

عنوان ..... درسامه ..... تست‌های  
کنکور

۱۳۱	۸	فصل اول: مجموعه‌ها
۱۳۳	۱۴	فصل دوم: الگو و دنباله
۱۳۵	۲۱	فصل سوم: هندسه تحلیلی
۱۳۶	۲۷	فصل چهارم: معادله و تابع درجه دو
۱۳۹	۳۵	فصل پنجم: توان‌های گویا و عبارات‌های جبری
۱۳۹	۴۲	فصل ششم: معادله و نامعادله
۱۴۱	۴۸	فصل هفتم: تابع
۱۴۸	۶۷	فصل هشتم: توابع نمایی و لگاریتمی
۱۵۰	۷۲	فصل نهم: مثلثات
۱۵۷	۸۶	فصل دهم: حد و پیوستگی
۱۶۵	۱۰۵	فصل یازدهم: مشتق
۱۷۳	۱۱۳	فصل دوازدهم: کاربرد مشتق



## فصل اول: مجموعه‌ها



### ★ اشاره

مجموعه‌ها به فصل نسبتاً آسوده که با دوستن پند تا از مفاهیم و فرمول‌های مهم و ساده، می‌شه سؤالاتش رو به راحتی حل کرد. فقط باید به مقدار هاستون رو جمع کنید تا فرایی نکرده به خاطر بی‌دقتی، جواب نادرست به دست نیارین. بعضی وقتا می‌تونین با کشیدن نمودار، راحت‌تر به جواب برسین و در آخر، به صورت سؤال و کلمات استفاده‌شده، شبلی دقت کنید (مثل عراقیل، عراقثر، چرا از هم و ...).

### ❁ مجموعه‌های معروف اعداد

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

❶ مجموعه اعداد طبیعی (N):

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

❷ مجموعه اعداد حسابی (W):

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$$

❸ مجموعه اعداد صحیح (Z):

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

❹ مجموعه اعداد گویا (Q):

❺ **نکته:** اعداد اعشاری متناوب مانند  $\frac{3}{5}$  یا  $\overline{31516}$  و ... را جزو اعداد گویا در نظر می‌گیریم.

❻ مجموعه اعداد گنگ (Q' یا Q<sup>c</sup>): اعدادی مانند  $\pi$ ،  $\sqrt{2}$ ، ... که گویا نباشند:

$$\mathbb{Q}' = \{x \mid x \notin \mathbb{Q}\}$$

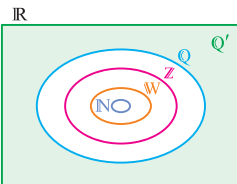
❼ **نکته:** اعداد اعشاری نامتناوب مانند  $-315273300$  یا  $713789100$  را

جزو اعداد گنگ در نظر می‌گیریم.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

❽ مجموعه اعداد حقیقی (R):

❾ نمایش مجموعه‌های معروف اعداد در یک شکل و نکات آنها:



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \quad \blacklozenge$$

$$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R} \quad \blacklozenge$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset \quad \blacklozenge$$

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}', \quad \mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q} \quad \blacklozenge$$

## عضویت و زیرمجموعه

۸ در عضویت ( $\in$ ) آن چیزی که قرار است عضو مجموعه باشد باید دقیقاً بدون هیچ کم و کاستی در مجموعه مورد نظر باشد.

۹ در زیرمجموعه ( $\subseteq$ ) اگر هر عضو مجموعه  $A$  متعلق به مجموعه  $B$  باشد،  $A$  زیرمجموعه  $B$  است و می‌نویسیم  $A \subseteq B$

۱۰ مجموعه تهی: به مجموعه‌ای گفته می‌شود که هیچ عضوی ندارد و با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می‌دهیم.

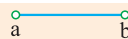

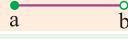
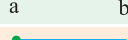





۱۱ مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است اما عضو هر مجموعه‌ای نیست.

۱۲ هر مجموعه‌ای زیرمجموعه خودش است. ( $A \subseteq A$ )

۱۳ هر مجموعه  $n$  عضوی دارای  $2^n$  زیرمجموعه و  $2^{n-1}$  زیرمجموعه زوج یا فرد عضوی است.

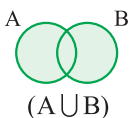
## بازه (فاصله)

۱۴ به زیرمجموعه‌هایی از  $\mathbb{R}$  گفته می‌شود که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد  $a$  و  $b$  هستند. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی دلخواه باشند و  $b > a$  باشد، داریم:

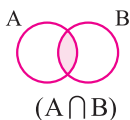
نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم‌باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم‌باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم‌باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم‌باز	$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
باز	$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R}\}$	



### اجتماع و اشتراك دو مجموعه A و B



۱۵ همهٔ عضوهای A یا B یا هر دوی آنها:



۱۶ عضوهای مشترک A و B:

۱۷ قوانین اجتماع و اشتراك مجموعه‌ها به صورت زیر است:

$A \cup U = U$	$A \cup A = A$	$A \cup \emptyset = A$
$A \cap U = A$	$A \cap A = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
$(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$	$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B, A \cap B = A$	
♦ <b>جابه‌جایی در اجتماع و اشتراك:</b>		
$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$		
♦ <b>شرکت‌پذیری در اجتماع و اشتراك:</b>		
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C, A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$		
♦ <b>توزیع‌پذیری:</b>		
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$		
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$		
♦ <b>قانون جذب:</b>		
$A \cap (A \cup B) = A, A \cup (A \cap B) = A$		

### تفاضل دو مجموعه A و B



۱۸. تفاضل A از B:

$$B - A = B - (A \cap B)$$



۱۹. تفاضل B از A:

$$A - B = A - (A \cap B)$$

۲۰. قوانین تفاضل مجموعه‌ها:

$A - A = \emptyset$	$A - \emptyset = A$	$\emptyset - A = \emptyset$	$A - B \subseteq A$
$A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B$		$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$	
$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$		مگر $A = B$ باشد $A - B \neq B - A \Rightarrow$	

### مجموعه‌های جدا از هم

۲۱. دو مجموعه A و B را جدا از هم گویند؛ هرگاه  $A \cap B = \emptyset$



### مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۲۲. مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن برابر یک عدد حسابی (W) باشد، مجموعه متناهی و مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن برابر یک عدد حسابی نباشد، مجموعه نامتناهی می‌نامند.

📢 **نکته:** اگر شمارش تعداد اعضای مجموعه‌ای بسیار سخت و زمان‌بر باشد ولی بالاخره تمام شود، آن‌گاه آن مجموعه متناهی است.

🎯 **مثال:** تعداد درختان روی کره زمین



۲۳ جدول ترکیب مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

وضعیت مجموعه	A و B متناهی	A و B نامتناهی	A متناهی و B نامتناهی
$A \cup B$	متناهی	نامتناهی	نامتناهی
$A \cap B$	متناهی	نامشخص	متناهی
$A - B$	متناهی	نامشخص	متناهی
$B - A$	متناهی	نامشخص	نامتناهی

۲۴ اگر  $A \subseteq B$  و A متناهی باشد، آن گاه B متناهی یا نامتناهی است.

۲۵ اگر  $A \subseteq B$  و A نامتناهی باشد، آن گاه B حتماً نامتناهی است.

۲۶ اگر  $A \subseteq B$  و B متناهی باشد، آن گاه A حتماً متناهی است.

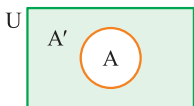
۲۷ اگر  $A \subseteq B$  و B نامتناهی باشد، آن گاه A متناهی یا نامتناهی است.

### مجموعه مرجع و مجموعه متمم

۲۸ مجموعه مرجع: مجموعه‌ای که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیر مجموعه آن هستند و آن را با U یا M نشان می‌دهند.

۲۹ مجموعه متمم: اگر  $A \subseteq U$  باشد، آن گاه مجموعه  $U - A$  را متمم A

می‌نامند و آن را با نماد  $A'$  نشان می‌دهند.

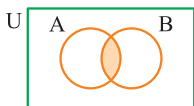


$$A' = U - A = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$

۳۰ قوانین متمم:

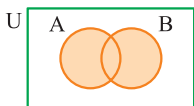
$(A')' = A$	$A \cap A' = \emptyset$	$A \cup A' = U$	$U' = \emptyset$
$\emptyset' = U$	$A - B = A \cap B'$	$A' - B' = B - A$	$A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A'$
$(A \cap B)' = A' \cup B'$ ، $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (قوانین دمورگان)			

تعداد اعضای مجموعه‌ها



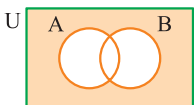
۳۱ هم  $A$  و هم  $B$  (هر دو)

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$



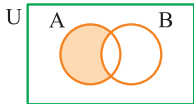
۳۲ حداقل یکی ( $A$  یا  $B$  یا هر دو)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



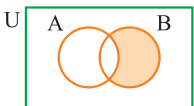
۳۳ نه  $A$  و نه  $B$  (هیچ کدام)

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$



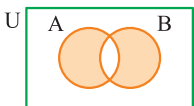
۳۴ فقط  $A$

$$n(A - B) = n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$$



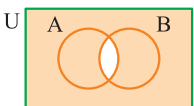
۳۵ فقط  $B$

$$n(B - A) = n(B \cap A') = n(B) - n(A \cap B)$$



۳۶ فقط یکی (فقط  $A$  یا فقط  $B$ )

$$\begin{aligned} n(A \cup B) - n(A \cap B) &= n(A - B) + n(B - A) \\ &= n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) \end{aligned}$$



۳۷ حداکثر یکی

$$n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B)$$



## فصل دوم: الگو و دنباله

### ★ [توجه]

برای پیدا کردن اکثر الگوها «پشم‌ها را باید شست، جور دیگر باید دید» چرا؟ چون خیلی وقتاً شکل صورت سؤال رو عجیب غریب میدن تا توی دید اول سفت به نظر برسه؛ اما نگران نباشین، آگه دنباله‌اش رو بنویسین، توی اغلب موارد می‌تونین به یه دنباله معروف برسین. حالا دنباله‌های معروف چیه؟ ما براتون توی درسنامه کامل گفتیم. برای سوالاتی دنباله‌های حسابی و هندسی، سعی کنید دو تا کار زیر رو انجام بدین تا حل سوالاتش براتون ساده‌تر بشه:

اول این‌که فرمول‌ها و روابط اصلی این فصل رو خوب خوب بلد باشین. دوم این‌که اطلاعات صورت سؤال رو به گوشه برای خودتون بنویسید و سعی کنید از روابط اصلی فصل استفاده کنید تا مورد مجهول و فواسته سؤال رو پیدا کنید.

### ❁ الگوهای معروف

❶ **الگوی خطی:** الگوهایی با جمله عمومی  $t_n = an + b$  را که در آن  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند و  $n \in \mathbb{N}$  الگوی خطی می‌نامند. در این الگوها اختلاف هر دو جمله متوالی برابر ضرب  $n$  (همان  $a$ ) است.

#### 🎯 مثال:

$$t_n = 3n - 2 \xrightarrow{\text{جملات دنباله}} 1, 4, 7, \dots$$

حالت خاص:

$$t_n = an + b \xrightarrow{a=0} t_n = b \text{ (دنباله ثابت)} \xrightarrow{\text{مثال}} t_n = -1$$

❷ **الگوی درجه دو:** الگوهایی با جمله عمومی  $t_n = an^2 + bn + c$ ،  $(a \neq 0)$  که در آن‌ها، اختلاف هر دو جمله متوالی، یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $2a$  تشکیل می‌دهند را الگوی درجه دو می‌نامند.



$$t_n = 3n^2 - 4n + 2$$

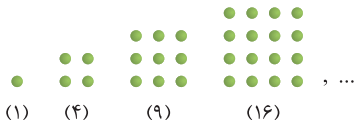
مثال:

جملات دنباله: ۱, ۶, ۱۷, ۳۴, ...

جملات دنباله حسابی: ۵, ۱۱, ۱۷, ...

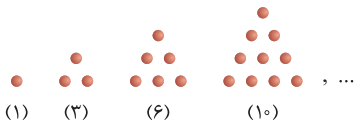
**نکته:** در این الگو برای یافتن  $b$  و  $c$  کافیست دو جمله دلخواه را طبق جمله عمومی نوشته و با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر مجهول را بیابیم.

**۳ الگوی مربعی:** الگوهایی با جمله عمومی  $t_n = n^2$  هستند.



جملات دنباله  $t_n = n^2 \rightarrow 1, 4, 9, 16, \dots$

**۴ الگوی مثلثی:** الگوهایی با جمله عمومی  $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$  هستند.



جملات دنباله  $t_n = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow 1, 3, 6, 10, \dots$

**نکته:** توجه کنید، مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا  $n$  نیز از رابطه الگوی مثلثی

به دست می آید:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



❖ **الگوها یا دنباله‌های بازگشتی:** الگوهایی که با استفاده از جملات قبلی‌شان محاسبه می‌شوند را الگوهای بازگشتی می‌نامند که از مهم‌ترین آن‌ها، الگوی فیبوناتچی است. الگویی با جمله عمومی  $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$  که در آن دو جمله اول همواره ۱ بوده و از جمله سوم به بعد، هر جمله از مجموع دو جمله قبلی به دست می‌آید، را الگوی فیبوناتچی می‌نامند. جملات دنباله: ۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ...

❖ **نکته:** مجموع جملات دنباله فیبوناتچی  $S_n = 2t_n + t_{n-1} - 1$

### دنباله حسابی

❖ **دنباله حسابی:** دنباله‌ای را که در آن هر جمله (غیر از جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، دنباله حسابی و به آن عدد ثابت، قدرنسبت ( $d$ ) گفته می‌شود.

$n$ : شماره جمله ،  $t_n = t_1 + (n-1)d$ : جمله عمومی

$d = t_n - t_{n-1}$  ❖

$n = \frac{t_n - t_1}{d} + 1$  ❖

❖ **نکته:** در دنباله‌های بازگشتی به فرم  $U_{n+1} = U_n + d$ ، دنباله از نوع حسابی بوده و قدرنسبت برابر  $d$  است.


❖ یافتن جمله دلخواه  $t_m$ ، با داشتن  $d$  و  $t_n$ :  $t_m = t_n + (m-n)d$

❖ اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن‌گاه  $b$  را

واسطه حسابی میان  $a$  و  $c$  می‌نامیم و داریم:  $b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$

❖ یافتن قدرنسبت با داشتن  $t_m$  و  $t_n$ :  $d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$

❖ یافتن قدرنسبت با درج  $k$  واسطه حسابی میان دو عدد  $a$  و  $b$ :  $d = \frac{b-a}{k+1}$


قانون اندیس‌ها:  $m+n = p+q \Rightarrow t_m + t_n = t_p + t_q$  

حالت خاص: ( $t_p$  همان جمله وسط است.)  $m+n = 2p \Rightarrow t_m + t_n = 2t_p$

در یک دنباله حسابی داریم: اگر  $d > 0$  دنباله صعودی است.   
 اگر  $d < 0$  دنباله نزولی است.

سه جمله متوالی دنباله حسابی (بدون ذکر شماره جمله) را به صورت  $t, t+d, t+2d$  و چهار جمله متوالی (بدون ذکر شماره جمله) را به صورت  $t, t+d, t+2d, t+3d$  در نظر می‌گیریم.

برای یافتن جملات مشترک دو دنباله حسابی، ابتدا اولین جمله مشترک را با نوشتن جملات یافته، سپس بین قدرنسبت‌ها، ک.م.م گرفته و قدرنسبت جدید را پیدا می‌کنیم، سپس جملات بعدی را نوشته و جمله عمومی دنباله جدید را می‌یابیم. ک.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  را به صورت  $[a, b]$  نیز نشان می‌دهند.


 مثال:  $d_1 = 3 \Rightarrow [3, 5] = 15$   
 دنباله اول:  $3, 6, 9, 12, 15, \dots$

دنباله دوم:  $2, 7, 12, 17, 22, \dots$   $d_2 = 5$

( $d = 15$  جدید)  $12, 27, 42, 57, \dots$

مجموع جملات دنباله حسابی: برای یافتن مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2t_1 + (n-1)d] \quad \text{یا} \quad S_n = \frac{n}{2} [t_1 + t_n]$$

 نکته: خوب است مجموع  $n$  عدد طبیعی،  $n$  عدد طبیعی زوج،  $n$  عدد طبیعی فرد و مجذور  $n$  عدد طبیعی را به خاطر بسپارید:

$$\text{مجموع } n \text{ عدد طبیعی} = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{مجموع } n \text{ عدد طبیعی زوج} = 2+4+6+\dots+2n = n(n+1)$$

$$\text{مجموع } n \text{ عدد طبیعی فرد} = 1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$\text{مجموع مجذور } n \text{ عدد طبیعی} = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$



۱۸ در هر دنباله حسابی می‌توان مجموع تعداد فردی از جملات دنباله را از رابطه (جمله وسط)  $\times$  (تعداد)  $S_n =$  به دست آورد.  $(2n + 1)$  فرد است.

۱۹ اگر در یک دنباله حسابی، مجموع  $n$  جمله اول دنباله با مجموع  $m$  جمله اول دنباله برابر باشند، آن‌گاه داریم:

$$S_m = S_n \Rightarrow S_{(m+n)} = 0$$

۲۰ اگر در یک دنباله حسابی  $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{t_m}{t_n} = \frac{2m-1}{2n-1} \quad \text{الف} \quad d = 2t_1 \quad \text{ب}$$

۲۱ در فرمول  $S_n$ ، قدرنسبت دو برابر ضریب  $n^2$  است؛ هم‌چنین داریم:

$$S_n - S_{n-1} = t_n, \quad (n \geq 2)$$

۲۲ هرگاه مجموع  $k$  جمله اول و  $k$  جمله آخر از یک دنباله حسابی  $n$  جمله‌ای را داشته باشیم، مجموع تمام جملات از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n \times (\text{مجموع } k \text{ جمله اول و آخر})}{2k}$$

۲۳ اگر مجموع  $k$  جمله اول ردیف فرد را از مجموع  $k$  جمله اول ردیف زوج، کم کنیم، حاصل برابر  $kd$  می‌شود.

$$(t_2 + t_4 + \dots + t_{2k}) - (t_1 + t_3 + \dots + t_{2k-1}) = kd$$

۲۴ اگر  $t_1, t_2, \dots, t_n$  دنباله‌ای حسابی تشکیل دهند، داریم:

$$\frac{1}{t_1 t_2} + \frac{1}{t_2 t_3} + \dots + \frac{1}{t_{n-1} t_n} = \frac{1}{d} \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_n} \right)$$

### دنباله هندسی

۲۵ دنباله‌ای که در آن هر جمله (غیر از جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیر صفر به دست می‌آید، دنباله هندسی و به آن عدد ثابت، قدرنسبت ( $q$ ) گفته می‌شود.

$n$ : شماره جمله ،  $t_1 \cdot q \neq 0$  ،  $t_n = t_1 q^{n-1}$ : جمله عمومی

$$q = \frac{t_n}{t_{n-1}}$$

۲۶

اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه  $b$  را  
 واسطه هندسی میان  $a$  و  $c$  می نامیم و داریم:

$$q^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}$$

یافتن قدرنسبت با داشتن  $t_m$  و  $t_n$ :

۲۸

یافتن قدرنسبت با درج  $k$  واسطه هندسی میان دو عدد  $a$  و  $b$ :

۲۹

$$q^{k+1} = \frac{b}{a}$$

قانون اندیس‌ها:

۳۰

$$m + n = p + q \Rightarrow t_m \times t_n = t_p \times t_q$$

حالت خاص: ( $t_p$  همان جمله وسط است.)  $t_m \times t_n = t_p^2 \Rightarrow m + n = 2p$

نکته: حاصل ضرب  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی برابر است با:  $\sqrt{(t_1 t_n)^n}$

$q > 1$  دنباله، صعودی است.

$0 < q < 1$  دنباله، نزولی است.

$q < 0$  دنباله نه صعودی است نه نزولی.

در یک دنباله هندسی، اگر

۳۱

(دنباله نوسانی است.)

سه جمله متوالی دنباله هندسی (بدون ذکر شماره جمله) را به صورت

۳۲

$t, tq, t^2$  و چهار جمله متوالی (بدون ذکر شماره جمله) را به صورت

$tq, tq^2, tq^3, \frac{t}{q}, \frac{t}{q^2}$  در نظر می گیریم.

دنباله ثابت (دنباله‌ای که تمام جملات آن برابرند)، هم دنباله حسابی

۳۳

$\dots, 5, 5, 5, \dots$

است و هم دنباله هندسی، مانند:



۳۴ اگر جملات  $t_m$ ،  $t_n$  و  $t_p$  از یک دنباله حسابی، به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \frac{p-n}{n-m}, \quad (p > n > m)$$

۳۵ اگر سه جمله از یک دنباله هندسی تشکیل جملات متوالی دنباله حسابی دهند، آن گاه حتماً آن دنباله، ثابت است.

۳۶ برای یافتن مجموع  $n$  جمله اول دنباله هندسی با قدرنسبت  $q$  و جمله اول  $t_1$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$S_n = \frac{t_1(1-q^n)}{1-q}$$

با ساده کردن فرمول فوق داریم:

$$S_n = \frac{t_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{t_1 - t_1q^n}{1-q} = \frac{t_1 - (t_1q^{n-1})q}{1-q} = \frac{t_1 - t_n \times q}{1-q}$$

۳۷ هرگاه مجموع  $2n$  و  $n$  جمله اول از یک دنباله هندسی را داشته باشیم، آن گاه قدرنسبت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n$$

۳۸ در دنباله هندسی، نسبت مجموع  $k$  جمله اول اندیس زوج بر مجموع  $k$  جمله اول اندیس فرد برابر قدرنسبت است.

$$\frac{t_2 + t_4 + \dots + t_{2k}}{t_1 + t_3 + \dots + t_{2k-1}} = q$$

۳۹ نسبت مجموع  $n$  جمله دوم بر  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی برابر است با:

$$\frac{\text{مجموع } n \text{ جمله دوم}}{\text{مجموع } n \text{ جمله اول}} = \frac{S_{2n} - S_n}{S_n} = q^n$$

۴۰ در دنباله هندسی داریم:

$$S_n - S_{n-1} = t_n, \quad (n \geq 2)$$

## فصل ۱: مجموعه‌ها

۱ اگر  $A, B, C$  سه مجموعه غیرتهی باشند، به طوری که  $A \subset B$ ، آن‌گاه

مجموعه  $(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C)$  کدام است؟ (ریاضی ۹۰)

- ۱)  $B$  (۱) ۲)  $A \cap C$  (۲) ۳)  $A$  (۳) ۴)  $A \cap C'$  (۴)

۲ چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  را

ندارد؟ (ریاضی ۹۱)

- ۱) ۴ (۱) ۲) ۶ (۲) ۳) ۸ (۳) ۴) ۱۲ (۴)

۳ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند،  $(A \cap B') - (B - A)$  برابر

کدام مجموعه است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

- ۱)  $B'$  (۱) ۲)  $\emptyset$  (۲) ۳)  $A \cap B$  (۳) ۴)  $A - B$  (۴)

۴ اگر  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ،  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آن‌گاه مجموعه

$(A_7 \cap A_8) - (A_1 \cap A_9)$  به کدام صورت است؟ (ریاضی ۹۲)

- ۱)  $[-2, -1) \cup (1, 2]$  (۱) ۲)  $[-2, -1] \cup [1, 2]$  (۲)

- ۳)  $[-1, 1]$  (۳) ۴)  $\emptyset$  (۴)

۵ اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$ ، آن‌گاه مجموعه

$(A_6 - A_5) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ (ریاضی ۹۴)

- ۱) ۴ (۱) ۲) ۵ (۲) ۳) ۶ (۳) ۴) ۷ (۴)

۶ اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ ،  $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{1, 2, 3\}$  باشد،

کدام رابطه درست است؟ (ریاضی خارج ۹۴)

- ۱)  $A - B = C$  (۱) ۲)  $B - C = \emptyset$  (۲)

- ۳)  $B - C = \{1, 2\}$  (۳) ۴)  $A - B = \{C\}$  (۴)

۷ مجموعه‌های  $A = \{2\}$  و  $B = \{3, 5, \{2\}\}$  و  $C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$

مفروض‌اند. کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟ (ریاضی ۹۵)

- ۱)  $A \in B$  (۱) ۲)  $A \in C$  (۲) ۳)  $B \in C$  (۳) ۴)  $A \subset C$  (۴)



۸ اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -n, 2^m \leq 2n\}$  باشد، مجموعه  $(A_8 - A_4) \cup A_1$  چند عضو دارد؟  
 (ریاضی ۹۶)

۸ (۴)       ۷ (۳)       ۶ (۲)       ۵ (۱)

۹ اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$  باشد، آن گاه  $\bigcap_{i=4}^{\infty} A_i$  کدام است؟  
 (ریاضی فارغ ۹۶)

(۱)  $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$        (۲)  $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$        (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$        (۴)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

۱۰ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه  $(A \cap (A' \cup B)) \cup (B \cap (A' \cup B'))$  برابر کدام است؟  
 (ریاضی ۹۷)

$A \cap B$  (۱)        $A \cup B$  (۲)        $B$  (۳)        $A$  (۴)

۱۱ اگر  $A = \{1, 2\}$ ،  $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{\{1, 2\}, \{1, 2\}\}$  باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟  
 (ریاضی فارغ ۹۷)

$B \subset C$  (۱)        $A \subset B$  (۳)        $A \in B$  (۲)        $B \in C$  (۴)

۱۲ اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$  و  $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$  باشند، تعداد زیرمجموعه‌های  $A \cap B'$ ، کدام است؟  
 (ریاضی ۹۸)

۴ (۱)       ۸ (۲)       ۱۶ (۳)       ۳۲ (۴)

۱۳ در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه‌دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟  
 (ریاضی ۹۸)

۱۵ (۱)       ۱۶ (۲)       ۱۷ (۳)       ۱۸ (۴)

۱۴ مجموعه  $A$  دارای ۵۱۲ زیرمجموعه است. مجموعه  $A \cap B$  دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های  $(B \cup A)'$ ، کدام است؟  
 (ریاضی فارغ ۹۸)

۱۶ (۱)       ۳۲ (۲)       ۴۸ (۳)       ۶۴ (۴)

۱۵ در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند، چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟  
 (ریاضی فارغ ۹۸)

۱۵ (۱)       ۲۱ (۳)       ۲۲ (۴)       ۱۸ (۲)

www.Gajmarket.com



۱۶ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی با شرط  $A \subset B$  باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟ (ریاضی ۹۹)

$A - B' = A$  (۲)   $B - A' = A$  (۱)

$B \cap A' = \emptyset$  (۴)   $A \cap B' = \emptyset$  (۳)

۱۷ مجموعه  $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟ (ریاضی ۹۹)

$B'$  (۴)   $A$  (۳)   $A \cap B'$  (۲)   $A \cup B'$  (۱)

۱۸ فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟ (ریاضی فارع ۹۹)

$A - B' = \emptyset$  (۲)   $A \subset B'$  (۱)

$(A \cup B)' = \emptyset$  (۴)   $A \cap B' = A$  (۳)

۱۹ مجموعه  $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$  با کدام مجموعه، برابر است؟ (ریاضی فارع ۹۹)

$B'$  (۴)   $A'$  (۳)   $B$  (۲)   $A$  (۱)

## فصل ۲: الگو و دنباله

۲۰ در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟ (ریاضی ۹۰)

۳۸ (۴)  ۳۴ (۳)  ۳۶ (۲)  ۳۲ (۱)

۲۱ مجموع  $n$  جمله اول از یک دنباله حسابی به صورت  $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$  است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله هفتم و ختم به جمله هجدهم، کدام است؟ (ریاضی فارع ۹۰)

۱۸ (۴)   $\frac{49}{3}$  (۳)   $\frac{29}{3}$  (۲)  ۹ (۱)



۲۲ اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد.  $\dots, (7, 9, 11), (3, 5), (1)$  جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟ (ریاضی فارغ ۹۱)

۴۱۵ (۱)  ۴۱۹ (۲)  ۴۲۱ (۳)  ۴۲۳ (۴)

۲۳ بین دو عدد ۳۲۴ و ۴، سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله هندسی دهند. مجموع این ۵ عدد مثبت کدام است؟ (ریاضی فارغ ۹۱)

۴۸۲ (۱)  ۴۸۴ (۲)  ۴۸۶ (۳)  ۴۸۸ (۴)

۲۴ حاصل عبارت  $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ، کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

۲ (۱)  ۳ (۲)  ۴ (۳)  ۵ (۴)

۲۵ حاصل عبارت  $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای  $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ ، کدام است؟ (ریاضی فارغ ۹۳)

۳ (۱)  ۴ (۲)  ۵ (۳)  ۶ (۴)

۲۶ تعداد جملات یک دنباله هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟ (ریاضی ۹۴)

$\frac{1}{3}$  (۱)   $\frac{1}{2}$  (۲)  ۲ (۳)  ۳ (۴)

۲۷ در دو دنباله حسابی به صورت‌های  $\dots, 2, 7, 12, \dots$  و  $\dots, 8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه‌رقمی مشترک وجود دارد؟ (ریاضی فارغ ۹۴)

۵۸ (۱)  ۵۹ (۲)  ۶۰ (۳)  ۶۱ (۴)

۲۸ در دنباله‌های حسابی « $\dots, 2, 9, 16, 23, \dots$ » و « $\dots, 12, 17, 22, 27, \dots$ » چند عدد سه‌رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟ (ریاضی فارغ ۹۵)

۵ (۱)  ۶ (۲)  ۷ (۳)  ۸ (۴)

۲۹ مجموع تمام اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۷، کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

۷۲۱ (۱)  ۷۲۸ (۲)  ۷۳۵ (۳)  ۷۴۲ (۴)

۳۰) با توجه به دنبالهٔ حسابی، مجموع  $\frac{1}{17 \times 20} + \dots + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{2 \times 5}$ ، کدام است؟ (ریاضی فارع ۹۸)

- ۱)  $0/15$     ۲)  $0/18$     ۳)  $0/24$     ۴)  $0/25$

۳۱) اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شمارهٔ آن دسته باشد، یعنی  $\dots, \{4, 5, 6\}, \{2, 3\}, \{1\}$ . مجموع اعداد واقع در دستهٔ بیستم، کدام است؟ (ریاضی ۹۹)

- ۱)  $4120$     ۲)  $4020$     ۳)  $4010$     ۴)  $3980$

۳۲) اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شمارهٔ آن دسته باشد، یعنی  $\dots, \{7, 9, 11\}, \{3, 5\}, \{1\}$ . در این صورت جملهٔ آخر واقع در دستهٔ شمارهٔ چهارم، کدام است؟ (ریاضی فارع ۹۹)

- ۱)  $1563$     ۲)  $1589$     ۳)  $1639$     ۴)  $1651$

### فصل ۳: هندسهٔ تحلیلی

۳۳) مثلث با رئوس  $A(1, 2)$ ،  $B(2, 5)$  و  $C(4, 1)$  چگونه مثلثی است؟

- ۱) متساوی‌الاضلاع    ۲) متساوی‌الساقین  
۳) قائم‌الزاویه    ۴) قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین

۳۴) دو نقطهٔ  $A(14, 3)$  و  $B(10, -13)$  را در نظر بگیرید. فاصلهٔ مبدأ مختصات از وسط  $AB$  چقدر است؟

- ۱)  $11$     ۲)  $12$     ۳)  $13$     ۴)  $14$

۳۵) در مثلث بارئوس  $A(1, 9)$ ،  $B(3, 1)$  و  $C(7, 11)$  معادلهٔ میانهٔ  $AM$  کدام است؟

- ۱)  $4y + 3x = -9$     ۲)  $4y + 3x = 39$   
۳)  $4y - 3x = 9$     ۴)  $4y - 3x = -39$

توجه: در برخی از فصل‌ها به دلیل عدم وجود سؤال کنکور از سؤالات تألیفی استفاده شده است.

## پاسخنامه تشریحی

۴ ۱

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

$$\begin{aligned} A \subset B &\Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow (A \cap B) - (A \cap C) - (A \cap B \cap C) \\ &= \underbrace{A - (A \cap C)}_{A - C} - (A \cap C) = A - C = A \cap C' \end{aligned}$$

۱ ۲

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی از رابطه  $2^n$  به دست می‌آید. حال از یک مجموعه ۳ عضوی  $\{a, b\}$  و  $\{b, a\}$  (یک عضو هستند) یک عضو کم شده پس  $2^2$  عضو یعنی ۴ عضو باقی می‌ماند.

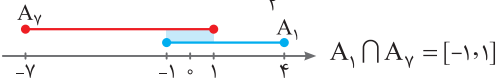
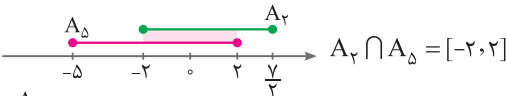
۴ ۳

$$A \cap B' = A - B \Rightarrow (A - B) - (B - A) = A - B$$

۱ ۴

$$A_\gamma = \left[-2, \frac{\gamma}{3}\right], A_\delta = [-5, 2], A_1 = [-1, 4]$$

$$A_\gamma = [-\gamma, 1]$$



$$(A_\gamma \cap A_\delta) - (A_1 \cap A_\gamma) = [-2, -1) \cup (1, 2]$$



۲ ۵

$$A_6 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 6, 2^m \leq 12\} = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 4, 2^m \leq 8\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 1, 2^m \leq 2\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$\Rightarrow A_6 - A_4 = \{-6, -5\} \cup A_1 = \{-6, -5\} \cup \{-1, 0, 1\}$$

$$= \{-6, -5, -1, 0, 1\} \Rightarrow \text{عضو دارد. } 5$$

۴ ۶

$$A - B = \{\{1, 2, 3\}\} = \{C\}$$

$$B - C = \{\{1, 2\}\} \neq \emptyset$$

۲ ۷

$$A \in B, A \notin C, B \in C, A \subset C$$

۳ ۸

$$A_8 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -8, 2^m \leq 16\}$$

$$= \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -4, 2^m \leq 8\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -1, 2^m \leq 2\} = \{0, 1\}$$

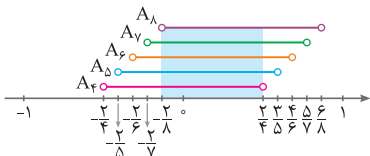
$$\Rightarrow A_8 - A_4 = \{-7, -6, -5, -4, 4\} \cup A_1 = \{-7, -6, -5, -4, 4\} \cup \{0, 1\}$$

$$= \{-7, -6, -5, -4, 0, 1, 4\} \Rightarrow \text{عضو دارد. } 7$$

۱ ۹

$$A_4 = \left(-\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right), A_5 = \left(-\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right), A_6 = \left(-\frac{2}{6}, \frac{4}{6}\right)$$

$$A_7 = \left(-\frac{2}{7}, \frac{5}{7}\right), A_8 = \left(-\frac{2}{8}, \frac{6}{8}\right)$$



$$A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_7 \cap A_8 = \left(-\frac{2}{8}, \frac{2}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$$