 \text{ gr} \\ \rho_B = 2 \text{ gr/cm}^3 \end{cases} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{400}{2} = 200 \text{ cm}^3 = 200 \text{ mL}$$

برای  $V_1$  برابر است

یه جور دیگه فکر کنیم: با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_B = 2\rho_A = 2 \times 4000 = 8000 \text{ kg/m}^3 = 8 \text{ gr/cm}^3$$

$$m'_B = 400 \text{ gr} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{400}{8} = 50 \text{ cm}^3 = 50 \text{ mL}$$

۳۱۱۰ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

### چگالی مخلوط چند ماده (آلیاز)

خلاصه نکات

در صورتی‌که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی ماده مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} \begin{cases} \text{جرم ماده اول: } m_1, & \text{حجم ماده اول: } V_1 \\ \text{جرم ماده دوم: } m_2, & \text{حجم ماده دوم: } V_2 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

**نکته** در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده‌ها به‌طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی‌شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{(m_1)}{(\rho_1 V_1)} + \frac{(m_2)}{(\rho_2 V_2)} + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

در صورتی که چگالی و حجم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\left(\frac{m_1}{\rho_1}\right) + \left(\frac{m_2}{\rho_2}\right) + \dots}$$

در صورتی که چگالی و جرم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن‌ها را کمی درک کنید.

**تمرین ۱** چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه  $V_A$  و  $V_B$ ، برابر  $0.75$  گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر  $600 \text{ g/lit}$  و چگالی مایع B برابر  $800 \text{ g/lit}$  باشد،  $V_A$  چند برابر  $V_B$  است؟

(ریاضی فارغ ۹۲)

۳ (۱)      ۴ (۲)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{4}$  (۴)

**پاسخ** برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک‌تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{مایع A: } \rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = 600 V_A \\ \text{مایع B: } \rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow m_B = \rho_B V_B = 800 V_B \end{cases}$$

پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.75 \text{ gr/cm}^3 = 750 \text{ gr/Lit}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 = \frac{600 V_A + 800 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 V_A + 750 V_B = 600 V_A + 800 V_B$$

$$\Rightarrow 150 V_A = 50 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{3} \quad (\text{گزینه ۳})$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطه  $\rho_{\text{کل}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$  به‌دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}} = 1400 \text{ kg/m}^3 = 1.4 \text{ gr/cm}^3 \\ \rho_1 = 1300 \text{ kg/m}^3 = 1.3 \text{ gr/cm}^3, \quad V_1 = 300 \text{ cm}^3 \\ \rho_2 = 1500 \text{ kg/m}^3 = 1.5 \text{ gr/cm}^3, \quad V_2 = ? \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$1.4 = \frac{(1.3 \times 300) + (1.5 \times V_2)}{300 + V_2} \Rightarrow 420 + 1.4 V_2 = 390 + 1.5 V_2 \Rightarrow V_2 = 300 \text{ cm}^3$$

با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۷)، گزینه (۳) صحیح است. **۳ ۱۱۱**

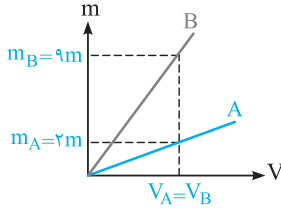
برای محاسبه چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم: **۳ ۱۱۲**

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \\ V_1 = \frac{1}{3} V \rightarrow m_1 = \rho_1 V_1 = \frac{1}{3} V \rho_1 \Rightarrow \rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{1}{3} V \rho_1 + \frac{2}{3} V \rho_2}{\frac{1}{3} V + \frac{2}{3} V} = \frac{1}{3} \rho_1 + \frac{2}{3} \rho_2 = \frac{\rho_1 + 2 \rho_2}{3} \\ V_2 = \frac{2}{3} V \rightarrow m_2 = \rho_2 V_2 = \frac{2}{3} V \rho_2 \end{cases}$$

۴۱۱۳ اگر جرم مخلوط را برابر  $m$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{25}{100} m = \frac{1}{4} m \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{\frac{1}{4} m}{\rho_1} = \frac{m}{4\rho_1} \\ m_2 = m - \frac{25}{100} m = \frac{75}{100} m = \frac{3}{4} m \Rightarrow V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{\frac{3}{4} m}{\rho_2} = \frac{3m}{4\rho_2} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\frac{1}{4} m + \frac{3}{4} m}{\frac{m}{4\rho_1} + \frac{3m}{4\rho_2}} = \frac{1}{\frac{\rho_2 + 3\rho_1}{4\rho_1\rho_2}} = \frac{4\rho_1\rho_2}{\rho_2 + 3\rho_1}$$



۱۱۱۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی ماده B را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان } V} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\rho_B}{2} = \frac{9m}{2m} \Rightarrow \rho_B = 9 \text{ gr/cm}^3$$

گام دوم: برای محاسبه چگالی مخلوط از رابطه  $\rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}$  استفاده می‌کنیم:

$$\rho_A = 2 \text{ gr/cm}^3, \rho_B = 9 \text{ gr/cm}^3, m_B = 3m_A$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{4m_A}{\frac{m_A}{2} + \frac{3m_A}{9}} = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{5}{6}} = 4/5 \text{ gr/cm}^3 = 480 \text{ kg/m}^3$$

۲۱۱۵ با توجه به رابطه مربوط به چگالی مخلوط دو ماده می‌توان نوشت: (ماده ۱ طلا و ماده ۲ نقره است):

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 13/6 = \frac{19V_1 + 10V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 19V_1 + 10V_2 = 68 \text{ cm}^3 \text{ : (I) رابطه} \\ V_1 + V_2 = 5 \text{ cm}^3 \text{ : (II) رابطه} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط I, II}} \begin{cases} 19V_1 + 10V_2 = 68 \\ V_1 + V_2 = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} V_1 = 2 \text{ cm}^3, V_2 = 3 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{نقره}} = \rho_{\text{نقره}} V_{\text{نقره}} \xrightarrow{V_{\text{نقره}} = 3 \text{ cm}^3} m_{\text{نقره}} = 10 \times 3 = 30 \text{ gr}$$

۳۱۱۶ با توجه به رابطه مربوط به چگالی مخلوط چند ماده، از تقسیم کردن جرم کل مایعات بر حجم کل مایعات، چگالی مخلوط به دست می‌آید (البته

اگر کاهش حجم صورت نگیرد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_1 = \frac{25}{100} V, V_2 = \frac{30}{100} V, V_3 = \left(1 - \frac{25}{100} - \frac{30}{100}\right) V = \frac{45}{100} V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 \left(\frac{25}{100} V\right) + 2\rho_1 \left(\frac{30}{100} V\right) + 3\rho_1 \left(\frac{45}{100} V\right)}{V} = \left(\frac{25}{100} + \frac{60}{100} + \frac{135}{100}\right) \rho_1 = \frac{220}{100} \rho_1 \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 2/2 \rho_1$$

۳۱۱۷ برای حل این سؤال، دو گام زیر را طی می‌کنیم.

$$10^{13} \frac{\mu\text{g}\cdot\text{mm}}{\text{s}^2} \xrightarrow{\text{تبدیل } \mu\text{g به gr}} 10^{13} \times (10^{-6} \text{ gr}\cdot\text{m}/\text{s}^2)$$

$$\text{گام اول: تبدیل یکای } \frac{\mu\text{g}\cdot\text{mm}}{\text{s}^2} \text{ به } \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به kg}} 10^{13} \times 10^{-6} \times (10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به mm}} 10^{13} \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times (10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2) = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$$

$$10 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} = 10^{-8} \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \boxed{X} = 10^9 \text{ m} = 1 \text{ Gm}$$

گام دوم: معادل قرار دادن دو عدد:



۱۱۸ با توجه به این که  $a$  برابر حاصل جمع دو عبارت است، باید یکای آن با یکای هر یک از این عبارتها برابر باشد، بنابراین می توان نوشت:

گام اول: (به دست آوردن یکای  $\alpha$ ):  $a = \alpha x + \beta x^3 \rightarrow a_{یکای} \equiv (\alpha x)_{یکای} = (\alpha_{یکای}) \times (x_{یکای})$

$$\rightarrow \frac{mm}{\mu s^2} \equiv (\alpha_{یکای}) \times cm$$

$$\rightarrow \frac{10^{-3} m}{(10^{-6} s)^2} \equiv (\alpha_{یکای}) \times (10^{-2} m)$$

$$\rightarrow \alpha_{یکای} \equiv \frac{10^{-3} m}{(10^{-12} s^2) \times (10^{-2} m)} = 10^{11} s^{-2}$$

گام دوم: (به دست آوردن یکای  $\beta$ ):  $a = \alpha x + \beta x^3 \rightarrow a_{یکای} \equiv (\beta x^3)_{یکای} = (\beta_{یکای}) \times (x_{یکای})^3$

$$\rightarrow \frac{mm}{\mu s^2} \equiv (\beta_{یکای}) \times (cm)^3$$

$$\rightarrow \frac{10^{-3} m}{(10^{-6} s)^2} \equiv (\beta_{یکای}) \times (10^{-2} m)^3$$

$$\rightarrow \beta_{یکای} \equiv \frac{10^{-3} m}{(10^{-6} s)^2 \times (10^{-2} m)^3} = \frac{10^{-3} m}{10^{-12} s^2 \times 10^{-6} m^3} = 10^{15} s^{-2} \cdot m^{-2}$$

۱۱۹ فرض کنیم تندی انتشار امواج به صورت  $v = A^\alpha B^\beta$  باشد، بنابراین می توان نوشت:

$$v = A^\alpha B^\beta \rightarrow v_{تندی} \equiv (A_{یکای})^\alpha \times (B_{یکای})^\beta$$

$$\rightarrow m/s \equiv (N)^\alpha \times (kg/m)^\beta$$

با توجه به رابطه  $F = ma$ ، می دانیم که نیوتون (N) معادل  $kg \cdot m/s^2$  است، بنابراین می توان نوشت:

$$m/s \equiv (kg \cdot m/s^2)^\alpha \times (kg/m)^\beta = (kg)^{\alpha+\beta} \times (m)^{\alpha-\beta} \times \frac{1}{s^{2\alpha}}$$

$$\begin{cases} 2\alpha = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{-1}{2} \rightarrow v = A^\alpha B^\beta = A^{\frac{1}{2}} B^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

برای آن که یکاها در دو طرف یکسان باشند، باید داشته باشیم:

دقت: با قرار دادن مقادیر به دست آمده برای  $\alpha$  و  $\beta$ ، مقدار  $(\alpha + \beta)$  برابر صفر شده و توان  $kg$  برابر صفر می شود که قابل قبول است.

۱۲۰ ابتدا جرم کهکشان را بر حسب گرم به دست می آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می نویسیم.

$$m = 1200 GM_\odot \xrightarrow{\text{تبدیل } GM_\odot \text{ به } M_\odot} 1200 \times (10^9 M_\odot)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } M_\odot \text{ به } kg} 1200 \times 10^9 \times (2 \times 10^{30} kg)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } kg \text{ به } gr} 1200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{30} \times (10^3 gr)$$

$$= 2400 \times 10^{42} gr = 2/4 \times 10^{45} gr$$

۱۲۱ همان طور که می دانیم، یکای نجومی (AU)، برابر میانگین فاصله خورشید تا زمین است که طبق صورت سؤال، نور آن را در مدت ۸ دقیقه طی می کند. حال باید به دست بیاوریم در مدت زمان یک سال، نور چند یکای نجومی را طی می کند. بنابراین ابتدا یک سال را بر حسب دقیقه محاسبه می کنیم.

$$\begin{array}{c} \text{دقیقه} \quad \text{ساعت} \quad \text{روز} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{دقیقه } 525600 = 365 \times 24 \times 60 = 1 \text{ سال} \end{array}$$

در ادامه با یک تناسب، مسافتی که نور در یک سال طی می کند (یعنی یک سال نوری) را به دست می آوریم:

مسافت (یکای نجومی) | زمان (دقیقه)

$$\frac{8}{525600} \mid \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{525600}{8} = 65700 \text{ AU}$$