

مسابقات ریاضی هشتم

از مجموعه مرشد

- حدود ۲۸۰۰ سؤال چهارگزینه‌ای (شامل: سؤالات تیزهوشان، آزمون‌های ورودی مدارس ممتاز تهران و مرکز استان‌های کشور، آزمون‌های پیشرفت تحصیلی، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- حدود ۴۵۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی دوم دبیرستان که دانش‌آموزان علاقه‌مند باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی کلیدی

و حیداسی‌کیا

مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات

و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر

目錄

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب «**مسابقات ریاضی هشتم**» از مجموعه‌ی «مرشد» را منتشر می‌کنیم. این کتاب که توسط آقای وحید اسدی کیا زیر نظر آقای هادی عزیززاده تألیف شده است، دانش‌آموزان کلاس دوم دبیرستان (دوره‌ی اول متوسطه) را برای شرکت در مسابقات ریاضی و امتحانات و آزمون‌های ورودی مدارس خاص آماده می‌کند. در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و ممتاز استان تهران و مرکز استان‌های کشور
 - آزمون‌های پیشرفت تحصیلی
 - مسابقات علمی کشوری و بین مدرسه‌ای
 - المپیادهای ریاضی داخلی و خارجی
 - مسایل مسابقات جهانی ریاضی IMC، کانگورو و آزمون‌های جهانی ریاضی تیمز
 - مسایل مسابقات خارجی (کشورهای آمریکا، انگلیس، مجارستان، بلژیک، آفریقای جنوبی و...)
 - مسایل المپیادهای کشوری مبتکران و آزمون‌های نشانه‌ی مبتکران
 - آزمون‌های چهارگزینه‌ای داخلی مدارس تیزهوشان استان تهران و مراکز استان‌های کشور
 - آزمون‌های ورودی روبوکاپ
- ❖ **توجه:** بعضی از سؤال‌ها علامت (*) دارند. این سؤالات منتخبی از المپیادهای ریاضی کشور بلژیک است و دارای بیش از یک گزینه‌ی درست می‌باشند.

مسائل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی ریاضی هشتم (دوم دبیرستان دوره‌ی اول متوسطه) طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت \boxtimes مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند. (تعداد پاکت‌ها نشان دهنده‌ی تعداد نکته‌های آن سؤال می‌باشد)

لازم به ذکر است کتاب ریاضی مرشد هشتم در دو جلد تألیف شده است:

- **جلد اوّل:** شامل سؤالات همراه با پاسخ‌نامه‌ی کلیدی آن‌ها
- **جلد دوم:** شامل پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سؤالات و نکات مهم مربوط به آن‌ها

امیدواریم این کتاب، مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه‌ی خود می‌دانیم از مؤلف کتاب آقای وحید اسدی‌کیا و دبیر مجموعه‌ی مرشد آقای هادی عزیززاده و از آقایان ناصر کاهه و اباصلت نوراللهی و آقای فتح‌اله پرباز و خانم‌ها ندا قدسی و مریم مقصودی و فاطمه ستاری مرجانی و لیلا عباس‌زاد و فاطمه زرین گل که بنا به گزارش مؤلف با وی همکاری علمی داشته‌اند و بخش‌هایی از کتاب را ویرایش کرده‌اند، تشکر کنیم. هم‌چنین از خانم لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی، صفحه‌آرایی و ترسیم شکل‌های کتاب را برعهده داشتند بسیار ممنونیم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت داریم.

انتشارات مبتکران



فصل ۶

۱۸۹

مثلث

۲۳۵

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۱

۷

عددهای صحیح و گویا

۳۳

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۷

۲۳۷

توان و جذر

قسمت اول: توان

۲۶۷

پاسخ نامه کلیدی

۲۶۹

قسمت دوم: جذر

۲۸۹

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۲

۳۵

حساب اعداد طبیعی

۶۹

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۸

۲۹۱

آمار و احتمال

۳۲۳

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۳

۷۱

چندضلعی ها

۱۰۵

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۹

۳۲۵

دایره

۳۶۱

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۴

۱۰۷

جبر و معادله

قسمت اول: عبارت های جبری

۱۳۵

پاسخ نامه کلیدی

۱۳۷

قسمت دوم: معادله

۱۶۰

پاسخ نامه کلیدی

فهرست

فصل ۵

۱۶۳

بردار و مختصات

۱۸۸

پاسخ نامه کلیدی

فصل ۱

عددهای صحیح و گویا

بخش ۱: عددهای صحیح

شناخت اعداد صحیح

(آزمون ورودی)

۱. کدام دسته از اعداد زیر، را نمی‌توان به صورت عدد صحیح نمایش داد؟

- الف) صفر، $-\frac{18}{3}$ و $+\frac{7}{1}$ ب) -22 ، $-\sqrt{4}$ و $-\frac{12}{+4}$
- ج) $-\frac{1}{4}$ ، $-\frac{1}{1}$ و ۲۰۰ درصد د) $-1/5$ ، $+\sqrt{8}$ و $-\frac{2}{0}$

(المپیاد ریاضی)

۲. کدام یک از کسره‌های زیر با یک عدد صحیح برابر نیست؟

- الف) $\frac{872}{2}$ ب) $\frac{217}{7}$ ج) $\frac{629}{5}$ د) $\frac{450}{25}$ ه) $\frac{620}{20}$

(المپیاد ریاضی)

۳. کوچک‌ترین مقدار صحیح x به طوری که مقدار $\frac{15}{x-1}$ یک عدد صحیح شود، برابر است با:

- الف) -29 ب) -14 ج) -4 د) 0 ه) 2

(تیزهوشان)

۴. به ازای چه تعداد عدد صحیح m ، حاصل $\frac{m^2+1390}{m}$ عددی صحیح است؟ ($m \neq 0$)

- الف) ۱۶ ب) ۱۴ ج) ۸ د) ۱۸

(مسابقات ریاضی)

۵. نصف عددی از خودش بزرگ‌تر است. در این صورت این عدد حتماً است.

- الف) صفر ب) منفی ج) نامنفی د) مثبت

(آزمون ورودی)

۶. کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از -90 که بر ۳ بخش‌پذیر باشد، کدام عدد است؟

- الف) -92 ب) -93 ج) -90 د) -87

(مسابقات علمی)

۷. کدام دسته از اعداد زیر نامنفی هستند؟

- الف) -2 ، 0 ، $+2$ ب) 0 ، $+57$ ، -1 ج) -1 ، -2 ، -3 د) 0 ، 1 ، 2

(المپیاد ریاضی)

۸. بین -14 و $+4$ ، چند عدد صحیح نامثبت وجود دارد؟

- الف) ۱۴ تا ب) ۱۵ تا ج) ۱۶ تا د) ۱۳ تا

(آزمون ورودی)

۹. بین اعداد صحیح -163 و $+207$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

- الف) ۳۷۱ ب) ۳۷۰ ج) ۳۶۹ د) ۳۶۸

(آزمون ورودی)

۱۰. از عدد $+39$ تا عدد -102 چند عدد صحیح زوج وجود دارد؟

- الف) ۶۹ تا ب) ۷۰ تا ج) ۷۱ تا د) ۷۲ تا

۱۱. روی محور اعداد صحیح، چند عدد وجود دارد که فاصله‌ی هریک از این اعداد از عدد -7 دو برابر فاصله‌ی آن از عدد

(آزمون ورودی)

$+2$ است؟

- الف) بی‌شمار ب) هیچ ج) یکی د) ۲ تا

(آزمون ورودی)

۱۲. فاصله‌ی کدام عدد زیر از عدد -30 ، ثلث فاصله‌ی آن از عدد $+30$ است؟

- الف) -15 ب) -45 ج) -60 د) گزینه‌ی الف و ج

قرینه‌ی اعداد صحیح

(مسابقات ریاضی)

۱۳. قرینه‌ی هر عدد صحیح نامنفی از خودش
 الف بزرگ‌تر است. ب کوچک‌تر است.
 ج شاید بزرگ‌تر و شاید کوچک‌تر باشد. د هیچ‌کدام

(المپیاد ریاضی)

۱۴. حاصل ضرب هر عدد صحیح در قرینه‌ی آن
 الف ممکن است مثبت باشد. ب همیشه یک است.
 ج همیشه منفی است. د همیشه صفر است.
 ه صفر یا عددی منفی است.

(آزمون ورودی)

۱۵. عدد $+7$ را 1392 بار قرینه کردیم. حاصل کدام گزینه است؟
 الف $+7$ ب -7 ج صفر د قابل محاسبه نیست.

(آزمون ورودی)

۱۶. حاصل عبارت $(-2 - 3) \dots (-2 - 3) \dots$ کدام است؟
 تعداد علامت‌ها 1390 تا

الف $+1$ ب -5 ج $+5$ د صفر

۱۷. اگر قرینه‌ی عدد $+5$ را با قرینه‌ی عدد $+4$ نسبت به عدد $+9$ جمع کنیم، چه عددی به دست می‌آید؟ (مسابقات علمی)

الف $+9$ ب -9 ج $+14$ د -14

۱۸. قرینه‌ی عدد $+5$ را نسبت به قرینه‌ی قرینه‌ی -1 ، p و قرینه‌ی p را نسبت به قرینه‌ی خودش، q می‌نامیم. فاصله‌ی p و q چند واحد است؟ (المپیاد ریاضی)

الف 12 واحد ب 18 واحد ج 28 واحد د 30 واحد

۱۹. اگر قرینه‌ی a ، عدد $-b$ و قرینه‌ی $-b$ ، عدد c باشد، آن‌گاه قرینه‌ی قرینه‌ی عدد b کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

الف a ب b ج c د هر سه مورد

علامت اعداد صحیح

۲۰. حاصل ضرب سه عدد صحیح، منفی است. اگر حاصل جمع حاصل ضرب دو به دوی آن‌ها منفی باشد، از این سه عدد، چند عدد مثبت و چند عدد منفی است؟ (آزمون ورودی)

الف هر سه عدد منفی هستند. ب دو عدد مثبت و یک عدد منفی است.
 ج دو عدد منفی و یک عدد مثبت است. د نمی‌توان مشخص کرد.

۲۱. اگر $a < 0$ و $b < a$ باشد، کدام رابطه درست است؟ (آزمون ورودی + مسابقات ریاضی)

الف $\frac{a}{b} < 0$ ب $ab > 0$ ج $a + b > 0$ د $a - b < 0$

۲۲. اگر m و n اعدادی صحیح باشند و بدانیم m عددی منفی و $m + n > 0$ شده است، کدام یک از رابطه‌های زیر حتماً درست است؟ (مسابقات ریاضی)

الف $2m + n < 0$ ب $2m + n > 0$ ج $2n > 0$ د $m - n > 0$

بردارهای (فلش‌های) اعداد صحیح

(مسابقات علمی)

۲۳. ابتدا و انتهای بُرداری به هم رسیده‌اند. طول این بردار است.

- الف) چنین چیزی غیرممکن است.
 ب) صفر
 ج) -۱
 د) +۱

۲۴. از نقطه‌ی +۴ روی محور اعداد صحیح، به نقطه‌ی -۳ حرکت کردیم. نمایش این حرکت با عدد صحیح کدام

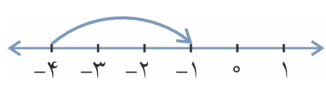
(آزمون ورودی)

است؟

- الف) +۷
 ب) -۷
 ج) +۱
 د) -۱

(آزمون ورودی)

۲۵. کدام عبارت زیر تفریق متناظر با بردار زیر را به درستی نوشته است؟



- الف) $(-1) - (+3) = -4$
 ب) $(-1) - (+3) = -4$
 ج) $(-1) - (-3) = -4$
 د) گزینه‌های «الف» و «ج»

۲۶. طول برداری که ابتدای آن بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از -۱۲ و انتهای آن کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از +۷

(مسابقات ریاضی)

است، چه قدر است؟

- الف) -۱۹
 ب) +۱۹
 ج) -۲۱
 د) +۲۱

(المپیاد ریاضی)

۲۷. انتهای برداری به طول -۳، نقطه‌ی +۲ است. ابتدای آن کدام نقطه است؟

- الف) +۵
 ب) -۵
 ج) -۱
 د) +۱

(مسابقات علمی)

۲۸. اگر بردار -۳- آنها در -۵ را رسم کنیم، تفریق متناظر با آن کدام است؟

- الف) $(-3) - (-5) = +2$
 ب) $(-3) - (-5) = +2$
 ج) $(-2) - (-3) = -5$
 د) $(-5) - (-3) = -2$

(آزمون ورودی)

۲۹. طول برداری که از +۳ شروع شده باشد و نقطه‌ی -۵ وسط آن باشد، کدام است؟

- الف) +۸
 ب) -۸
 ج) +۱۶
 د) -۱۶

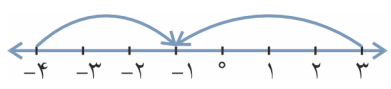
(آزمون ورودی)

۳۰. در کدام گزینه، جمع یا تفریق متناظر، به درستی نوشته شده است؟

- الف) $(-100) + (+5) = (-95)$
 ب) $(-95) - (-5) = (-100)$
 ج) $(-95) + (+5) = (-100)$
 د) $(-100) + (-5) = (-95)$

(مسابقات علمی)

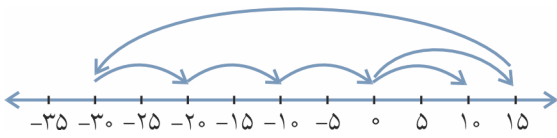
۳۱. کدام عبارت برای بردارهای زیر درست است؟



- الف) $(+3) + (-7) = (-4)$
 ب) $(-3) + (+4) = (+4) + (-3)$
 ج) $(-4) + (+7) = (+3)$
 د) $(-4) + (+3) = (+3) + (-4)$

(آزمون ورودی)

۳۲. عبارت متناظر با شکل زیر در کدام گزینه آمده است؟



الف $(+15) - (-45) + 4 \times (+5) = +10$

ب $(+15) + (-45) + 4 \times (+5) = +10$

ج $(+15) + (-45) - 4 \times (+10) = +10$

د $(+15) + (-45) + 4 \times (+10) = +10$

مجموع اعداد صحیح

(آزمون ورودی)

۳۳. مجموع اعداد صحیح از $+1393$ تا -2014 برابر است با:

الف -1058184 ب 1058266 ج $+1058184$ د -1058266

۳۴. مجموع اولین صد عدد مثبت زوج را منهای مجموع اولین صد عدد مثبت فرد کرده‌ایم. در این صورت حاصل کدام

(مسابقات جوانی ریاضی)

گزینه است؟

الف ۰ ب ۵۰ ج ۱۰۰ د ۱۰۱۰۰ ه ۱۵۱۵۰

۳۵. هفت عدد صحیح متوالی را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست پشت سر هم نوشتیم. اگر مجموع سه تا از آنها از

(آزمون ورودی)

سمت چپ، ۶- شود، مجموع سه عدد آخر چه قدر است؟

الف ۶+ ب ۱۲+ ج ۱۲- د نمی‌توان مشخص کرد.

۳۶. ذره‌ای روی محور اعداد صحیح شروع به حرکت می‌کند. در دقیقه‌ی اول، یک واحد به راست و در دقیقه‌ی دوم، دو واحد

به چپ و در دقیقه‌ی سوم، ۳ واحد به راست و ... حرکت می‌کند. این ذره پس از یک ساعت و نیم از شروع حرکت روی

(مسابقات ریاضی)

عدد -100 قرار می‌گیرد. نقطه‌ی شروع حرکت این ذره کدام عدد بوده است؟

الف -45 ب $+45$ ج $+55$ د -55

۳۷. دمای جسمی سه بار تغییر کرد، به طوری که هر بار سه برابر دفعه‌ی قبل، سرد شد. دمای جسم در نهایت به 6 درجه زیر

(مسابقات ریاضی)

صفر رسید. دمای اولیه‌ی جسم کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ اعداد، صحیح می‌باشند.

الف $+7$ ب $+20$ ج $+33$ د $+47$ ه $+124$

۳۸. از نقطه‌ی $+100$ ، 70 بار و هر بار به مقدار مساوی روی محور اعداد صحیح حرکت کردیم تا به نقطه‌ی -110 رسیدیم. هر

(آزمون ورودی + المپیاد ریاضی)

بار چه مقدار حرکت کردیم؟

الف -2 ب -3 ج -5 د $+5$

بیش‌ترین و کم‌ترین، حداقل و حداکثر

۳۹. تنها با گذاشتن تعدادی پرانتز، کم‌ترین مقداری که از عبارت زیر می‌توانید به دست آورید، چه عددی خواهد بود؟ (دقت

کنید که در این سؤال منظور از پرانتزگذاری فقط تعیین اولویت عمل است و نمی‌توانید از پرانتزها برای عمل ضرب استفاده

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۷-۹۶)

کنید.) $12 - 8 + 5 \times 6 - 2 \times 3$

الف عددی بین 0 و -10 ب عددی بین -35 و -45

ج عددی بین -75 و -85 د عددی کم‌تر از -100

۴۰. می‌خواهیم در ردیف اعداد $A = ۲ \square ۵ \square ۷ \square ۸ \square ۹ \square ۱$ ، ۲ علامت جمع و ۳ علامت ضرب قرار دهیم به طوری که مقدار A ، حداقل مقدار ممکن شود. این حداقل چه قدر است؟

(آزمون ورودی)

- الف) ۸۷ ب) ۷۵ ج) ۶۳ د) ۶۱

۴۱. x یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت بزرگ‌ترین مقدار را دارد؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) $x+1$ ب) $2x$ ج) $-2x$ د) $6x+2$ ه) $x-2$

۴۲. دو عدد صحیح سه رقمی را با هم جمع کردیم. حاصل برابر صفر شد. این دو عدد حداکثر چند واحد با هم اختلاف دارند؟

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۲۰۰۰ ب) ۱۹۹۶ ج) ۱۹۹۷ د) ۱۹۹۸ ه) ۱۹۹۹

۴۳. اختلاف دو عدد صحیح، ۳+ شده است. اگر یکی از آن‌ها یک رقمی و دیگری دو رقمی باشد، کم‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) صفر ب) ۸۸+ ج) ۸۸- د) ۷۰+

۴۴. حاصل جمع دوازده عدد صحیح متوالی، ۶ شده است. کوچک‌ترین این اعداد، کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) ۶ ب) ۶- ج) ۵+ د) ۵-

۴۵. مجموع دو عدد صحیح یک رقمی، ۶- شده است. بیش‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام گزینه‌ی زیر است؟

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۹- ب) ۱۶+ ج) ۹+ د) ۲۷-

۴۶. دو عدد صحیح را با هم جمع کردیم، حاصل ۳- شد. بیش‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۹+ ب) ۶+ ج) ۲+ د) غیر قابل محاسبه است.

مجهول یابی

۴۷. در تساوی مقابل مقدار x چند است؟ $\frac{(-25) \times (-150)}{(+6) \times (-75)} = \frac{x}{(-2) - (-14)}$

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۵۰- ب) ۱۰۰- ج) ۲۵+ د) ۵۰+ ه) ۱۰۰+

۴۸. مقدار x در تساوی $\frac{1-2-5}{x} = \frac{-8-7+3}{6-5+3}$ کدام است؟

(آزمون ورودی)

- الف) ۲- ب) ۲+ ج) ۸- د) ۸+

۴۹. اگر x ، عددی صحیح و $4 > x+2 > -3$ باشد، به جای x کدام دسته از اعداد زیر می‌توانند قرار گیرند؟

(آزمون ورودی)

- الف) ۱، ۰، ۲، -۱، -۲، -۳، -۴، -۵ ب) ۱، ۰، ۱، ۲، -۱، -۲، -۳، -۴، -۵
ج) ۱، ۰، ۲، -۱، -۲، -۳، -۴، -۵ د) ۱، ۰، ۱، ۲، -۱، -۲، -۳، -۴، -۵

به دست آوردن حاصل عبارات اعداد صحیح

۵۰. حاصل عبارت $(-22) - (3 \times 8 \div 24 - 7) - 20$ کدام گزینه است؟

(تیزهوشان)

- الف) ۲۸ ب) ۳۲- ج) ۱۶۰- د) ۱۵

(تیزهوشان)

۵۱. حاصل عبارت $5 - 4[3 - 2(1 - 2)^2 + 3]4 - 5$ کدام است؟

- الف) -۴ ب) -۶۴ ج) -۱۲۸ د) ۳۲

(تیزهوشان)

۵۲. حاصل عبارت $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2013} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$ برابر است با:

- الف) ۶ ب) ۶۱ ج) ۵۶ د) -۴

(آزمون ورودی)

۵۳. ساده شده‌ی عبارت $A = 6 - 6[-2^2 \times 2 \frac{1}{3} - 4(\frac{1}{4})^3 - (-3)^2]$ برابر است با:

- الف) صفر ب) ۱۱۰ ج) ۱۱۸ د) ۱۱۹

(آزمون ورودی)

۵۴. مقدار عبارت $A = \{-[-(-6 + 2 \times 3 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(-6 \div 2 \times 3 + 2)] - 2\}$ کدام گزینه است؟

- الف) -۲۷ ب) +۲۷ ج) -۱۸ د) +۱۸

(مسابقات ریاضی)

۵۵. حاصل عبارت $-1 + 2(-1 + 2(-1 + 2(-1 + 2)))$ کدام است؟

- الف) صفر ب) +۲ ج) -۲ د) +۱ ه) -۱

(تیزهوشان)

۵۶. حاصل عبارت $-(-1) + (2 - (-1)) \times 3 - (-4) \times 1 - 5$ کدام است؟

- الف) ۲۳ ب) ۱۱ ج) ۱۰ د) ۹

(مسابقات علمی)

۵۷. حاصل عبارت $5 - 3(-7 + 2(-2 + 3) + 7) - 5 + 3(9 - 4(4 - 5) - 9)$ کدام است؟

- الف) -۱۸ ب) -۱۲ ج) +۶ د) -۱۵

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۵-۹۴)

۵۸. حاصل عبارت $\frac{3 - 3[4 - (7 - (-5)) \div (-2)]}{5 - (3 \times 5 - 4(-2))}$ کدام است؟

- الف) $\frac{3}{2}$ ب) صفر ج) $-\frac{3}{2}$ د) $\frac{1}{2}$

۵۹. عمل # به این صورت تعریف می‌شود: $\alpha \# \beta = \alpha^2 - 2\beta$. بر این اساس حاصل $[(3 \# 2) \# (-1)] \# [(-1) \# (3 \# 2)]$ برابر است با:

- الف) ۵ ب) ۷۲۹ ج) ۷۱۱ د) ۷۴۷

(تیزهوشان)

۶۰. حاصل عبارت $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99}$ کدام گزینه است؟

- الف) +۱ ب) -۱ ج) ۹۹ د) صفر

(آزمون ورودی)

۶۱. اگر $A = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 999 - 1000$ باشد، مقدار A کدام است؟

- الف) -۵۰۰ ب) +۵۰۰ ج) صفر د) -۹۹۹۰

(تیزهوشان)

۶۲. حاصل عبارت $1 - 8 + 3 - 10 + 5 - 12 + \dots + 401 - 408$ کدام است؟

- الف) +۱۴۰۷ ب) -۱۴۰۷ ج) +۱۰۰۰ د) -۱۰۰۰

(المپیاد ریاضی)

۶۳. اگر $A = 1 - 2 - 4 + 5 + 7 - 8 - 10 + 11 + 13 - \dots + 1391$ باشد، آن‌گاه A:

- الف) کوچک‌تر از -۱ است. ب) برابر -۱ است. ج) برابر ۰ است. د) برابر ۱ است. ه) بزرگ‌تر از ۱ است.

(مسابقات جهانی ریاضی)

۶۴. مقدار عبارت $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 2010 - 2011 - 2012 + 2013$ کدام است؟

- الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲۰۱۳ د) ۲۰۱۴ ه) -۱

۶۵. حاصل عبارت $(-20) - \dots - (-4) - (-3) - (-2) - (-1)$ برابر است با: (تیزهوشان)
- الف) ۲۰۸ ب) -۲۱۰ ج) ۱۰ د) -۲۰۶
۶۶. حاصل عبارت: $(102 + 14 + 16 + \dots + 102) - (11 + 13 + 15 + \dots + 101)$ کدام است؟ (تیزهوشان)
- الف) -۴۶ ب) -۹۰ ج) -۱۳۵ د) -۴۵
۶۷. اگر $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ و $B = -1 - 2 - 3 - \dots - 100$ باشد، در این صورت حاصل $A + 2B$ در کدام گزینه‌ی زیر آمده است؟ (مسابقات علمی)
- الف) ۵۰۵۰ ب) -۵۰۵۰ ج) -۱۰۱۰۰ د) صفر
۶۸. حاصل عبارت $(100 - 99) - \dots - (5 - 6) - (3 - 4) - (1 - 2)$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)
- الف) صفر ب) -۵۰ ج) +۵۰ د) -۴۸ ه) +۴۸
۶۹. حاصل عبارت $24 - 23 - 22 - 21 - (20 - 13) - (14 - 15) - (16 - 17) = A$ کدام است؟ (تیزهوشان)
- الف) +۱۴ ب) -۱۴ ج) +۷ د) -۷
۷۰. حاصل عبارت $1 - (2 - (3 - (\dots - (99 - 100) \dots)))$ کدام گزینه است؟ (آزمون ورودی)
- الف) صفر ب) -۵۰ ج) +۵۰ د) -۱۰۰
۷۱. مقدار عددی $(1 - (2 - (3 - (\dots - (100) \dots)))$ برابر است با: (المپیاد ریاضی)
- الف) -۵۰ ب) ۵۰ ج) -۱۰۰ د) ۱۰۰ ه) ۹۹
۷۲. مقدار عبارت $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2005^2) - (1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 2004 \times 2006)$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)
- الف) ۲۰۰۰ ب) ۲۰۰۴ ج) ۲۰۰۵ د) ۲۰۰۶ ه) ۰

میانگین اعداد صحیح

۷۳. سه عدد صحیح داریم که مجموع اولی و دومی، ۳۱- و مجموع دومی و سومی، ۵۶- و مجموع اولی و سومی، ۵۱- است. میانگین سه عدد کدام است؟ (المپیاد ریاضی)
- الف) -۲۷ ب) -۲۵ ج) -۲۳ د) -۱۹
۷۴. میانگین دو عدد صحیح، ۳+ و اختلاف آن‌ها ۲۲+ است. اختلاف عدد کوچک‌تر با عدد صحیح ۱۰-، چند واحد است؟ (آزمون ورودی)
- الف) ۱ واحد ب) ۲ واحد ج) ۳ واحد د) ۴ واحد
۷۵. چهار شهر داریم که دمای دو تا از آن‌ها قرینه‌ی یکدیگرند و دمای دو شهر دیگر نیز با هم قرینه‌اند. میانگین دمای این چهار شهر چند درجه است؟ (مسابقات علمی + آزمون ورودی)
- الف) صفر ب) -۴ ج) +۴ د) -۱
۷۶. دمای هوای دو شهر A و B، قرینه‌ی یکدیگرند و دمای شهر C، ۶ درجه زیر صفر است. قرینه‌ی میانگین دمای این سه شهر کدام است؟ (المپیاد ریاضی + آزمون ورودی)
- الف) -۲ ب) صفر ج) -۶ د) +۲

۷۷. میانگین ۳ عدد صحیح ۱- می‌باشد. اگر کوچک‌ترین عدد ۷- و یکی از اعداد ۲ واحد بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد باشد، بزرگ‌ترین عدد چه قدر بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد است؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) +۱۸ ب) +۱۶ ج) +۱۲ د) +۱۰

(آزمون ورودی)

۷۸. به اعداد ۷-، ۳+ و ۱- و ۱۷+ چه عددی را اضافه کنیم تا میانگین تغییر نکند؟

- الف) +۱۵ ب) +۳ ج) +۱۲ د) صفر

(آزمون ورودی)

۷۹. میانگین پنج عدد صحیح، ۴- شده است. چه عددی به آن‌ها بیافزاییم تا میانگین، ۵ واحد بیش‌تر شود؟

- الف) -۲۶ ب) +۲۶ ج) -۲۰ د) +۶

اعداد صحیح و جدول‌ها

۸۰. در جدول زیر عدد داخل هر مستطیل از حاصل جمع اعداد در دو مستطیل ردیف پایین‌تر از خودش به دست می‌آید. تعیین کنید A چند برابر B است؟

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۶-۹۵)

A			
B	-۱۲		
-۴	+۲		
		-۳	-۷

- الف) ۲۹
ب) -۳۲
ج) -۴۴
د) ۵۸

۸۱. نه عدد فرد متوالی که کوچک‌ترین آن‌ها ۳- است، در یک جدول 3×3 نوشته شده‌اند، به طوری که مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرها برابرند. عدد وسطی جدول کدام است؟

- الف) ۵ ب) ۳ ج) ۷ د) -۱

۸۲. در خانه‌های سیاه یک صفحه‌ی شطرنجی 8×8 اعداد (۲-، ۳-، ۴-، ۵-، ۰۰۰) و در خانه‌های سفید آن، اعداد (۴، ۵، ۶، ۷، ۰۰۰) را قرار می‌دهیم. در این صورت حاصل جمع ۶۴ عدد گفته شده چند است؟

(تیزهوشان)

- الف) ۱۲۸ ب) ۶۴ ج) ۶۲ د) ۶۹

۸۳. جدول (۱) را در نظر بگیرید. هر بار می‌توان یک مربع 2×2 از آن را انتخاب کرد و یک واحد از اعداد درون خانه‌های آن کم کرد. پس از چندین مرحله به جدول (۲) می‌رسیم. در این صورت مقدار x کدام است؟

(تیزهوشان)

۲	-۱	۳
۵	۰	-۲
-۴	۱	-۱

(۱)

→

۱	-۳	۲
۳	x	-۴
-۵	-۱	-۲

(۲)

- الف) -۳ ب) ۲
ج) ۵ د) -۴

(المپیاد ریاضی)

۸۴. جدول اعداد مقابل را در نظر بگیرید:

حاصل جمع کلیه‌ی سطرها از سطر اول تا سطر ۱۳۷۹ (با خود سطر ۱۳۷۹) برابر است با:

۱
۱ -۱
۱ -۱ ۱
۱ -۱ ۱ -۱
۱ -۱ ۱ -۱ ۱
⋮

- الف) ۶۹۰ ب) ۱
ج) ۰ د) ۱۳۷۹
ه) ۶۸۹

۸۵. در هر مرحله ۴ خانه از جدول روبه‌رو انتخاب می‌کنیم به طوری که از هیچ سطر یا ستونی ۲ خانه انتخاب نشده باشد. عددهای هر ۴ خانه را یک واحد اضافه یا از هر یک، یک واحد کم می‌کنیم. با این روش به کدام یک از جدول‌های زیر می‌توان رسید؟

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

(المپیاد ریاضی)

۱۵	۱۷	۳	۱۵
۱۶	۱۳	۱۳	۶
۱۴	۱۳	۱۵	۸
۳	۵	۱۹	۲۱

۱۰	۱۷	۲	۲۱
۱۷	۱۷	۱۴	۲
۳	۱۳	۲۴	۱۰
۲۰	۳	۱۰	۱۷

۴	۳	۲	۱
۴	۳	۱	۲
۳	۲	۱	۴
۱	۳	۴	۲

۲۰	○	○	۱۳
○	۱۷	۴	۷
۱۰	۵	۱۰	۱۱
○	۶	۱۱	۱۳

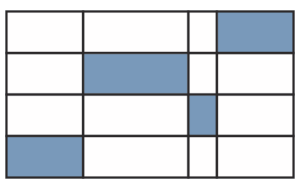
-۲۱	○	-۶	۳
-۶	۱۰	۲۷	۲۷
۲۰	۷	۷	۴
۲	۲۳	۱۰	۴

الف) ب) ج) د) ه)

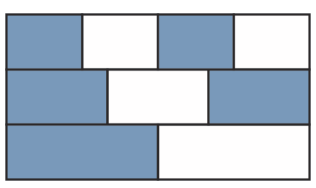
بخش ۲: عددهای گویا

اعداد گویا در تصویر

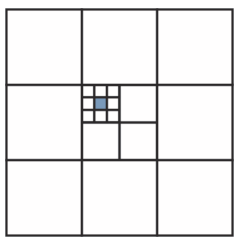
(آزمون جهانی تیمز)



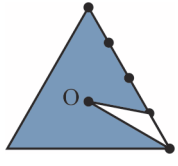
(مسابقات جهانی ریاضی)



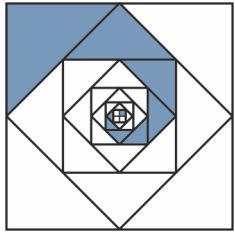
(مسابقات جهانی ریاضی)



(مسابقات علمی)



(المپیاد ریاضی)



۸۶. چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟

- الف) $\frac{1}{7}$
- ب) $\frac{5}{16}$
- ج) $\frac{1}{4}$
- د) $\frac{2}{16}$

۸۷. چه کسری از شکل زیر سایه خورده است؟

- الف) $\frac{2}{3}$
- ب) $\frac{3}{5}$
- ج) $\frac{4}{7}$
- د) $\frac{1}{2}$
- ه) $\frac{5}{9}$

۸۸. در این شکل، بزرگ‌ترین مربع مساحتش ۱ است. مساحت مربع کوچک سیاه چه قدر است؟

- الف) $\frac{1}{18}$
- ب) $\frac{1}{162}$
- ج) $\frac{1}{324}$
- د) $\frac{1}{108}$
- ه) $\frac{1}{1000}$

۸۹. چه کسری از مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع زیر سایه خورده است؟

- الف) بین ۰ تا $\frac{1}{3}$
- ب) بین $\frac{1}{3}$ تا $\frac{2}{3}$
- ج) بین $\frac{2}{3}$ تا $\frac{3}{4}$
- د) بیش‌تر از $\frac{5}{6}$

۹۰. چه کسری از شکل زیر، رنگی است؟

- الف) $\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$
- ب) $\frac{1}{3}$
- ج) $\frac{1}{4}$
- د) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$
- ه) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

۹۱. چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟

(المپیاد ریاضی)

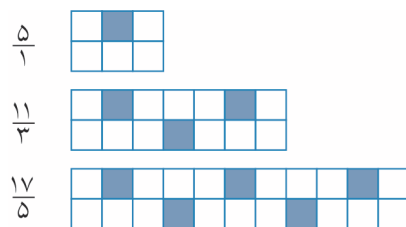


الف $\frac{1}{3}$
 ب $\frac{1}{4}$
 ج $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
 د $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$

الف $\frac{1}{4}$
 ب $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$
 ج $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$
 د $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$

۹۲. در شکل‌های زیر، الگویی برای کشیدن مارپیچ می‌بینید. عدد کنار هر شکل، بیانگر نسبت سطح سفید به سطح سیاه رنگ در آن شکل است. اگر کشیدن شکل را مطابق الگو ادامه دهیم، نسبت سطح سفید به سطح سیاه در شکل بیستم با کدام عدد زیر

(تیزهوشان)



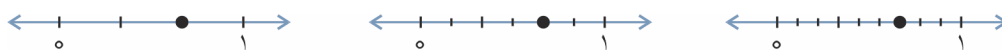
برابر است؟

الف $\frac{125}{39}$
 ب $\frac{119}{41}$
 ج $\frac{125}{41}$
 د $\frac{119}{39}$

اعداد گویا و محور

۹۳. نقاط مشخص شده روی محورهای زیر نمایشگر کدام عبارت زیر هستند؟

(آزمون ورودی)



الف جا به جایی علامت‌ها

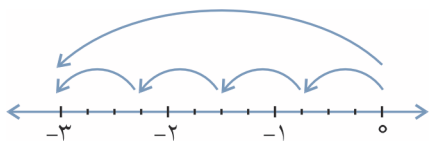
ب کسرهایی که به ترتیب کوچک می‌شوند.

ج کسرهایی که به ترتیب بزرگ می‌شوند

د کسرهایی مساوی

۹۴. بردارهای زیر کدام عبارت را نشان می‌دهند؟

(آزمون ورودی)



الف $4 \times (-\frac{3}{4}) = -3$

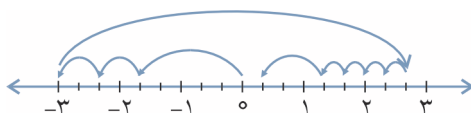
ب $-\frac{3}{4} = -\frac{6}{8} = -\frac{9}{12} = -\frac{12}{16}$

ج $-\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$

د گزینه‌ی الف و ج

۹۵. کدام عبارت زیر مربوط به بردارهای رسم شده روی محور زیر می‌باشد؟

(آزمون ورودی)



الف $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} - 4 \times \frac{1}{3} + 1$

ب $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} - 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} - 1$

ج $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} + 1$

د $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} - 1$

۹۶. با توجه به اعداد A، B، C و D بر روی محور مقابل، حاصل عبارت $3A - 2B + 2C^2 - 25D^2$ چه قدر می شود؟ (مسابقات ریاضی)



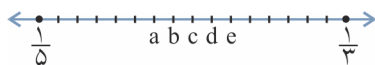
- الف) $-52\frac{1}{2}$ ب) $-72\frac{1}{2}$ ج) $+72\frac{1}{2}$ د) $+52\frac{1}{2}$

۹۷. اعداد A، B و C روی محور زیر مشخص شده است. حاصل کدام عبارت از بقیه بیش تر است؟ (مسابقات ریاضی)



- الف) $A \times B \times C$ ب) $A + 2B - C$ ج) $\frac{A+B}{C}$ د) $\frac{2C}{A-B}$

۹۸. کسرهای $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ روی محور مشخص شده است. کدام یک از نقاط a، b، c، d یا e نمایشگر کسر $\frac{1}{4}$ است؟ (مسابقات جوانی ریاضی)



- الف) a ب) b ج) c د) d ه) e

۹۹. مطابق شکل نقاط A، B، C، D، E و F با فاصله های مساوی روی محور اعداد مشخص شده اند. اگر نقطه A نشان دهنده عدد $-\frac{1}{3}$ و نقطه F نشان دهنده عدد $\frac{1}{4}$ باشد، نقطه B کدام عدد را نشان می دهد؟ (آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۵-۹۴)



- الف) $\frac{11}{30}$ ب) $\frac{1}{6}$ ج) $-\frac{1}{6}$ د) $-\frac{3}{10}$

۱۰۰. چند عدد گویا بین $\frac{21}{100}$ و $-\frac{41}{80}$ وجود دارد که صورت آن ها عدد صحیح و مخرج شان ۲۰ است؟ (آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۵-۹۴)

- الف) ۱۲ ب) ۱۳ ج) ۱۵ د) بی شمار

۱۰۱. اگر فاصله ی بین دو عدد $-\frac{3}{4}$ و $+\frac{4}{3}$ را به هفت قسمت مساوی تقسیم کنیم، طول هر قسمت چند واحد می شود؟ (آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۶-۹۵)

- الف) $\frac{1}{10}$ ب) $\frac{1}{12}$ ج) $\frac{1}{14}$ د) $\frac{1}{15}$

شناخت اعداد گویا

(آزمون ورودی)

۱۰۲. کدام عدد زیر گویا است؟

- الف) $\sqrt{185}$ ب) $\sqrt{\frac{6}{3}}$ ج) π د) $3,14$

(تیزهوشان)

۱۰۳. کدام عدد زیر، گویا نیست؟

- الف) $\sqrt{0,0169}$ ب) $\sqrt{3,1212}$ ج) $-\sqrt{(-4)^2}$ د) $\sqrt{\pi^2}$

(آزمون ورودی)

۱۰۴. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) هر عدد گویا، عددی طبیعی است.
 ب) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر متعارفی مثبت نوشت.
 ج) به غیر از اعداد گویا، عددی وجود ندارد.
 د) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر متعارفی علامت‌دار نوشت.

(المپیاد ریاضی ۹۵-۹۴)

۱۰۵. کدام عبارت زیر درست است؟

- الف) هر کسری که صورت آن عدد صحیح و مخرجش عدد طبیعی باشد، یک عدد گویا است.
 ب) جذر هر عدد گویای مثبت، عددی گویا است.
 ج) بین دو عدد کسری $\frac{1}{100}$ و $-\frac{1}{100}$ ، عددی گویا وجود ندارد.
 د) بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.

(کنکور)

۱۰۶. چند عدد گویا وجود دارد که با معکوسش برابر است؟

- الف) چنین عددی وجود ندارد.
 ب) یکی
 ج) ۲ تا
 د) بی‌شمار

مقایسه‌ی اعداد گویا

(مسابقات جهانی ریاضی)

۱۰۷. کدام یک از کسرهای زیر از همه بزرگ‌تر است؟

- الف) $\frac{7}{8}$ ب) $\frac{66}{77}$ ج) $\frac{555}{666}$ د) $\frac{4444}{5555}$ ه) $\frac{33333}{44444}$

(مسابقات ریاضی)

۱۰۸. کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

- الف) $\frac{101}{102}$ ب) $\frac{1001}{1002}$ ج) $\frac{10001}{10002}$ د) $\frac{100001}{100002}$

(المپیاد ریاضی)

۱۰۹. اگر $x = \frac{17}{y}$ باشد، آن‌گاه:

- الف) $\frac{17}{9} < x < \frac{17}{8}$ ب) $\frac{7}{17} < x < \frac{14}{17}$ ج) $\frac{18}{8} < x < \frac{16}{6}$ د) $\frac{34}{14} < x < \frac{60}{15}$ ه) $0 < x < \frac{35}{15}$

(کنکور)

۱۱۰. عدد گویای مساوی با $\frac{19}{18}$ کدام است؟

- الف) $\frac{197}{1100}$ ب) $\frac{198}{1100}$ ج) $\frac{199}{1100}$ د) $\frac{200}{1100}$

(المپیاد ریاضی)

۱۱۱. عدد به یک فاصله از دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ برابر است با:

- الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $\frac{4}{15}$ د) $\frac{8}{31}$ ه) $\frac{9}{35}$

(المپیاد ریاضی)

۱۱۲. با توجه به شکل زیر، طول نقطه‌ی M وسط پاره خط AB چه قدر است؟



- الف) $\frac{1}{1}$ ب) $\frac{2}{2}$ ج) $\frac{2}{3}$ د) $\frac{2}{6}$

۱۱۳. صورت و مخرج کسری عددهای صحیح منفی هستند. صورت یک واحد از مخرج بیش تر است. کدام حکم درست است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) کسر از ۱- کوچک تر است.
- ب) کسر بین ۱- و ۰ است.
- ج) کسر عدد مثبتی کوچک تر از ۱ است.
- د) کسر از ۱ بزرگ تر است.
- ه) کسر ممکن است مثبت یا منفی باشد.

(آزمون ورودی)

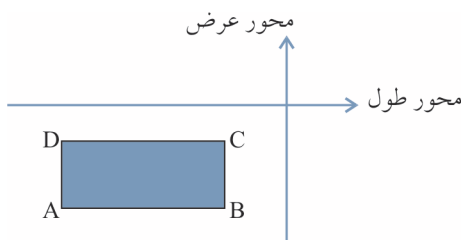
۱۱۴. حاصل کدام یک از کسرهای زیر از بقیه بزرگ تر است؟

- الف) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$
- ب) $\frac{1}{\frac{3}{2}}$
- ج) $\frac{1}{\frac{2}{4}}$
- د) $\frac{1}{\frac{3}{4}}$

۱۱۵. a و b دو عدد طبیعی کم تر از ۱۱ هستند. به چند حالت مختلف کسر $\frac{a}{b}$ بیش تر از $\frac{1}{4}$ و کم تر از یک است؟ مثلاً $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ دو حالت مختلف هستند.

(المپیاد ریاضی قاربی)

- الف) ۱۲
- ب) ۱۴
- ج) ۱۶
- د) ۱۸
- ه) ۲۰



۱۱۶. در شکل، ضلع‌های مستطیل ABCD با محورهای مختصات موازی است. نسبت عرض به طول به ازای کدام رأس مستطیل کم ترین مقدار را دارد؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) A
- ب) B
- ج) C
- د) D
- ه) بستگی به ابعاد مستطیل دارد.

۱۱۷. چند کسر مساوی با کسر $\frac{764}{955}$ می توان نوشت که صورت آنها بیش تر از عدد ۱۵۰ و مخرج آنها کم تر از عدد ۳۵۰ باشد؟

(آزمون ورودی)

- الف) بی شمار
- ب) ۳۲
- ج) ۳۳
- د) ۳۴

۱۱۸. بین عدد مخلوط $1\frac{2}{3}$ و کسر $\frac{4}{5}$ ، چند کسر با صورت ۶۰ و با مخرج عددی طبیعی وجود دارد؟

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۲۸ تا
- ب) ۳۸ تا
- ج) ۲۷ تا
- د) بی شمار

۱۱۹. چند مقدار مختلف برای x می توان یافت که در رابطه $\frac{4}{11} < \frac{x}{2014} < \frac{5}{12}$ صدق کند؟ x عددی طبیعی است.

(انتقابی IMC، قانه ریاضی تهران ۹۵-۹۴)

- الف) ۸۳
- ب) ۹۱
- ج) ۱۰۷
- د) ۱۱۳
- ه) ۱۱۷

(لیگ علمی)

۱۲۰. با توجه به اعداد زیر، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟

$$A = \frac{1748329077013478}{4780932174104132}$$

$$B = \frac{17483290770134781387}{47809321741041321387}$$

$$C = \frac{17483290770134782008}{47809321741041322008}$$

$$D = \frac{17483290770134782008}{47809321741041321387}$$

- الف) A = B = C = D
- ب) A < B < C < D
- ج) A < C < B < D
- د) A > D > B > C