



مجموعه پرسش‌های چهارگزینه‌ای

# آمار و احتمال پایه یازدهم

(ویژه‌ی مهندسی‌ها)

مؤلفان:

رسول حاجی‌زاده، محمد جمال صادقی



انتشارات خوشخون

## به نام خالق ماهی قرمز

تنگ ماهی کنار سفره‌ی هفت‌سین، یه خاطره‌ی بیادمودنی از دوران کودکی همه‌ی ما ایرانی‌هاست. توی تلویزیون، توی ویتترین مغازه‌ها، کنار خیابون‌ها و ... همیشه وقتی اسفندماه شروع میشه پر از این موجودات قرمز رنگ کوچولو میشه. نمی‌دونم اونا به این تنگ عادت دارن؟! نمی‌دونم حسشون چیه وقتی از یک جای بزرگ اومدن توی یک تشت یا یه آکواریوم کوچیک، بعد هم که وقتی میان کنار سفره‌ی هفت سین میان توی یه تنگ شیشه‌ای کوچیک با یه روبان قرمز دور دهانه‌ی تنگ.

نمی‌دونم اون ماهی آیا از این فضا لذت می‌بره یا نه؟!

ولی خاطرات خوشی رو تو دل ما کاشته، بچگی، ذوق سال نو، ذوق تعطیلات نوروز، ذوق گرفتن عیدی، عیدی آقا (پدر بزرگ)، ذوق لباس نو (البته تو این دوران خیلی‌ها شاید از داشتن این چیزها بی‌بهره یا کم بهره باشند)، ذوق بوسه‌ی پدر و مادر و ... تمام خاطرات خوشی که در پس ذهن خیلی‌هامون هست رو شاید یه ماهی قرمز زنده کنه. همیشه وقتی اولین آکواریوم ماهی قرمز رو در اولین مغازه می‌بینم یادم می‌افته چقدر عید نزدیکه، چقدر زود یک سال دیگه هم سپری شد. چی تو این سال کاشتم چی برداشت کردم، همه‌ی این چیزا چند ساعتی ذهنمو با خودش می‌بره.

ای کاش هر روز یه ماهی قرمز تو خیابون سر راهم بذارن تا به سرعت گذر عمر، هر روز فکر کنم.

شاید نه! ماهی قرمز به موقع‌اش میاد به موقع‌اش میره. شاید اگر هر روز ماهی قرمز رو ببینم دیدن روزانه‌اش ارزش مرور شادی‌ها و دل‌تنگی‌های کودکی رو ازم بگیره یا حداقل کمرنگ‌تر کنه.

شاید فراموش کنم که ماهی قرمز به غیر از این‌که یه موجود جونداره چقدر با ارزشه!!!

گذر سال‌ها یا بهتر بگم گذر عمر چیز عجیبیه. این گذر انسان رو پخته‌تر می‌کنه و نگاه آدم رو به دنیا تغییر می‌ده.

یه روز اون بچه‌ای هستی که وقتی ماهی قرمز رو تو تنگ یا تشت می‌بینی کلی ذوق داری، کلی اصرار می‌کنی و اشک می‌ریزی که پدر و مادر یکی یا دوتاشونو برات بخره و با کلی ذوق می‌گرددی تا سرحال‌ترین و شیطون‌ترین ماهی قرمز رو پیدا کنی. ولی یه روزی پدر و مادری هستی که داری فرزندتو می‌بینی که با اصرار و پافشاری ازت ماهی قرمز می‌خواد و با کلی ذوق نگاهشو توی آکواریوم یا تشت انداخته.

تا حالا شده فکر کنید:

که چقدر احتمال داره عید سال بعد خدا بهمون لطف حیات و لذت بردن از خاطرات رو بده؟

چقدر احتمال داره اولین میهمان کسی باشه که شما دوسیش دارید؟

چقدر احتمال داره اولین روز سال، هوا بارونی و ابری باشه؟

با توجه به میزان عیدی‌های سال‌های قبل و میزان تورم و درآمد عموها، دایی‌ها و ... چه میزان عیدی امسال انتظارتونو می‌کشه؟

با توجه به میزان کاهش یا افزایش رفت و آمدها و میزان آجیل خریداری شده، چه مقدار از پسته‌ها براتون باقی می‌مونه؟!

چقدر احتمال داره سرزده مهمونی رفتن باعث بشه که میزبان رو ندیده به خونه برگردین؟

تمام این سوال‌های ساده که دوران کودکی و نوجوانی رو باهاشون سپری می‌کنیم مثال‌های بسیار ساده از آمار و احتمال هستند که توی هر روز زندگیمون داریم باهاشون سر و کله می‌زنیم. مثلاً احتمال این‌که یه مسئله‌ی خاص توی امتحان آمار نیاد، یا احتمال این‌که سوالاتی امسال کنکور هندسه آسون باشه چقدره، آمار سال‌های قبل در مورد درصد افرادی که عربی رو بالای ۲۰ درصد زدن چی می‌گه و ...

کتاب حاضر برای دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی تألیف شده، و در بررسی نهایی سعی شد تا با آخرین ویرایش کتاب درسی منطبق باشد. این کتاب با نگاه ویژه به دانش‌آموزان ممتاز و تیزهوش تألیف شده است پس از دوستان عزیز خواهشمند است این موضوع را در معرفی کتاب به دانش‌آموزان در نظر بگیرند و آن را به هر کسی معرفی نکنند.

خدا را شاکرم بخاطر تمام الطافش، که سایه‌ی مهرش را از من دریغ نکرده، در هر پستی و بلندی یارم بوده و حضور نگاهش را در جای جای زندگی‌م احساس می‌کنم.

بهترین‌ها را برای شما و خودم از خداوند خواستارم.

لازم می‌دانم از تمامی کسانی که در تولید این اثر نقش داشتند کمال تشکر را داشته باشم و از شما دوست عزیز نیز به خاطر نواقص و کمبودهای احتمالی طلب عفو دارم. از شما مخاطب گرامی انتظار می‌رود عیوب و ایرادات کار را به ما ارجاع دهید تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه قرار گیرد.



رسول حاجی‌زاده

مدیر انتشارات خوشخوان

به نام خداوند یکتا و قادر که به ما قدر تعقل و فکر کردن را آموخت. از بزرگترین نعمات الهی هدیه‌ی تعقل و تفکر به بشریت است.

مؤلفین این کتاب هر دو از برگزیدگان المپیاد ریاضی کشوری در سنوات دور بوده‌اند و هر دو یکی از شاداب‌ترین و لذت‌آورترین لحظات زندگی خود را تفکر بر روی مسائل چالش‌دار ریاضی عنوان می‌کنند و آن‌جا که راه و روش خاص برای حل مسأله‌ی ریاضی پیدا می‌شود آن لذت و شادابی چندین برابر شده و بی‌ش از پیش به ارزش همت تفکر و تعقل پی‌برده می‌شود و صد حیف که از عهده‌ی شکر چنین نعمتی بر نمی‌آئیم.

هر از چند گاهی در مذمت کنکور سراسری از این دو آن و مخصوصاً از رسانه‌ها زیاد می‌شنویم که از عمده‌ترین دلایل این مذمت ایجاد استرس و اضطراب در دانش‌آموز و از بین بردن شادابی از زندگی دانش‌آموزان عنوان می‌شود. از نگاه مؤلفین این کتاب که خود، دروازه‌ی ورود به جوامع علمی را بعد از پشت سرگذاشتن سد کنکور عنوان می‌کنند، یکی دیگر از دلایل مذمت کنکور از بین رفتن قدرت تعقل و تفکر در داوطلبین کنکور است. چه بسا دانش‌آموزان بسیار توانا و مستعد در علوم ریاضی که همان سد باعث شده است با جای تمرکز بر روی مسأله‌ای جذاب از ریاضی، نگاه خود را به برنامه‌های لجام گسیخته‌ی تبلیغاتی سیما در امر کنکور دوخته و نکته‌ای به اصطلاح پفکی به نکات حفظ کرده‌ی قبلیش اضافه می‌کند. معلوم است که استعداد چنین عزیزانی کور شده و هیچ لذتی از زندگی خود نبرند.

در انتشارات خوشخوان تلاش بر آن است که با یک تیر دو نشان زده شود، یکی آن که با ارائه‌ی مسائل و پرسش‌های جذاب ریاضی که بعضاً به صورت پرسش‌های چهارگزینه‌ای ارائه می‌شوند (مثل همین کتاب)، دانش‌آموزان را وادار به تفکر و تعقل کنیم و دیگر آن که آن‌ها را برای مسابقات پیش رو همانند المپیادهای علمی و کنکور سراسری آماده‌تر کنیم که کتاب حاضر هم از این امر مستثنا نیست.

بعضی از سؤالات این کتاب چنان است که به موضوع مورد بحث ارتباط داشته و در تعمیق آن بحث برای دانش‌آموزان بسیار تاثیرگذار است ولی بنا به دلایلی امکان ارائه‌ی آن سؤالات در کنکور سراسری نیست، این نوع سؤالات به جای نرم رنگی، ترام مشکلی دارند تا احیاناً اگر دانش‌آموزی به خاطر ضیق وقت فقط قصد آن را دارد که سؤالات قابل ارائه در کنکور را مرور کند متوجه این امر باشد.

امید است با دعای شما خوانندگان گرامی در ارائه‌ی خدمت صادقانه به دانش‌آموزان این مرز و بوم بیش از پیش راغب‌تر و تواناتر باشیم. در صورت مشاهده‌ی هر گونه عیب و ایراد در این اثر آن را به انتشارات انعکاس دهید تا در چاپ‌های بعدی ترتیب اثر داده شود.

از تمام کسانی که ما را در تولید محتوا، ویرایش، تایپ و چاپ و نیز معرفی اثر به مخاطبین واقعی کمک کردند تشکر و قدردانی می‌شود.

که تو خشنود باشی و ما رستگار

خدایا چنان کن سرانجام کار







پاییز ۱۳۹۷

رسول حاجی‌زاده

محمدجمال صادقی



۱	آشنایی با مبانی ریاضیات	فصل اول 
۶۹	احتمال	فصل دوم 
۱۶۱	آمار توصیفی	فصل سوم 
۲۱۹	آمار استنباطی	فصل چهارم 

## آمار استنباطی

### فهرست مطالب فصل

نکات برجسته‌ی فصل ۲۲۰

نمونه‌گیری تصادفی ساده ۲۲۰

نمونه‌گیری خوشه‌ای ۲۲۰

نمونه‌گیری طبقه‌ای ۲۲۰

نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامانمند ۲۲۱

پرسش‌های چهارگزینه‌ای درس گردآوری داده‌ها ۲۲۷

پرسش‌های سطح ساده درس گردآوری داده‌ها ۲۲۷

پرسش‌های سطح متوسط درس گردآوری داده‌ها ۲۲۹

پرسش‌های سطح دشوار درس گردآوری داده‌ها ۲۳۳

پرسش‌های ترکیب سطوح درس گردآوری داده‌ها ۲۳۵

پرسش‌های چهارگزینه‌ای درس برآورد ۲۳۷

پرسش‌های سطح ساده درس برآورد ۲۳۷

پرسش‌های سطح متوسط درس برآورد ۲۳۹

پرسش‌های سطح دشوار درس برآورد ۲۴۲

پرسش‌های ترکیب سطوح درس برآورد ۲۴۴

پرسش‌های تکمیلی فصل ۴ ۲۴۶

پاسخ کلیدی پرسش‌های فصل ۴ ۲۴۹

پاسخ تشریحی پرسش‌های فصل ۴ ۲۵۱

آزمون‌های سه‌گانه‌ی فصل ۴ ۲۷۱

پاسخ کلیدی آزمون‌های سه‌گانه‌ی فصل ۴ ۲۷۶





نکات برجسته ی فصل



نکته ۱

معمولاً در مقابل مفهوم آمار توصیفی که در فصل پیش با آن آشنا شدید شاخه‌ای دیگر از آمار به نام **آمار استنباطی** وجود دارد. آمار استنباطی استخراج نتایج پراساس بخش کوچکی از داده‌ها (نمونه) در یک مسئله است که اگر شرایط مناسبی برقرار باشد می‌توان آن را به همی داده‌های آن مسئله تعمیم داد و پارامترهای جامعه را به دست آورد.

نکته ۲

اکثراً پژوهشگران می‌خواهند ویژگی‌های افراد یا اشیا، را بررسی کنند اما در بعضی مواقع نمی‌توانیم ویژگی‌های همی آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم (یا همی افراد یا اشیا، در دسترس نیستند و یا زمان و هزینه‌ی لازم برای انجام این کار وجود ندارد). برای مشخص‌تر شدن این بحث مفاهیم زیر را تعریف می‌کنیم:  
**واحد آماری:** به هر یک از افراد یا اشیا، که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود واحد آماری می‌گویند.  
**جامعه‌ی آماری:** مجموعه‌ی کل واحدهای آماری را جامعه‌ی آماری می‌نامند.  
**نمونه:** هر زیرمجموعه از جامعه‌ی آماری را که با روش مشخصی انتخاب شده باشد، یک نمونه می‌گویند.  
**نمونه‌گیری:** فرآیند انتخاب نمونه‌ای از یک جامعه به منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه را نمونه‌گیری می‌نامند.

نکته ۳

اگر داده‌های کل واحدهای آماری (جامعه‌ی آماری) را جمع‌آوری کنیم این کار **سرشماری** نامیده می‌شود. در حقیقت سرشماری فرآیند انتخاب همی واحدهای آماری جامعه است. در سرشماری به جای استفاده از نمونه از کل جامعه استفاده می‌کنیم یعنی در سرشماری جامعه و نمونه با هم برابر هستند و تمام افراد جامعه را مورد بررسی و مطالعه قرار می‌دهیم. سرشماری در مواقعی که اندازه‌ی جامعه بزرگ باشد به سادگی انجام نمی‌شود و کار آسانی نیست. درحقیقت دسترسی به داده‌ها به صورت مستقیم از طریق سرشماری ممکن است امکان‌پذیر نباشد ولی اگر اندازه‌ی جامعه کوچک باشد می‌توان از سرشماری استفاده کرد.

نکته ۴

برای اینکه نمونه معرف خوبی از جامعه باشد باید از روش مناسبی برای نمونه‌گیری استفاده کرد. نمونه‌گیری معمولاً به دو روش کلی انجام می‌شود. نمونه‌گیری **احتمالی** و نمونه‌گیری **غیر احتمالی**.  
**نمونه‌گیری احتمالی:** نمونه‌گیری است که همی واحدهای آماری احتمالی معلوم برای انتخاب در نمونه داشته باشند و از روش‌های تصادفی برای انتخاب واحدهای نمونه استفاده می‌شود.  
**در نمونه‌گیری احتمالی نمونه می‌تواند معرف جامعه باشد.**

نکته ۵

نمونه‌گیری احتمالی را می‌توان به ۴ دسته تقسیم کرد.  
 ۱. نمونه‌گیری تصادفی ساده  
 ۲. نمونه‌گیری خوشه‌ای  
 ۳. نمونه‌گیری طبقه‌ای  
 ۴. نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامانمند

نمونه‌گیری تصادفی ساده

نوعی روش نمونه‌گیری است که در آن همی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال **یکسان** دارند. (انجام نمونه‌گیری تصادفی ساده در عمل با دشواری‌هایی همراه است اگر اندازه‌ی جامعه بزرگ باشد دسترسی به فهرستی از اعضای جامعه و دسترسی به اعضای انتخابی، دشوار و ممکن است هزینه بر باشد).

نمونه‌گیری خوشه‌ای

نمونه‌گیری که در آن، واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند سپس **همی** واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم. (اگر فهرست واحدها را نداشته باشیم ولی فهرست گروه‌ها موجود باشد این روش مناسب است. همچنین این روش باعث کاهش زمان، هزینه و دقت می‌شود).





نکته

۸

در نمونه‌گیری خوشه‌ای درون خوشه‌ها هر چه ویژگی مورد بررسی تفاوت بیشتری داشته باشد (ناهمگن باشد) بهتر است، همچنین تفاوت بین خوشه‌ها بهتر است کمتر باشد (همگن باشد) یعنی خوشه‌ها به هم نزدیکتر باشند، درحالی‌که در نمونه‌گیری طبقه‌ای درون طبقه‌ها بهتر است همگن باشد (دارای ویژگی‌های مشابهی باشند) و تفاوت بین طبقه‌ها بهتر است زیاد باشد.

نکته

۹

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می‌گویند آن روش نمونه‌گیری **اریب** است. لذا آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند **نااریب** کنند تا به نتایج اشتباه نرسیم (هر چه نمونه ناریب‌تر باشد بهتر است) زیرا نمونه‌ی اریب نمی‌تواند تخمین درستی از ویژگی‌های جامعه را به ما بدهد. اگر نمونه‌گیری اریب باشد، افزایش تعداد نمونه‌ها نیز به کاهش این انحراف (اریبی) کمک نمی‌کند و نمونه‌گیری اریب اطلاعات مناسبی از جامعه در اختیار نمی‌دهد. به عنوان مثال اگر برای بررسی میزان مطالعه‌ی درسی دانشجویان کشور به سراغ دانشجویان دانشگاه شریف برویم، نمونه‌گیری اریب است و به نتایج اشتباه می‌رسیم.

نکته

۱۰

گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن را **آمارگیری** گویند و کسی که آمارگیری را انجام می‌دهد **آمارگیر** نام دارد.

نکته

۱۱

**روش‌های گردآوری داده‌ها.** راه ۴ دسته می‌توان تقسیم کرد.  
**(الف) مشاهده:** گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخ‌گو مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه‌ی عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه‌گیری وزن محصولات یک باغ میوه. اگر به دقت زیاد نیاز داشته باشیم این روش مناسب نیست و محدودیت این روش است.  
**(ب) پرسشنامه:** مجموعه سوالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخ‌گو تکمیل می‌شود. این روش مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است. اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد این روش زمان‌بر است و محدودیت این روش است.  
**(ج) مصاحبه:** معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد. یکی مصاحبه‌گر (همان آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده. یا پاسخ‌گو است. این روش پیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر از همه‌ی پاسخ‌های ممکن اطلاع کافی ندارد.  
**(د) دادگان:** شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است. در بسیاری از موارد، داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده است به دست آورد، همچنین به دلیل تولید داده‌ها به صورت خودکار، در بسیاری از موسسات و سازمانها استفاده از این روش برای گردآوری داده‌ها به سرعت رواج یافته است.  
 به عنوان مثال برای به دست آوردن تعداد گل‌های زده‌ی پرسپولیس در لیگ برتر نیاز به اطلاعات گذشته است و از اطلاعات ثبتی می‌توان استفاده کرد و روش دادگان مناسب است. باید توجه داشت همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست در نتیجه ممکن است گردآوری داده‌ها از این طریق ممکن نباشد و محدودیت این روش است.

نکته

۱۲

هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شود **متغیر** نام دارد و دو نوع است.  
**متغیر کمی:** متغیری است که مقدار عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است. در حقیقت متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری هستند متغیرهای کمی می‌گویند. مانند تعداد دانش‌آموزان کلاس (کمی گسسته) یا قد دانش‌آموزان کلاس (کمی پیوسته).  
**متغیر کیفی:** متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیاء، در گروه‌ها به کار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد. در حقیقت متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند متغیرهای کیفی گویند. مانند شهر محل تولد دانش‌آموزان یک کلاس (کیفی اسمی) و پاسخ به سوال میزان دوست داشتن ریاضی (کیفی ترتیبی). در بعضی مواقع متغیرهای کیفی صورت‌های مختلف یکی ویژگی هستند.

نکته

۱۳

**پارامتر یا پارامتر جامعه.** یک مشخصه‌ی عددی است که توصیف کننده‌ی چنپی‌ی خاصی از جامعه است و در صورتیکه داده‌های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است.  
**آماره یا آماره‌ی نمونه:** مشخصه‌ای عددی که توصیف کننده‌ی چنپی‌ی خاصی از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید. آماره‌ها از نمونه‌ای به نمونه‌ای دیگر **تغییر** می‌کنند. این در حالی است که پارامترهای جامعه همیشه ثابت‌اند. زیرا جامعه ثابت است. در بسیاری از موارد آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست بنابراین به رغم اینکه پارامتر مقدار ثابتی است این مقدار **مجهول** است و به همین دلیل از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند. فرآیند نتیجه‌گیری درباره‌ی پارامتر جامعه براساس نمونه، **آمار استنباطی** است.



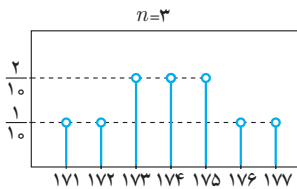


در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

برای به دست آوردن تعداد نمونه‌های ۳ تایی این گونه نیز می‌توان عمل کرد: می‌دانیم مجموع سه عدد باید ۵۲۲ باشد. پس مجموع دو عدد باقی‌مانده باید  $۸۷۰ - ۵۲۲ = ۳۴۸$  باشد، که فقط در دو حالت  $\{۱۶۸, ۱۸۰\}$  و  $\{۱۷۱, ۱۷۷\}$  امکان‌پذیر است. باید توجه داشت که در مواقعی که تعداد نمونه‌ی انتخابی از نصف تعداد اعضای جامعه بیشتر باشد می‌توان از این روش استفاده کرد). جدولی که در آن احتمال مشاهده‌ی هر یک از مقادیر برآورد میانگین برای نمونه‌های سه تایی آمده باشد به صورت زیر است:

نمونه	$\{۱۶۸, ۱۷۱, ۱۷۴\}$	$\{۱۶۸, ۱۷۱, ۱۷۷\}$	$\{۱۶۸, ۱۷۱, ۱۸۰\}$ $\{۱۶۸, ۱۷۴, ۱۷۷\}$	$\{۱۶۸, ۱۷۴, ۱۸۰\}$ $\{۱۷۱, ۱۷۴, ۱۷۷\}$	$\{۱۶۸, ۱۷۷, ۱۸۰\}$ $\{۱۷۱, ۱۷۴, ۱۸۰\}$	$\{۱۷۱, ۱۷۷, ۱۸۰\}$	$\{۱۷۴, ۱۷۷, ۱۸۰\}$
$\bar{x}$	۱۷۱	۱۷۲	۱۷۳	۱۷۴	۱۷۵	۱۷۶	۱۷۷
احتمال	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

در این جدول نمونه‌هایی که دارای میانگین برابر هستند را در یک ستون قرار داده و برای به دست آوردن احتمال، تعدادی را که در یک ستون آمده، بر ۱۰ (تعداد کل نمونه‌های ۳ تایی) تقسیم می‌کنیم.



همچنین می‌توان جدول تشکیل شده را به صورت نمودار مقابل نمایش داد: با توجه به جدول بالا می‌توان مشاهده کرد که اگر در نمونه‌ای به اندازه‌ی  $n$ ، احتمال متناظر با  $\bar{x}_i$  را با  $p_i$  نشان دهیم داریم  $\sum \bar{x}_i p_i = \mu$

نکته ۱۶

برای اینکه برآورد به پارامتر نزدیک‌تر شود می‌توان اندازه‌ی نمونه را بیشتر کرد. در حقیقت اگر اندازه‌ی نمونه را بیشتر کنیم امکان نزدیک شدن برآورد به پارامتر بیشتر می‌شود. (خطوط در نمودار به هم نزدیک می‌شوند و به پارامتر جامعه نیز نزدیک می‌شوند) و اگر اندازه‌ی نمونه با اندازه‌ی جامعه برابر شود برآورد به دست آمده دقیقاً با پارامتر جامعه برابر می‌شود. به بیان دیگر در هر نمودار با زیاد شدن اندازه‌ی نمونه انحراف معیار برآوردهای پارامتر کمتر می‌شود (پراکندگی آن‌ها حول پارامتر کمتر است). پس هرچه قدر انحراف معیار برآورد کمتر باشد آن برآورد بهتر است. زیرا پراکندگی حول میانگین جامعه کمتر است و احتمال این که بعد از نمونه‌گیری به مقداری نزدیک پارامتر برسیم افزایش می‌یابد.

نکته ۱۷

اگر جامعه نامتناهی باشد انحراف معیار میانگین ( $\sigma_{\bar{x}}$ ) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sigma$ : انحراف معیار جامعه  $n$ : اندازه‌ی نمونه

با استفاده از این رابطه هم می‌توان دید که با افزایش اندازه‌ی نمونه انحراف معیار برآورد کاهش می‌یابد یعنی خطای کمتری برای برآورد میانگین جامعه داریم.

تست ۵

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه‌ای برای نمونه‌ای به اندازه‌ی ۱۲ چند برابر انحراف معیار برآورد میانگین برای نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴۳۲ از آن جامعه است؟

- ۱) ۶      ۲)  $\frac{1}{6}$       ۳) ۳۶      ۴)  $\frac{1}{36}$

۴    ۳    ۲    ۱

$$? = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{12}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{432}}} = \frac{\sqrt{432}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{432}{12}} = \sqrt{36} = 6$$





نسبت انحراف معیار پرآورد میانگین جامعه‌ای برای نمونه‌ای با  $n_1$  عضو به نمونه‌ای با  $n_2$  عضو برابر است با:  $\sqrt{\frac{n_2}{n_1}}$ . همچنین اگر اندازه‌ی نمونه  $m$  برابر شود، انحراف معیار پرآورد میانگین  $\frac{1}{\sqrt{m}}$  برابر می‌شود.

نکته

۱۸

**برآورد بازه‌ای یا بازه‌ی اطمینان پارامتر جامعه.** عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد. به عنوان مثال می‌گویید نمره‌ی آمار و احتمال من بین ۱۴ تا ۱۸ است. با اطمینان ۹۰ درصد، (به جای ذکر یک نمره بازه‌ای برای نمره‌ی خود به صورت ذهنی ترسیم کرده‌اید و به خاطر اینکه اطمینان خود را نیز از بازه ذکر کنید به ذکر یک درصد اطمینان اکتفا می‌کنید). هر چه فاصله‌ی دو عدد بازه کمتر باشد و درصد اطمینان ذکر شده بیشتر، پرآورد دقیق‌تر است.

نکته

۱۹

**برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه.** اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی  $n$  در اختیار داشته باشیم، با اطمینان پیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{میانگین جامعه: } \mu; \text{ انحراف معیار جامعه: } \sigma$$

نکته

۲۰

اگر واریانس جامعه‌ای ۳ باشد، و نمونه‌ای به اندازه‌ی ۱۲ با میانگین نمونه‌ای ۳٫۲۵ از این جامعه بگیریم، بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه کدام است؟

تست ۶

$$\begin{aligned} & (۱) \quad (۲٫۷۵, ۳٫۷۵) \\ & (۲) \quad (۲٫۲۵, ۴٫۲۵) \\ & (۳) \quad (۳, ۳٫۵) \\ & (۴) \quad \left(۳٫۲۵ - \frac{۶}{\sqrt{۱۱۲}}, ۳٫۲۵ + \frac{۶}{\sqrt{۱۱۲}}\right) \end{aligned}$$

 ۱  ۳  ۲  ۴

$$\begin{aligned} \left(\bar{x} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) &= \left(۳٫۲۵ - 2\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۱۱۲}}, ۳٫۲۵ + 2\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۱۱۲}}\right) = \left(۳٫۲۵ - 2\sqrt{\frac{۱}{۴}}, ۳٫۲۵ + 2\sqrt{\frac{۱}{۴}}\right) \\ &= (۳٫۲۵ - ۱, ۳٫۲۵ + ۱) = (۲٫۲۵, ۴٫۲۵) \end{aligned}$$

در نتیجه می‌توانیم بگوییم با اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین جامعه بین ۲٫۲۵ و ۴٫۲۵ است.

اگر پرآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه به صورت  $[a, b]$  باشد، آنگاه

$$\text{طول بازه} = b - a = 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \text{میانگین نمونه} = \bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

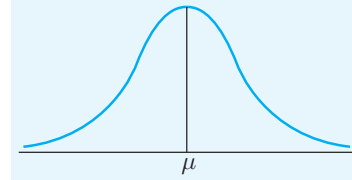
نکته

۲۱

برای فهم بهتر ضریب اطمینان ۹۵ درصدی، فرض کنید می‌خواهیم یک پرآورد بازه‌ای ۹۵ درصد برای میانگین جامعه ( $\mu$ ) بیابیم. می‌دانیم این بازه به صورت  $[a, b]$  است و مقادیر آن‌ها از نمونه‌ای به نمونه‌ی دیگر متفاوت است. یعنی اگر دوباره نمونه‌گیری کنیم ممکن است مقادیر دیگری برای  $a$  و  $b$  به دست بیاید و ممکن است بازه‌ای تشکیل شود که شامل پارامتر جامعه ( $\mu$ ) نباشد. ضریب اطمینان ۹۵ درصدی یعنی اگر ۱۰۰ بار نمونه‌گیری را تکرار کنیم و ۱۰۰ بازه‌ی اطمینان محاسبه کنیم انتظار داریم ۹۵ تا از آن‌ها پارامتر میانگین جامعه را در برگیرند و فقط ۵ تا از آن‌ها شامل پارامتر جامعه نباشند. حال فرض کنید که به تعداد زیاد نمونه‌گیری به اندازه‌ی نمونه‌ی یکسان را تکرار کنیم و در هر حالت میانگین نمونه ( $\bar{x}$ ) را به دست آوریم و سپس چندبار فراوانی بافت نگاشت میانگین‌های به دست آمده را رسم کنیم. شکل رسم شده تقریباً به صورت یک منحنی به شکل زیر است که در آن  $\mu$  نشان دهنده‌ی میانگین جامعه و مچول است.

نکته

۲۲



نکته

۲۳

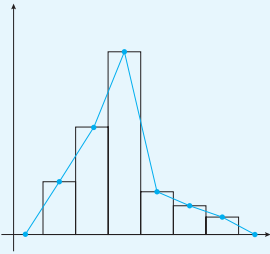
حداکثر خطای پراورد پازه‌ای میانگین جامعه (اختلاف میانگین واقعی و میانگین محاسبه شده) با اطمینان ۹۵ درصد از رابطه‌ی  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  به دست می‌آید زیرا:

$$\bar{x} - 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow -2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu - \bar{x} \leq 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow |\mu - \bar{x}| \leq 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکته

۲۴

چندبر فراوانی بافت نگاشت.



اگر در نمودار بافت نگاشت وسط مستطیل‌ها را با پاره‌خط به هم وصل کرده و به محور طول‌ها وصل کنید چندبر فراوانی بافت نگاشت به دست می‌آید. (برای وصل به محور طول‌ها، فاصله‌ی فرضی یکی قبل از اولین فاصله و یکی بعد از آخرین فاصله با فراوانی در نظر گرفته و وسط آن را در نظر می‌گیریم و به آن وصل می‌کنیم).  
به عنوان مثال خط شکسته‌ی رسم شده، نمودار چندبر فراوانی بافت نگاشت است.

نکته

۲۵

مساحت زیر نمودار بافت نگاشت با مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی بافت نگاشت برابر است.





پرسش‌های سطح ساده درس گردآوری داده‌ها

۱ ..... به هر یک از افراد یا اشیاء می‌گویند که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود و مجموعه‌ی کل آن‌ها را ..... می‌نامند.

- (۱) جامعه‌ی آماری - واحد آماری  
(۲) نمونه - جامعه‌ی آماری  
(۳) واحد آماری - جامعه‌ی آماری  
(۴) واحد آماری - نمونه

۲ هر زیرمجموعه از جامعه‌ی آماری را که با روش مشخصی انتخاب می‌شود یک ..... می‌نامیم و فرآیند انتخاب آن زیرمجموعه از جامعه به منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه را ..... می‌نامیم.

- (۱) داده - دادگان  
(۲) داده - آمار استنباطی  
(۳) واحد آماری - نمونه‌گیری  
(۴) نمونه - نمونه‌گیری

۳ در بررسی کدام یک از موارد زیر نمی‌توان از سرشماری استفاده کرد؟

- (۱) بررسی میانگین نمرات هندسه‌ی دهم دانش‌آموزان یک مدرسه  
(۲) بررسی ویژگی‌های مگس‌های سفید مزاحم در شهر تهران  
(۳) بررسی میانگین تأخیر در ورود کارمندان یک بانک در یک روز  
(۴) بررسی میانگین گل‌های زده شده در یک مسابقه‌ی فوتبال در یک فصل لا لیگا

۴ نمونه‌گیری سیستماتیک نوعی نمونه‌گیری ..... است.

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) طبقه‌ای  
(۳) خوشه‌ای  
(۴) غیر احتمالی

۵ در یک بررسی آماری دانش‌آموزان را به سه گروه دهم، یازدهم و دوازدهم تقسیم می‌کنیم. و از هر ۶ گروه نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم، از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) سامانمند  
(۳) خوشه‌ای  
(۴) طبقه‌ای

۶ در یک بررسی آماری دانش‌آموزان را به سه گروه دهم، یازدهم و دوازدهم تقسیم کرده‌ایم، سپس به تصادف دانش‌آموزان دهم را انتخاب کرده و همه‌ی آن‌ها را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم، از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) سیستماتیک  
(۳) خوشه‌ای  
(۴) طبقه‌ای

۷ در برنامه‌ی تلویزیونی ۷، دویست هزار نفر در نظرسنجی پیامکی شرکت کرده‌اند، و قرار است به ۵ نفر به قید قرعه جایزه داده شود، مهمان برنامه از بین اعداد ۱ تا چهل هزار یک عدد را انتخاب می‌کند و سپس به این عدد چهل هزار تا چهل هزار تا اضافه می‌کند تا پنج برنده معلوم شوند. از کدام روش نمونه‌گیری استفاده شده است؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) سامانمند  
(۳) طبقه‌ای  
(۴) خوشه‌ای

۸ در تست قبل اگر مهمان برنامه از بین اعداد ۱ تا چهل هزار یکی را به تصادف انتخاب کند و سپس از بین اعداد ۴۰۰۰۱ تا ۸۰۰۰۰ یکی دیگر را به تصادف انتخاب کند و ... و در نهایت از بین اعداد ۱۶۰۰۰۱ تا ۲۰۰۰۰۰ یکی را به تصادف انتخاب کند. از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده است؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) سیستماتیک  
(۳) طبقه‌ای  
(۴) خوشه‌ای

۹ در تست ۷ اگر مهمان برنامه به تصادف ۵ عدد بین ۱ تا ۲۰۰۰۰۰ انتخاب کند از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده است؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) سیستماتیک  
(۳) طبقه‌ای  
(۴) خوشه‌ای







۱۰ فرض کنید بخواهیم از بین ۴۰ نفر، ۴ نفر را با استفاده از نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب کنیم، احتمال اینکه نفر ۱۸م به عنوان اولین عضو نمونه انتخاب شود چقدر است؟

(۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{40}$  (۴)  $\frac{1}{20}$

۱۱ می‌خواهیم از بین ۱۲۶ دانش‌آموز کلاس دوازدهم، ۸۴ دانش‌آموز کلاس یازدهم و ۱۰۵ دانش‌آموز کلاس دهم به صورت طبقه‌ای نمونه‌ای ۴۵ عضوی انتخاب کنیم. چند دانش‌آموز دوازدهمی انتخاب می‌شود؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۱۲ در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است تفاوت بین خوشه‌ها ..... باشد و در نمونه‌گیری طبقه‌ای بهتر است تفاوت بین طبقه‌ها ..... باشد.

(۱) کم - کم (۲) زیاد - زیاد (۳) کم - زیاد (۴) زیاد - کم

۱۳ در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است تفاوت درون خوشه‌ها ..... باشد و در نمونه‌گیری طبقه‌ای بهتر است تفاوت درون طبقه‌ها ..... باشد.

(۱) کم - کم (۲) زیاد - زیاد (۳) کم - زیاد (۴) زیاد - کم

۱۴ می‌خواهیم از بین ۱۰۰۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۰۰۰ با روش سیستماتیک ۲۰ نفر انتخاب کنیم. چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) یک عدد تصادفی از ۱ تا ۲۰ انتخاب می‌کنیم

(ب) اندازه‌ی هر طبقه ۵۰ است

(ج) ۲۰ طبقه وجود دارد

(د) برای انتخاب نفر دوم ۵۰ تا به شماره‌ی نفر اول انتخاب شده اضافه می‌کنیم

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵ می‌خواهیم از بین ۱۶۰۶ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۶۰۶ به روش سامانمند نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۲ انتخاب کنیم اگر شماره‌ی اولین واحد انتخاب شده ۳۴ باشد، شماره‌ی ۱۵امین واحد انتخاب شده برای نمونه چقدر است؟

(۱) ۱۰۵۶ (۲) ۱۱۲۹ (۳) ۳۴۲ (۴) ۹۸۳

۱۶ گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن را ..... گوییم.

(۱) نمونه‌گیری (۲) آمار استنباطی (۳) آمارگیری (۴) اربیبی

۱۷ در کدام یک از روش‌های گردآوری داده‌ها نیاز به فرد پاسخ‌گو نیست.

(۱) مشاهده (۲) پرسش نامه (۳) مصاحبه (۴) طبقه‌ای

۱۸ روش گردآوری داده‌ها در سرشماری نفوس و مسکن به کدام صورت است؟

(۱) مصاحبه (۲) مشاهده (۳) دادگان (۴) پرسش نامه

۱۹ جمع‌آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

(۱) مصاحبه (۲) مشاهده (۳) پرسش هدایت‌کننده (۴) دادگان

۲۰ برای بررسی موضوع «بیشتر تصادفات اتومبیل را رانندگانی با سن کمتر از ۲۵ سال موجب می‌شوند» بهترین روش جمع‌آوری داده‌ها کدام است؟

(۱) مشاهده (۲) پرسش نامه (۳) آزمایش (۴) دادگان

۲۱ هر ویژگی از جامعه‌ی آماری که قرار است بررسی شود ..... نام دارد.

(۱) آماره (۲) پارامتر (۳) متغیر (۴) واحد آماری



۲۲ چه تعداد از متغیرهای زیر کمی هستند؟

- (الف) سطح آلودگی هوای تبریز  
(ب) تعداد گل‌های زده‌ی بارسلونا در هر بازی  
(ج) هزینه‌ای که هر شخص برای خرید فست فود در ماه می‌کند (د) شماره‌ی پلاک اتومبیل‌های شهر مشهد
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳ چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

- (الف) آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ی خاصی از جامعه است.  
(ب) آماره‌ها همیشه ثابت هستند.  
(ج) امکان ندارد مقدار آماره با پارامتر برابر شود.  
(د) آماره‌ها از نمونه‌ای به نمونه‌ی دیگر دیگر تغییر می‌کنند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۲۴ فرض کنید بخواهیم در شهر تهران بفهمیم افراد طرفدار چه تیم فوتبالی هستند. برای این کار ۱۰۰۰ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم و در بین آن‌ها ۶۵۰ نفر طرفدار پرسپولیس هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- ۱) آماره ۲) متغیر ۳) پارامتر ۴) نمونه

۲۵ فرآیند نتیجه‌گیری در باره‌ی پارامترهای جامعه براساس نمونه ..... است.

- ۱) نمونه‌گیری ۲) آمارگیری ۳) آمار استنباطی ۴) دادگان

### پرسش‌های سطح متوسط درس گردآوری داده‌ها

۲۶ واقعیت‌هایی در باره‌ی یک ..... که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی بکار می‌روند را داده می‌گوییم.

- ۱) متغیر ۲) آماره ۳) پارامتر ۴) واحد آماری

۲۷ فرض کنید می‌خواهیم وزن شیرماهی‌ها را در خلیج همیشه فارس بررسی کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟

- ۱) به دست آوردن وزن تعدادی از شیرماهی‌ها نمونه‌گیری است  
۲) شیرماهی‌هایی که برای بررسی انتخاب می‌کنیم، جامعه را تشکیل می‌دهند  
۳) وزن هر یک از شیرماهی‌ها واحد آماری است  
۴) هیچکدام

۲۸ نانوایی برای خرید ۵۶۰ کیلوگرم آرد از فروشنده‌ی آردی، ۲ کیلوگرم آرد خریده و به صورت آزمایشی از آن استفاده کرده است تا کیفیت آن را مورد بررسی قرار دهد. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) ۵۶۰ کیلوگرم آرد، جامعه‌ی آماری است  
۲) ۵۶۰ کیلوگرم آرد، نمونه است  
۳) ۲ کیلوگرم آرد نمونه است  
۴) ۲ کیلوگرم آرد، جامعه‌ی آماری است

۲۹ فرض کنید بخواهیم وزن تمام دانش‌آموزان مدرسه‌ای را بررسی کنیم. اگر این مدرسه دارای ۶ پایه و هر پایه دارای ۷ کلاس و هر کلاس ۲۳ دانش‌آموز داشته باشد، این مدرسه دارای چند واحد آماری است؟

- ۱) ۴۲ ۲) ۲۳ ۳) ۱۰۵۶ ۴) ۹۶۶

۳۰ کدام یک از گزینه‌های زیر نا درست است؟

- ۱) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری در یک طبقه‌ی خاص با هم برابر است.  
۲) همه‌ی واحدهای آماری جامعه برای انتخاب شدن در نمونه، در روش نمونه‌گیری تصادفی ساده احتمال یکسان دارند.  
۳) اندازه‌ی طبقات در نمونه‌گیری سیستماتیک با هم برابر است.  
۴) مجموعه‌ی کل متغیرهای آماری را جامعه‌ی آماری می‌نامند.





- ۳۱ یک نمونه‌ی تصادفی ساده چگونه نمونه‌ای است؟
- ۱) همه‌ی عناصر جامعه شانس مساوی در انتخاب شدن داشته باشند و همه‌ی نمونه‌های ممکن هم شانس باشند.  
 ۲) همه‌ی عناصر جامعه شانس مساوی داشته باشند که در نمونه انتخاب شوند.  
 ۳) همه‌ی نمونه‌های ممکن هم شانس باشند.  
 ۴) نماینده‌ی خوبی از کل جامعه‌ی آماری باشد.
- ۳۲ به روش نمونه‌گیری که در آن همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند، نمونه‌گیری ..... گفته می‌شود.
- ۱) خوشه‌ای      ۲) طبقه‌ای      ۳) تصادفی ساده      ۴) احتمالی
- ۳۳ برای نمونه‌گیری خوشه‌ای از دانش‌جویان یک دانشگاه، کدام یک از کارهای زیر را باید انجام داد؟
- ۱) از هر دانشکده متناسب با تعداد دانش‌جویان آن به طور تصادفی نمونه بگیریم  
 ۲) به طور تصادفی با توجه به شماره‌ی دانشجویی، تعداد موردنظر را انتخاب کنیم  
 ۳) به طور تصادفی تعدادی از دانشکده‌ها را انتخاب کرده و در هر یک سرشماری انجام دهیم  
 ۴) با توجه به نظر اساتید، نمونه‌ی موردنظر را انتخاب کنیم
- ۳۴ در نمونه‌گیری تصادفی و باجایگذاری از ۶ نفر احتمال اینکه فرد بخصوصی در سومین انتخاب عضو نمونه باشد، چقدر است؟
- ۱)  $\frac{1}{6}$       ۲)  $\frac{1}{3}$       ۳)  $\frac{1}{4}$       ۴)  $\frac{1}{6}$
- ۳۵ در نمونه‌گیری تصادفی ساده و بدون جایگذاری از ۱۲ نفر اگر از ۲ انتخاب اول اطلاع نداشته باشیم، با چه احتمالی فرد بخصوصی در سومین انتخاب عضو نمونه است؟
- ۱)  $\frac{1}{132}$       ۲)  $\frac{1}{220}$       ۳)  $\frac{1}{12}$       ۴)  $\frac{1}{11}$
- ۳۶ فرض کنید جامعه‌ای از ۶ عضو  $a_1, a_2, \dots, a_6$  تشکیل شده باشد، اگر به صورت تصادفی ساده و با جایگذاری نمونه‌گیری کنیم. احتمال اینکه در انتخاب اول  $a_1$ ، در انتخاب دوم  $a_5$  و در انتخاب سوم دوباره  $a_1$  انتخاب شود چقدر است؟
- ۱)  $\frac{1}{120}$       ۲)  $\frac{1}{216}$       ۳)  $\frac{1}{180}$       ۴) ۰
- ۳۷ در تست قبل اگر بدون جایگذاری باشد، احتمال موردنظر چقدر است؟
- ۱)  $\frac{1}{120}$       ۲)  $\frac{1}{216}$       ۳)  $\frac{1}{180}$       ۴) ۰
- ۳۸ فرض کنید جامعه‌ای از ۱۰ عضو  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$  تشکیل شده باشد و بخواهیم نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴ با استفاده از روش نمونه‌گیری تصادفی ساده از آن انتخاب کنیم، اگر نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد، احتمال اینکه  $a_1, a_2, a_3, a_4$  انتخاب شوند. کدام است؟
- ۱)  $\frac{1}{10000}$       ۲)  $\frac{1}{5040}$       ۳)  $\frac{1}{210}$       ۴)  $(\frac{2}{5})^4$
- ۳۹ فرض کنید جامعه‌ای از  $N = 200$  عضو تشکیل شده باشد و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه‌ی  $n = 20$  از آن انتخاب کنیم، اگر جامعه به تصادف به ۴۰ قسمت مساوی تقسیم شود و چهار قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟
- ۱)  $\frac{1}{5}$       ۲)  $\frac{1}{10}$       ۳)  $\frac{1}{50}$       ۴)  $\frac{1}{2}$
- ۴۰ در نمونه‌گیری خوشه‌ای از ۶ گروه، ۷، ۸، ۱۵، ۱۴، ۹ و ۶ عضو، اگر ۲ گروه را به طور تصادفی انتخاب کنیم، احتمال اینکه فرد بخصوصی از گروه ۹ عضو انتخاب شود. چقدر است؟
- ۱)  $\frac{1}{6}$       ۲)  $\frac{9}{59}$       ۳)  $\frac{1}{3}$       ۴)  $\frac{1}{27}$

۷۶ به مجموعه‌ی کل افراد یا اشیاء که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود ..... می‌گویند.  
 (۱) واحد آماری (۲) نمونه (۳) جامعه‌ی آماری (۴) آماره

۷۷ در بررسی تیم فوتبال داخلی مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان یک مدرسه جامعه‌ی آماری چیست؟  
 (۱) کل تیم‌های داخلی فوتبال (۲) تعداد دانش‌آموزان مدرسه  
 (۳) کل تیم‌های فوتبال داخلی مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان مدرسه (۴) کل دانش‌آموزان مدرسه

۷۸ در کدام بررسی اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟ «تجربی ۸۹»  
 (۱) دسته‌بندی (۲) نمونه تصادفی (۳) سرشماری (۴) با متغیر کیفی

۷۹ در یک کلاس ۶ شماره‌ی دانش‌آموز را به صورت تصادفی انتخاب کرده و از دانش‌آموزان با آن شماره‌های دانش‌آموزی سوال می‌پرسیم.  
 از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده‌ایم؟  
 (۱) سامانمند (۲) خوشه‌ای (۳) تصادفی ساده (۴) طبقه‌ای

۸۰ چه تعداد از موارد زیر درست است؟  
 (الف) در نمونه‌گیری تصادفی ساده قبل از نمونه‌گیری می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که کدام یک از اعضا انتخاب می‌شوند.  
 (ب) عمل نمونه‌گیری تصادفی ساده مخصوصاً در جوامع بزرگ با دشواری‌هایی همراه است.  
 (ج) نمونه‌گیری تصادفی ساده از خوشه‌ای سر بعتراست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰

۸۱ فرض کنید می‌خواهیم از بین ۱۴۰۰ نفر با استفاده از نمونه‌گیری تصادفی ساده ۶۰ نفر را انتخاب کنیم. احتمال انتخاب شدن کدام واحد جامعه از بقیه بیشتر است؟

(۱) ۱۴۰۰م اول (۲) شصتم (۳) همگی واحدها برابرند (۴) همه‌ی واحدها برابرند

۸۲ در یک شرکت با ۲۷۰ کارمند مدیر شرکت می‌خواهد تعدادی از کارمندان را برای سفر به دور ایران انتخاب کند. او از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده و این ۲۷۰ نفر را به ۱۵ گروه با تعداد اعضای مساوی تقسیم کرده و از میان این گروه‌ها به تصادف ۴ گروه انتخاب می‌کند تا نمونه تشکیل شود، احتمال این‌که آقای وزیرزاده که از کارمندان این شرکت است، انتخاب شود چقدر است؟

(۱)  $\frac{4}{15}$  (۲)  $\frac{1}{270}$  (۳)  $\frac{3}{54}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۸۳ می‌خواهیم از بین ۳۰۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۳۰۰، نمونه‌ای به اندازه‌ی ۱۲ با روش سامانمند انتخاب کنیم. احتمال این‌که نمونه به صورت ۲۸۱, ۰۰۰, ۵۶, ۳۱, ۶ باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{35}$  (۳) ۰ (۴) ۱

۸۴ فرض کنید می‌خواهیم از بین ۱۳۹۷ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۳۹۷، نمونه‌ای با اندازه‌ی ۱۱ به روش سیستماتیک انتخاب کنیم، اگر شماره‌ی اولین واحد انتخابی ۵۱ باشد، کدام یک از واحدهای زیر انتخاب می‌شود؟

(۱) ۳۰۳ (۲) ۹۴۷ (۳) ۱۰۶۶ (۴) ۱۱۹۴

۸۵ برای انتخاب تعدادی دانشجو برای مصاحبه از یک دانشگاه چه تعداد از کارهای زیر احتمالی هستند؟  
 (الف) دو دانشکده را به تصادف انتخاب کنیم و کل دانشجویان آن دو دانشکده را انتخاب کنیم.  
 (ب) با توجه به شماره‌ی دانشجویی ۱۰ نفر را به تصادف انتخاب کنیم.  
 (ج) به تصادف ۸ دانشجوی مرد و ۸ دانشجوی زن را انتخاب کنیم.  
 (د) ۲۰ نفر اولی را که صبح به دانشگاه وارد می‌شوند را انتخاب کنیم.  
 (ه) از هر دانشکده دانشجویانی که می‌خواهند مصاحبه شوند را انتخاب می‌کنیم.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





۱۸۲ می‌خواهیم از بین ۱۵۱۲ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۵۱۲ با روش سامانمند نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۴ انتخاب کنیم. اگر شماره‌ی ۶امین واحد انتخابی ۳۳۲ باشد، شماره‌ی ۱۹امین واحد انتخابی کدام است؟

- ۱) ۱۰۸۸ (۲) ۱۱۵۱ (۳) ۱۲۱۴ (۴) ۶۴۴

۱۸۳ می‌خواهیم از بین ۱۲۴۲ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۲۴۲ نمونه‌ای ۱۸ عضوی با روش سیستماتیک انتخاب کنیم. احتمال این‌که اعداد ۵۱۲ و ۸۶۰ عضو این نمونه باشند، کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{69}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{631}$  (۴) ۰

۱۸۴ فرض کنید بخواهیم برای انتخابات و این‌که چه کسی رأی می‌آورد نظرسنجی کنیم. کدام یک از نمونه‌های زیر نارباب هستند.

- ۱) پرسیدن نظر دوستان و اطرافیان  
۲) طراحی یک نظرسنجی در وبگاهی طرفدار و لحاظ کردن ساز و کاری که از یک آدرس بیش از یک رأی گرفته نشود  
۳) تعدادی از دانشگاه‌ها را به تصادف انتخاب کنیم و در هر دانشگاه از همه نظرسنجی کنیم  
۴) هیچکدام

۱۸۵ روش مناسب گردآوری داده‌ها در کدام یک از گزینه‌های زیر درست آمده است؟

- ۱) میزان رضایت مشتریان یک بانک جدید از نحوه‌ی برخورد: دادگان  
۲) مردم یک شهر خودرو با چه رنگی را بیشتر می‌پسندند: مشاهده  
۳) میزان رضایت دانش‌آموزان یک مدرسه از مدرسه: مصاحبه  
۴) طول قد دانش‌آموزان یک کلاس: دادگان

۱۸۶ چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- (الف) اگر اندازه‌ی جامعه بزرگ باشد، نمونه‌گیری با جایگذاری و بدون جایگذاری تقریباً مثل هم هستند  
(ب) برای محاسبه‌ی میانگین نمرات آمار و احتمال دانش‌آموزان یک شهر پارامتر جامعه با به دست آوردن نمرات آمار و احتمال تمام دانش‌آموزان آن شهر و سپس میانگین گرفتن از آن‌ها محاسبه می‌شود  
(ج) در نمونه‌گیری سیستماتیک از هر طبقه یک واحد آماری انتخاب می‌شود  
(د) در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب خوشه‌ها برابر است

- ۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۸۷ آماره‌ها ..... و پارامترها ..... هستند.

- ۱) متغیر - متغیر (۲) متغیر - ثابت (۳) ثابت - متغیر (۴) ثابت - ثابت

۱۸۸ در جامعه‌ای به انحراف معیار ۶، انحراف معیار میانگین نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۱۷۸ چند برابر نمونه‌ای به اندازه‌ی ۱۸ است؟

- ۱)  $\frac{1}{11}$  (۲) ۱۱ (۳)  $\frac{1}{14}$  (۴) ۱۴

۱۸۹ اگر انحراف معیار جامعه‌ای از ۱۸ برابر انحراف معیار برآورد میانگین کمتر باشد، حداکثر مقدار اندازه‌ی نمونه چقدر است؟

- ۱) ۳۲۴ (۲) ۳۲۳ (۳) ۲۸۹ (۴) ۲۸۸

۱۹۰ در نمونه‌گیری تصادفی ساده و با جایگذاری از ۱۳ نفر اگر در انتخاب اول امیرمحمد انتخاب شود و در انتخاب دوم رضا انتخاب شود و از انتخاب سوم و چهارم اطلاعی نداشته باشیم احتمال این‌که در انتخاب پنجم دوباره امیرمحمد انتخاب شود چقدر است؟ (امیرمحمد و رضا دو نفر از ۱۳ نفر هستند)

- ۱) ۰ (۲)  $\frac{1}{13}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{169}$





۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۱) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۲۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۱) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۴۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۸۲) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۲) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۳) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۶۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۲۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۴۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۶) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۸۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۲۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۶۸) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۴۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۸۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۰) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۰) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۷۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴

۱۱) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۷۱) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۹۲) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۷۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۵۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۹۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۳۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۷۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۱۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۹۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۳۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۷۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۵) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۳۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۷۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۶) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۷۶) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۷) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۷۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۵۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۳۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۷۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۱۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۵۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۹۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۳۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۷۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴

۲۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۶۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۰۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۸۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۶۲) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۴۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۲۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۶۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۲۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۵) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۴۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۸۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۲۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۸۶) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۷) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۴۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۶۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۴۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۸۸) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۲۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۶۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۰۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۴۹) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۸۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۷۰) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۱۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۵۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۹۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴

۳۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۱۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۵۱) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۹۱) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۵۲) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۹۲) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۷۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۵۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۹۳) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۳۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۷۴) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۱۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۵۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۹۴) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۵۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۹۵) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۵۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۹۶) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۷۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۵۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۹۷) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۳۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴	۱۱۸) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۵۸) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۹۸) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴
۳۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۷۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۱۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۵۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۹۹) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴
۴۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۸۰) <input checked="" type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۲۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input checked="" type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۱۶۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input checked="" type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۴	۲۰۰) <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۳ <input checked="" type="checkbox"/> ۴



۲۰۱)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰۲)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰۳)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







دارند، در نتیجه احتمال انتخاب نفر ۱۸م مانند بقیه‌ی افراد  $\frac{1}{30}$  است. (اگر نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد، احتمال اینکه نفر هشتم در نمونه حضور داشته باشد برابر است با  $\frac{4}{30}$ ).

۱  ۱  ۲  ۳  ۴

۲  ۱  ۲  ۳  ۴

۳  ۱  ۲  ۳  ۴  در سرشماری باید داده‌های کل واحدهای آماری را جمع‌آوری کنیم، در گزینشی ۲ نمی‌توان این کار را انجام داد زیرا همه‌ی مگس‌ها در دسترس نیستند و همچنین زمان و هزینه‌ی لازم برای این کار را در اختیار نداریم.

۴  ۱  ۲  ۳  ۴  نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند) نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه‌ی طبقات با هم برابر است و این نوع نمونه‌گیری از انواع نمونه‌گیری‌های احتمالی است.

۵  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجا که جامعه به سه طبقه‌ی مجزا تقسیم شده است و از هر طبقه یک نمونه‌ی تصادفی ساده گرفته شده است، از روش نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده کرده‌ایم. (باید توجه داشت که در روش خوشه‌ای برخی از گروه‌ها انتخاب می‌شوند و همه‌ی واحدهای آن گروه‌ها انتخاب می‌شود ولی در اینجا مثلاً کل دانش‌آموزان دهم انتخاب نشده‌اند و فقط برخی انتخاب شده‌اند).

۶  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که واحدهای نمونه‌گیری اولیه گروه‌ها هستند (گروه دهم، گروه یازدهم و گروه دوازدهم) و یکی از آنها به تصادف انتخاب شده و همه‌ی واحدهای آماری آن را به عنوان نمونه در نظر گرفته‌ایم از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم (در روش طبقه‌ای از هر گروه در نمونه حضور دارند ولی در اینجا مثلاً دانش‌آموزی از کلاس یازدهم وجود ندارد یعنی این روش طبقه‌ای نیست).

۷  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که جامعه به ۵ طبقه‌ی هم اندازه (با اندازه‌ی چهار هزار) تقسیم شده است و فقط از طبقه‌ی اول واحد آماری به تصادف انتخاب شده است و همان رویه تکرار شده است (چهل هزارتا چهل هزارتا جلو رفته است) از روش نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند) استفاده شده است.

۸  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که ابتدا جامعه به ۵ طبقه‌ی مجزا تقسیم شده و سپس از هر طبقه نمونه‌ی تصادفی ساده گرفته شده است، از روش نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده شده است.

۹  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند از روش نمونه‌گیری تصادفی ساده استفاده شده است.

۱۰  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که در نمونه‌گیری تصادفی ساده همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان

۱۱  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که می‌خواهیم در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر پایه متناسب با تعداد دانش‌آموزان آن پایه نمونه‌گیری کنیم باید از ۴۵ نفر،  $\frac{126}{126 + 84 + 105} \times 45$  نفر را انتخاب کنیم:

$$\frac{126}{315} \times 45 = \frac{21 \times 6}{21 \times 15} \times 45 = 6 \times 3 = 18$$

۱۲  ۱  ۲  ۳  ۴  در نمونه‌گیری خوشه‌ای تفاوت بین خوشه‌ها بهتر است کم باشد (همگن باشد) یعنی خوشه‌ها به هم نزدیکتر باشند و برعکس در نمونه‌گیری طبقه‌ای بهتر است اختلاف بین طبقه‌ها زیاد و قابل توجه باشد و با این کار برآورد بهتری از ویژگی‌های جامعه به دست می‌آید.

۱۳  ۱  ۲  ۳  ۴  در نمونه‌گیری خوشه‌ای درون خوشه‌ها هر چه ویژگی مورد بررسی تفاوت بیشتری داشته باشد (ناهمگن باشد) بهتر است و برعکس در نمونه‌گیری طبقه‌ای داده‌ها به چند طبقه‌ی مجزا تقسیم می‌شوند که طبقات از نظر ویژگی مورد بررسی همگن باشند. در حقیقت جامعه به طبقه‌های همگن (متجانس) تقسیم می‌شود به طوری که عناصر هر گروه دارای ویژگی‌های مشابهی باشند و تفاوت درون طبقه‌ها بهتر است کم باشد.

۱۴  ۱  ۲  ۳  ۴  از آنجایی که ۲۰ نفری می‌خواهیم انتخاب کنیم ۲۰ طبقه وجود دارد (مورد ج) صحیح است) و چون اندازه‌ی طبقات برابر است اندازه‌ی هر طبقه  $50 = \frac{1000}{20} = \frac{N}{n}$  است (مورد ب) صحیح است)

پس باید یک عدد تصادفی از ۱ تا ۵۰ انتخاب کنیم (مورد الف) غلط است) و چون اندازه‌ی هر طبقه ۵۰ است برای انتخاب نفر دوم باید ۵۰ تا به شماره‌ی نفر اول انتخاب شده اضافه کنیم (مورد د) درست است) در نتیجه ۳ تا از موارد صحیح هستند.

۱۵  ۱  ۲  ۳  ۴  ابتدا اندازه‌ی هر طبقه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{N}{n} = \frac{1606}{22} = 73$$

می‌دانیم شماره‌ی  $k$ امین واحد از رابطه‌ی  $34 + 73(k - 1)$  به دست می‌آید. در نتیجه شماره‌ی ۱۵امین واحد برابر است با:

$$73 \times 14 + 34 = 1056$$

۱۶  ۱  ۲  ۳  ۴  گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن را آمارگیری گوییم و کسی که آمارگیری را انجام می‌دهد، آمارگیر نام دارد.





**۱۷**      گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو را مشاهده می‌گوییم. برای استفاده از پرسش نامه و مصاحبه نیاز به فرد پاسخگو داریم. طبقه‌ای یکی از روش‌های نمونه‌گیری است و از روش‌های گردآوری داده‌ها نیست.

**۱۸**      مرکز آمار ایران هر ۱۰ سال یک بار با استفاده از پرسش نامه اطلاعات تمام خانوارهای ساکن در ایران را جمع‌آوری می‌کند. به این فرآیند سرشماری نفوس و مسکن می‌گوییم.

**۱۹**      پرسش‌های هدایت‌کننده مورد قبول نیست و پرسش‌های هدایت‌کننده روی خود پاسخ‌دهنده تأثیر می‌گذارد و او را به جهت خاصی هدایت می‌کند (مصاحبه، مشاهده، پرسش نامه و دادگان ۴ روش گردآوری داده‌ها هستند).

**۲۰**      از آنجایی که آمار تصادفات در اداره‌ی راهنمایی و رانندگی ثبت و ذخیره شده است، روش دادگان بهترین روش است.

**۲۱**      هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شود متغیر نام دارد و مجموعه‌ی کل افراد و اشیاء که واحدهای آماری هستند را جامعه‌ی آماری می‌گوییم.

**۲۲**      (الف) کیفی ترتیبی (ب) کمی گسسته (ج) کمی پیوسته (د) کیفی اسمی

**۲۳**      آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ی خاصی از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید (مورد الف) غلط است.

در حالیکه پارامتر مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ی خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است.

آماره‌ها از نمونه‌ای به نمونه‌ی دیگر تغییر می‌کنند بنابراین ثابت نیستند (مورد د) درست و مورد (ب) غلط است. باید توجه داشت که پارامترهای جامعه همیشه ثابت‌اند، زیرا جامعه ثابت است.

در بسیاری از موارد آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست بنابراین به رغم اینکه پارامتر مقدار ثابتی دارد این مقدار مجهول است و به همین دلیل از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند و ممکن است مقدار آماره پارامتر برابر شود (مورد ج) غلط است.

**۲۴**      آن ۱۰۰۰ نفر نمونه هستند، در نتیجه ۰/۶۵ یک آماره است و از داده‌های نمونه به دست آمده است. در این تست متغیر تیم فوتبال مورد علاقه است و اگر داده‌های کل افراد شهر تهران را داشتیم می‌توانستیم پارامتر را به دست آوریم.

**۲۵**      فرآیند نتیجه‌گیری درباره‌ی پارامترهای

جامعه و براساس نمونه آمار استنباطی است یعنی با توجه به نمونه‌های گرفته شده می‌خواهیم درباره‌ی پارامترهای جامعه تخمین‌هایی داشته باشیم.

**۲۶**      واقعیت‌هایی درباره‌ی یک شیء یا یک فرد که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌رود را داده می‌گوییم. از طرفی به هر یک از افراد یا اشیاء که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود واحد آماری گفته می‌شود. در نتیجه گزینه‌ی (۴) صحیح است.

**۲۷**      هر یک از شیرماهی‌ها یک واحد آماری است (نه وزن آن) و به مجموعه‌ی کل شیرماهی‌ها جامعه گفته می‌شود. شیرماهی‌هایی که برای بررسی انتخاب می‌کنیم (زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری) یک نمونه است (نه جامعه) و به فرآیند انتخاب تعدادی شیرماهی از بین کل شیرماهی‌ها نمونه‌گیری گفته می‌شود. (به دست آوردن وزن تعدادی از شیرماهی‌ها نمونه‌گیری نیست و آمارگیری است).

**۲۸**      باید توجه داشت که کل آردهای فروشنده جامعه‌ی آماری است نه آن ۵۶۰ کیلوگرمی که نانوا قصد خرید آن را دارد و ۲ کیلوگرم آرد، نمونه است.

**۲۹**      از آنجایی که می‌خواهیم وزن تمام دانش‌آموزان مدرسه را بررسی کنیم، هر یک از دانش‌آموزان مدرسه یک واحد آماری است و تعداد آن‌ها با استفاده از اصل ضرب برابر است با:

$$۶ \times ۷ \times ۲۳ = ۹۶۶$$

**۳۰**      از آنجایی که از هر طبقه نمونه‌ی تصادفی ساده می‌گیریم، احتمال انتخاب واحدهای آماری درون یک طبقه‌ی خاص با هم برابر است. البته باید توجه داشت که اگر در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر طبقه متناسب با تعداد اعضای آن طبقه نمونه بگیریم، احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری با هم برابر می‌شود.

در نتیجه گزینه‌ی (۱) درست است. گزینه‌های (۲) و (۳) نیز طبق تعریف درست هستند، گزینه‌ی (۴) نادرست است. مجموعه‌ی کل واحدهای آماری را جامعه‌ی آماری می‌نامند نه مجموعه‌ی کل متغیرهای آماری.

**۳۱**      در نمونه‌ی تصادفی ساده همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند (گزینه‌ی (۲) درست است) ولی همه‌ی نمونه‌های ممکن هم احتمال نیستند و بستگی به تعداد اعضای نمونه دارد.

**۳۲**      باید توجه داشت که نمونه‌گیری تصادفی ساده، خوشه‌ای، طبقه‌ای و سیستماتیک همگی احتمالی‌اند و در نمونه‌گیری احتمالی همه‌ی واحدهای آماری احتمالی معلوم برای انتخاب شدن در نمونه دارند (نه لزوماً یکسان)

**۳۳**      گزینه‌ی ۱ شبیه به نمونه‌گیری طبقه‌ای

می‌گفت احتمال این‌که فرد بخصوصی از گروه مثلاً ۶ عضوی انتخاب شود باز هم جواب  $\frac{1}{3}$  بود و برای همین است که می‌گوییم در نمونه‌گیری خوشه‌ای اگر سرشماری انجام شود، احتمال انتخاب همه‌ی اعضا برابر است (باید توجه داشت که در این تست چون اندازه‌ی خوشه‌ها برابر نیست با انتخاب خوشه‌های متفاوت تعداد اعضای نمونه‌ی انتخاب شده با هم فرق می‌کند و  $n$  مشخص نیست و نمی‌توان از رابطه‌ی  $\frac{n}{N}$  استفاده کرد).

**۴۱**      برای آن‌که فرد بخصوصی از گروه ۹ عضوی انتخاب شود اولاً باید خوشه‌ی آن فرد انتخاب شود که احتمال آن برابر است با  $\frac{1}{3}$  و ثانیاً وقتی که خوشه‌اش انتخاب شد آن شخص باید جزو آن ۴ نفر باشد (برخلاف تست قبل که همه انتخاب می‌شدند در این تست همه‌ی اعضای یک خوشه انتخاب نمی‌شوند) که احتمال آن برابر است با  $\frac{1}{9}$ . در نتیجه جواب برابر است با  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$ . (اگر می‌گفت احتمال این‌که فرد بخصوصی از گروه مثلاً ۶ نفری انتخاب شود جواب متفاوت است و برابر است با  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ . یعنی می‌توان گفت در حالتی که تمام اعضای یک خوشه انتخاب نمی‌شوند دیگر همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه ممکن است احتمال‌های یکسان نداشته باشند).

**۴۲**      فرض کنید تعداد کل دانش‌آموزان دوازدهمی  $x$  باشد، برای اینکه می‌خواهیم در نمونه‌گیری طبقه‌ای نسبت تعداد اعضا در نمونه و جامعه برابر باشد باید داشته باشیم:

$$\frac{x}{x + 485 + 291} = \frac{36}{68} = \frac{9}{17}$$

$$\Rightarrow 17x = 9x + 9 \times 776 \Rightarrow 8x = 9 \times 776$$

$$\Rightarrow x = \frac{9 \times 776}{8} = 9 \times 97 = 873$$

**۴۳**      جامعه به ۴ طبقه تقسیم شده است و از هر طبقه نمونه‌ای تصادفی ۵ تایی انتخاب شده است، یعنی این روش نمونه‌گیری طبقه‌ای است.

می‌دانیم در روش طبقه‌ای اگر از هر طبقه متناسب با جمعیت آن نمونه گرفته شود آنگاه احتمال انتخاب تمام اعضای جامعه برابر است و از رابطه‌ی  $\frac{n}{N}$  به دست می‌آید (یا از رابطه‌ی  $\frac{n_i}{N_i}$ ).

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \frac{n_3}{N_3} = \frac{n_4}{N_4} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

یا

$$\frac{n}{N} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$$

**۴۴**      همچنین احتمال این‌که فرد بخصوصی از طبقه‌های  $B$  و  $C$  انتخاب شود برابر است با:

$$\frac{n_B}{N_B} = \frac{20}{1105} = \frac{4}{221}, \quad \frac{n_C}{N_C} = \frac{64}{3536} = \frac{4}{221}$$

است و گزینته‌ی ۲ نمونه‌گیری تصادفی است و گزینته‌ی ۴ اصلاً نمونه‌گیری احتمالی نیست و غیراحتمالی است.

در نمونه‌گیری خوشه‌ای جامعه به تعدادی خوشه یا گروه تقسیم می‌شود که در این تست دانشگاه را به تعدادی دانشکده تقسیم می‌کنیم. سپس تعدادی از خوشه‌ها (دانشکده‌ها) را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و همه‌ی واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم (سرشماری می‌کنیم).

**۳۴**      از آنجایی که نمونه‌ی انتخاب شده دوباره به جامعه برمی‌گردد و جامعه تغییر نمی‌کند احتمال در هر انتخاب برابر است با  $\frac{1}{6}$ .

**۳۵**      از آنجایی که از نتیجه‌ی ۲ انتخاب اول اطلاع نداریم، احتمال مانند این است که در انتخاب اول فرد بخصوصی عضو نمونه باشد و برابر است با  $\frac{1}{12}$ .

**۳۶**      از آنجایی که نمونه با جایگذاری است، احتمال موردنظر برابر است با:  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

**۳۷**      وقتی نمونه‌گیری بدون جایگذاری باشد و در انتخاب اول  $a_1$  آمده باشد  $a_1$  دیگر به جامعه برنمی‌گردد و در انتخاب سوم دیگر امکان ندارد  $a_1$  انتخاب شود و احتمال خواسته شده ۰ است.

**۳۸**      به تعداد  $\binom{10}{4}$  نمونه‌ی ۴ عضوی وجود دارد و احتمال هر یک از آن‌ها برابر است با:  $\frac{1}{\binom{10}{4}} = \frac{1}{210}$

**۳۹**      از آنجایی که جامعه به ۴۰ خوشه تقسیم شده است و چهارتا از خوشه‌ها انتخاب شده و کل اعضای آن چهار خوشه انتخاب شده است. این روش نمونه‌گیری خوشه‌ای است. می‌دانیم اگر در نمونه‌گیری خوشه‌ای تمام اعضای یک خوشه انتخاب شوند احتمال انتخاب هر عضو از جامعه از رابطه‌ی

$$\frac{\text{تعداد خوشه‌ها برای نمونه}}{\text{تعداد کل خوشه‌ها}}$$

به دست می‌آید که در اینجا برابر است با  $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$  (همچنین می‌دانیم اگر تعداد اعضای خوشه‌ها برابر باشند احتمال انتخاب هر عضو برابر است با  $\frac{n}{N}$  که در اینجا برابر است با  $\frac{20}{200} = \frac{1}{10}$ )

**۴۰**       $\frac{\text{تعداد خوشه‌ها برای نمونه}}{\text{تعداد کل خوشه‌ها}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(برای این‌که فرد بخصوصی از گروه ۹ عضوی انتخاب شود باید خوشه‌ی آن انتخاب شود و اگر خوشه‌ی آن انتخاب شود حتماً فرد موردنظر انتخاب می‌شود زیرا تمام اعضای خوشه انتخاب می‌شوند). باید توجه داشت که اگر





یعنی احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری برابر هستند، زیرا در این نمونه‌گیری از هر طبقه متناسب با سهم آن از کل، نمونه برداشته شده است.

$$\left( \frac{۶۴}{۳۵۳۶} = \frac{۲۰}{۱۱۰۵} = \frac{۲۸}{۱۵۴۷} \right)$$

در نتیجه می‌توانیم بگوییم در نمونه‌گیری طبقه‌ای اگر از هر طبقه متناسب با سهم آن در جامعه نمونه برداشته شود، احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری برابر است.

۴  ۳  ۱  ۴۵

$$P_A = \frac{n_A}{N_A} = \frac{۴۲}{۱۵۴۷} = \frac{۶}{۲۲۱}$$

$$P_B = \frac{n_B}{N_B} = \frac{۳۵}{۱۱۰۵} = \frac{۷}{۲۲۱}$$

$$|P_A - P_B| = \left| \frac{۶}{۲۲۱} - \frac{۷}{۲۲۱} \right| = \frac{۱}{۲۲۱}$$

در این تست چون از هر طبقه متناسب با سهم آن از جامعه برداشته نشده است، احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری برابری نیست.

۴  ۲  ۱  ۴۶

چون می‌خواهیم از هر پایه متناسب با تعداد دانش‌آموزان آن پایه نمونه‌گیری کنیم باید:

$$۳۴ = ۱۸۷ \times \frac{۲۷۴}{۲۷۴ + ۸۲۲ + ۴۱۱} \text{ دانش‌آموز دهمی،}$$

$$۱۰۲ = ۱۸۷ \times \frac{۸۲۲}{۲۷۴ + ۸۲۲ + ۴۱۱} \text{ دانش‌آموز یازدهمی و}$$

$$۵۱ = ۱۸۷ \times \frac{۴۱۱}{۲۷۴ + ۸۲۲ + ۴۱۱} \text{ دانش‌آموز دوازدهمی انتخاب شود.}$$

سوال مانند این است که در ظرفی ۳۴ توپ سفید، ۱۰۲ توپ قرمز و ۵۱ توپ مشکی وجود دارد، از این ظرف ۳۶ توپ، و از بین این ۳۶ توپ ۸ توپ و در نهایت از بین این ۸ توپ یک توپ را انتخاب می‌کنیم و احتمال این را می‌خواهیم بیابیم که توپ قرمز باشد، می‌دانیم آن کارهای وسط تأثیری ندارند و سوال مانند این است که از ظرف مذکور ۱ توپ را برداریم با چه احتمالی آن توپ قرمز است که حاصل برابر است با

$$\frac{۱۰۲}{۳۴ + ۱۰۲ + ۵۱} = \frac{۱۷ \times ۶}{۱۷ \times ۲ + ۱۷ \times ۶ + ۱۷ \times ۳} = \frac{۶}{۲ + ۶ + ۳} = \frac{۶}{۱۱}$$

(در این سوال چون در نهایت یک نفر را می‌خواستیم برداریم نیاز به حساب کردن اعضای هر پایه در نمونه‌ی انتخاب شده نیست و احتمال برابر است با  $\frac{۸۲۲}{۲۷۴ + ۸۲۲ + ۴۱۱}$  که پس از ساده کردن برابر است با  $\frac{۶}{۱۱}$ ).

۴  ۳  ۱  ۴۷

از آنجایی که در روش سیستماتیک اندازه‌ی طبقات با هم برابر است باید تعداد اعضای جامعه را بر تعداد اعضای نمونه تقسیم کنیم:  $\frac{N}{n} = \frac{۸۵۸}{۱۳} = ۶۶$  (۱۳ طبقه‌ی ۶۶ عضوی داریم و باید ۶۶ تا ۶۶ تا جلو برویم). شماره‌ی اولین واحد آماری انتخاب شده ۳۱، دومین واحد آماری ۳۱ + ۶۶ و ... و  $k$ امین واحد انتخابی

$۳۱ + ۶۶(k - ۱)$  است (دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۶۶ و جمله‌ی اول ۳۱).

$$۶۶(k - ۱) + ۳۱ \geq ۵۵۷$$

$$\xrightarrow{\pm ۳۱} ۶۶k \geq ۵۲۶ \xrightarrow{\div ۶۶} k \geq ۸,۹۷$$

$$k = ۹۹ \Rightarrow ۶۶ \times ۸ + ۳۱ = ۵۵۹$$

در حقیقت شماره‌ی واحدهای انتخابی به این صورت است:

$$۳۱, ۳۱ + ۶۶ = ۹۷, ۹۷ + ۶۶ = ۱۶۳, \dots, ۴۹۳ + ۶۶ = ۵۵۹$$

**روش تستی:** باید دنبال عددی باشیم که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۶۶، ۳۱ باشد. یعنی عددی که منتهای ۳۱ کنیم حاصل بر ۶۶ بخش‌پذیر باشد که در بین اعداد داده شده فقط ۵۵۹ دارای این خاصیت است.

۴  ۲  ۱  ۴۸  $\frac{۷۲}{۶} = ۱۲$  طبقه‌ی ۶ عضوی داریم.

$$\underline{۱, ۲, \dots, ۱۲}, \underline{۱۳, ۱۴, \dots, ۲۴}$$

$$\underline{۲۵, ۲۶, \dots, ۳۶}, \underline{۳۷, ۳۸, \dots, ۴۸}$$

$$\underline{۴۹, ۵۰, \dots, ۶۰}, \underline{۶۱, ۶۲, \dots, ۷۲}$$

برای اینکه ۳۴ انتخاب شود باید از طبقه‌ی اول ۱۰ انتخاب شود که احتمال آن  $\frac{۱}{۱۲}$  است (از بین ۱۲ عدد یکی را می‌خواهیم انتخاب کنیم) (در نمونه‌گیری سیستماتیک احتمال انتخاب هر عضو جامعه از رابطه‌ی  $\frac{n}{N}$  به دست می‌آید).

۴  ۳  ۱  ۴۹ شبیه به نمونه‌گیری طبقه‌ای است.

در مورد (الف) دانشجویان دانشگاه‌های شریف و تهران نمی‌توانند نماینده‌ی مناسبی از کل جامعه‌ی جوانان کشور باشند و ما فقط دو دانشگاه خاص را بررسی کرده‌ایم و خیلی از جوانان اصلاً دانشجوی نیستند یا فارغ‌التحصیل شده‌اند.

در مورد (ب) باید انتخاب مدارس تصادفی باشد و نباید فقط مدرسه‌ای خاص را به قضاوت خود انتخاب کنیم یا مدرسه‌ای که به اطلاعات آن دسترسی داریم و یا به ما نزدیک است را انتخاب کنیم.

در مورد (ج) اگر از همه‌ی دانش‌آموزان مدارس انتخاب شده سوال می‌کردیم نمونه‌گیری احتمالی بود (نمونه‌گیری خوشه‌ای) حتی اگر از هر مدرسه تعدادی را به تصادف انتخاب می‌کردیم نیز باز نمونه‌گیری احتمالی بود ولی معلم تعدادی را به قضاوت خود انتخاب کرده و احتمالی نیست.

در مورد (د) استفاده از نظر شخصی موجب می‌شود نمونه‌گیری غیراحتمالی شود (اگر متناسب با تعداد دخترها و پسرها تعدادی را به طور تصادفی انتخاب می‌کردیم شبیه به نمونه‌گیری طبقه‌ای می‌شد).

۴  ۳  ۲  ۱  ۵۰ در کل ۲۱ کلاس داریم که از بین آن‌ها ۷ کلاس ۳۰ نفری هستند. پس احتمال موردنظر برابر است با  $\frac{۱}{۳} = \frac{۷}{۲۱}$ .

از آنجایی که مشاهدات برخی از مواقع با خطا همراه است، اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم روش مشاهده مناسب نیست (مورد ج) درست است).  
مورد (د) درست است.

۵۶  ۱  ۲  ۳  ۴ متغیرهای کیفی ممکن است عدد نباشند و جمع و تفریق نشوند (مورد الف) نادرست است) برای متغیرهای کمی، جمع و تفریق قابل انجام است.

نمونه هرچه ناریب‌تر باشد بهتر است و نمونه‌ی اریب (دارای انحراف) نمی‌تواند تخمین درستی از ویژگی‌های جامعه را به ما بدهد زیرا به سمتی خاص انحراف دارد (مورد ب) نادرست است).

اگر داده‌هایی به سمتی انحراف پیدا کنند، افزایش تعداد نمونه‌ها نیز به کاهش این انحراف کمک نمی‌کند. (مورد ج) نادرست است).

متغیرهای کمی مقادیری عددی می‌گیرند (مورد د) نادرست است).

متغیرهای کیفی هستند که لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرند.

۵۷  ۱  ۲  ۳  ۴ نوع آلاینده‌ی هوا صرفاً برای دسته‌بندی به کار می‌رود و عدد نیست در نتیجه کیفی است و چون در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود ندارد کیفی اسمی است (باید توجه داشت که میزان آلاینده‌ی هوا که به طور عدد بیان می‌شود کمی پیوسته است).

۵۸  ۱  ۳  ۴ ۵۰۰ نفری که انتخاب می‌شوند نمونه هستند و کل جامعه نیستند، پس میانگین تعداد کتاب‌های خوانده شده توسط آن‌ها آماره است و نه پارامتر.

میانگین تعداد کتاب‌های غیردرسی خوانده شده توسط کل دانش‌آموزان یازدهم پارامتر است (گزینه‌ی ۱) نادرست است).

نمونه‌گیری مطرح شده احتمالی است و شبیه به نمونه‌گیری خوشه‌ای است با این تفاوت که همه‌ی دانش‌آموزان دبیرستان انتخاب نشده‌اند. (گزینه‌ی ۲) درست است).

متغیر اشاره شده کمی گسسته است.

تعداد کتاب‌های غیردرسی خوانده شده توسط دانش‌آموز متغیر است نه واحد آماری. واحد آماری در این سوال خود دانش‌آموزان هستند.

۵۹  ۱  ۲  ۳  ۴ احتمالی است (مورد الف) صحیح است).

$\bar{x}$  آماره است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید و بعد از گرفتن نمونه و با معلوم شدن آن می‌توان آن را به دست آورد ولی  $\sigma + \bar{x}$  آماره نیست چون  $\sigma$  مربوط به جامعه است و مجهول است و مربوط به نمونه نیست و از روی نمونه نمی‌توان آن را به دست آورد (آماره مربوط به نمونه است نه جامعه) (مورد ب) نادرست است).

۱۰۰ نفر انتخاب شده نمونه هستند نه آماره زیرا آماره یک مشخصه‌ی عددی است. (مورد ج) نادرست است).

با استفاده از نمونه‌گیری نمی‌توان پارامتر جامعه را به دست آورد (پارامتر مجهول است و فقط با سرشماری به دست می‌آید با استفاده از نمونه‌گیری

۵۱  ۱  ۲  ۳  ۴ در کل  $7 \times 30 + 3 \times 29 + 6 \times 28 + 5 \times 27$  دانش‌آموز داریم که از بین آن‌ها  $7 \times 30$  نفر در کلاس ۳۰ نفری هستند. پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{210}{210 + 87 + 168 + 135} = \frac{210}{600} = \frac{7}{20} = 0,35$$

۵۲  ۱  ۲  ۳  ۴ روشی که او برای نمونه‌گیری انتخاب کرده است نادرست است زیرا واحدهای آماری موردنظر در این تست کلاس‌ها هستند و نه دانش‌آموزان. بدهی است که احتمال حضور هر کلاس متناسب با تعداد اعضای آن است و مثلاً احتمال حضور یک کلاس ۳۰ نفری  $\frac{30}{27}$  برابر احتمال حضور یک کلاس ۲۷ نفره است. چون هر ۳۰ نفر دانش‌آموزان کلاس می‌گویند که در کلاس ۳۰ نفری هستند ولی باید آن‌ها را فقط یک کلاس دید و این یعنی شرایط نمونه‌گیری ساده برقرار نیست و نمونه اریب است.

و چون فرد از دانش‌آموزان پرسیده کار او ایراد دارد.  $\frac{1}{3}$  کلاس‌ها ۳۰ نفری هستند و جواب واقعی نیز همین است. از طرفی  $\frac{7}{20}$  دانش‌آموزان در کلاس‌های ۳۰ نفری حضور دارند که جواب همان سوالی است که فرد پرسیده.

$$0,35 - \frac{1}{3} = 0,1667 \approx 0,17$$

۵۳  ۱  ۲  ۳  ۴ در مورد الف) اکثراً افرادی به کتابخانه می‌روند که اهل مطالعه هستند و نمونه‌گیری اریب است.

در مورد ب) افرادی که بیشتر در رفت و آمدند شانس بیشتری دارند و خیلی افراد اصلاً به آن نگاه نمی‌کنند و نمونه‌گیری اریب است.

در مورد ج) کسانی که مایل به پاسخ‌گویی هستند معمولاً بیشتر اهل مطالعه هستند و بالعکس و این نمونه‌گیری اریب است.

بهتر است برای این کار نمونه‌ای تصادفی از کل دانش‌آموزان انتخاب کنیم.

۵۴  ۱  ۲  ۳  ۴ در گزینه‌ی ۱)، باید از مشاهده استفاده کرد زیرا نیازی به فرد پاسخ‌گو نیست و کافی است خودروهایی که راننده کمربند خود را بسته مشاهده کرده و تعداد آن‌ها را بشمریم.

در گزینه‌ی ۲)، از پرسش نامه استفاده می‌کنیم.

در گزینه‌ی ۳)، چون به اطلاعات گذشته نیاز داریم و این اطلاعات در سایت‌های معتبر ذخیره شده است از دادگان استفاده می‌کنیم.

در گزینه‌ی ۴)، از مصاحبه استفاده می‌کنیم.

(اطلاعات مورد نیاز در گزینه‌های ۱)، ۲) و ۴) در جایی ذخیره نشده‌اند).

۵۵  ۱  ۳  ۴ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعدادی طبقه انتخاب نمی‌شود بلکه از هر طبقه نمونه‌ی تصادفی ساده گرفته می‌شود. (در نمونه‌گیری خوشه‌ای، از خوشه‌های انتخاب شده سرشماری می‌شود) در نتیجه مورد الف) نادرست است.

نمونه‌گیری فرایند انتخاب نمونه است نه تحلیل آن (مورد ب) نادرست است).



می توان آماره را به دست آورد) در نتیجه مورد (د) هم نادرست است.

**۶۰**  ۱  ۲  ۳  ۴ در نمونه‌گیری احتمالی همه‌ی واحدهای آماری احتمالی معلوم و نه لزوماً برابر برای انتخاب شدن در نمونه دارند (مورد الف) نادرست است.

در بسیاری از موارد آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست. بنابراین به رغم اینکه پارامتر مقدار ثابتی دارد این مقدار مجهول است (معلوم نیست) به همین دلیل از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند (مورد ب) درست است.

در نمونه‌گیری غیراحتمالی ممکن است بعضی از اعضاء شانس برای انتخاب شدن نداشته باشند (مورد ج) درست است.

آماره‌ها مربوط به نمونه هستند و لزومی ندارد داده‌های کل جامعه را داشته باشیم (مورد د) نادرست است.

**۶۱**  ۱  ۲  ۳  ۴

$$p = \frac{3!}{6!} = \frac{6}{6!} = \frac{1}{6!} = \frac{1}{36}$$

(نمونه، با جایگذاری است و ۳ حرف، ۳! جایگشت دارند)

$$q = \frac{1}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{20}$$

(می‌خواهیم از بین ۲۰ نمونه‌ی تصادفی یکی انتخاب شود)

$$|p - q| = \left| \frac{1}{36} - \frac{1}{20} \right| = \left| \frac{5 - 9}{180} \right| = \frac{4}{180} = \frac{1}{45}$$

**۶۲**  ۱  ۲  ۳  ۴ باید غیر از  $a_3, a_2, a_1$  عضو دیگر از ۹ عضو باقی‌مانده انتخاب کنیم.

$$\frac{\binom{12-3}{5-3}}{\binom{12}{5}} = \frac{\binom{9}{2}}{\binom{12}{5}} = \frac{1}{22}$$

**۶۳**  ۱  ۲  ۳  ۴ احتمال اینکه نمونه‌ی تصادفی شامل مهره‌ی ۵ نباشد برابر است با  $\frac{4^3}{5^3}$  پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$1 - \frac{4^3}{5^3} = 1 - \frac{64}{125} = \frac{61}{125} = 0,488$$

**۶۴**  ۱  ۲  ۳  ۴ در مخراج باید ۳ گروه را از بین ۵ گروه انتخاب کنیم.

برای اینکه  $A_1, A_2$  و  $C_1$  انتخاب شوند باید خوشه‌های  $A$  و  $C$  انتخاب شوند. و چون در آن خوشه‌ها سرشماری می‌شود خود به خود  $A_2, A_1$  و  $C_1$  نیز انتخاب می‌شوند.

در صورت  $A$  و  $C$  که باید باشند پس باید ۱ گروه دیگر از بین ۳ گروه باقی‌مانده غیر از  $A$  و  $C$  انتخاب شود:

$$\frac{\binom{5-2}{3-2}}{\binom{5}{3}} = \frac{\binom{3}{1}}{\binom{5}{3}} = \frac{3}{10}$$

**۶۵**  ۱  ۲  ۳  ۴ به احتمال  $\frac{3}{10}$  گروه‌های  $A$  و  $C$  انتخاب می‌شود در گروه  $A$  باید از بین ۵ عضو، ۳ عضو انتخاب کنیم که این کار به

$\binom{5}{3}$  طریق ممکن است و می‌خواهیم در بین ۳ عضو انتخاب شده  $A_1$  و

$A_2$  باشند. پس باید یک عضو دیگر از بین ۳ عضو باقی‌مانده غیر از  $A_1$  و  $A_2$  انتخاب شود پس احتمال آن برابر است با  $\frac{\binom{5-2}{3-2}}{\binom{5}{3}}$ .

در گروه  $C$ ، نمونه‌ای ۳ عضوی از بین ۶ عضو می‌گیریم و احتمال این که  $C_1$  در آن باشد برابر است با  $\frac{3}{6}$ . در نتیجه جواب برابر است با:

$$\frac{3}{10} \times \frac{\binom{3}{1}}{\binom{5}{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{200} = 0,045$$

**۶۶**  ۱  ۲  ۳  ۴ فرض کنید تعداد دانش‌آموزان دهم برابر  $x$  باشد در این صورت تعداد دانش‌آموزان دوازدهم برابر  $2x$  و تعداد دانش‌آموزان یازدهم برابر  $x^2$  است. و نسبت این اعداد به صورت ۱، ۲،  $x$  است. چون می‌خواهیم به صورت طبقه‌ای نمونه بگیریم سهم هر طبقه در نمونه با سهم آن طبقه در جامعه برابر است. اندازه‌ی نمونه‌ی خواسته شده ۲۴ است پس:

$$(1 + 2 + x)m = 24 \Rightarrow (3 + x)m = 24$$

$$3 + x \text{ باید شمارنده‌ی } 24 \text{ باشد و } 3x + x^2 \geq 24$$

$$x^2 + 3x - 24 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$$

$$3 + x = 8 \Rightarrow x = 5$$

$$3 + x = 12 \Rightarrow x = 9$$

$$3 + x = 24 \Rightarrow x = 21$$

۳ حالت مختلف می‌تواند داشته باشد.

**۶۷**  ۱  ۲  ۳  ۴

$$\frac{N}{n} = \frac{1365}{15} = 91$$

باید از ۹۱، ۴۰۰ تا ۹۱ تا جلو برویم تا به واحدهای خواسته شده برسیم (تمامی گزینه‌ها از ۴۰۰ بزرگتر هستند).

$$400 + 91 = 491, \quad 491 + 91 = 582$$

$$582 + 91 = 673, \quad 673 + 91 = 764$$

$$764 + 91 = \boxed{855}, \quad 855 + 91 = 946$$

$$946 + 91 = \boxed{1037}, \quad 1037 + 91 = 1128$$

$$1128 + 91 = 1219, \quad 1219 + 91 = \boxed{1310}$$

وقتی ۱۱۲۸ جزو واحدهای انتخابی است قطعاً ۱۱۲۴ جزو آن‌ها نیست.

**روش تستی:** باقی‌مانده‌ی ۴۰۰ بر ۹۱ رابه دست می‌آوریم تا شماره‌ی اولین واحد انتخاب شده به دست آید (یا از ۹۱، ۴۰۰ تا ۹۱ تا عقب می‌رویم تا



$24 = 144 \times \frac{258}{258 + 817 + 473}$  دانش آموز دهمی  
 $76 = 144 \times \frac{473}{258 + 817 + 473}$  دانش آموز یازدهمی و  
 $44 = 144 \times \frac{817}{258 + 817 + 473}$  دانش آموز دوازدهمی انتخاب شود.  
 می دانیم آن کارهای وسط تأثیری ندارد و احتمال برابر است با

$$\frac{\binom{24}{2} + \binom{76}{2} + \binom{44}{2}}{\binom{144}{2}} = \frac{276 + 2850 + 946}{10296} = \frac{4072}{10296} = \frac{509}{1287}$$

**۷۳**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶  
 انتخاب شوند، ۳ حالت وجود دارد:

I. مهره‌های ۱ و ۶ و مهره‌ای با شماره‌ی دیگر غیر از ۱ و ۶ انتخاب شود که آن مهره‌ی دیگر ۴ حالت دارد پس احتمال در این حالت برابر است با:

$$4 \times \frac{3!}{6^3} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

II. دو بار مهره‌ی ۱ و یک بار مهره‌ی ۶ بیاید که احتمال در این حالت برابر است با:

$$\frac{3}{6^3} = \frac{1}{72}$$

دو تا ۱ و یک ۶، ۳ جایگشت دارند.

III. دو بار مهره‌ی ۶ و یک بار مهره‌ی ۱ بیاید که احتمال آن دقیقاً برابر حالت II است.

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{72} = \frac{4+1}{36} = \frac{5}{36}$$

**راه حل دوم.** احتمال موردنظر برابر است با یک منهای حالتی که ۱ انتخاب نشود منهای حالتی که ۶ انتخاب نشود به اضافه‌ی حالتی که ۱ و ۶ هیچ کدام انتخاب نشوند. زیرا:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P((A' \cup B)') \\ &= 1 - P(A' \cup B) = 1 - P(A') - P(B) + P(A' \cap B) \\ &= 1 - \frac{5^3}{6^3} - \frac{5^3}{6^3} + \frac{4^3}{6^3} \\ &= \frac{216 - 125 - 125 + 64}{216} = \frac{30}{216} = \frac{5}{36} \end{aligned}$$

**۷۴**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\frac{N}{n} = \frac{858}{13} = 66$$

در نتیجه شماره‌های انتخاب شده به صورت  $29 + 66(k-1)$  هستند.

**نکته.** هیچ مربع کاملی وجود ندارد که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۳ برابر ۲ باشد.

به عدد موردنظر برسیم) این باقی‌مانده ۳۶ است، حال باید گزینه‌ای را بیابیم که باقی‌مانده‌اش بر ۹۱، ۳۶ نباشد که فقط گزینه‌ی ۲ این حالت را دارد (۳۶ - ۱۱۲۴ بر ۹۱ بخش پذیر نیست).

**۶۸**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶  
 از ۱۳۹۷ تا ۲۰۱۷، به تعداد ۶۲۱ عدد وجود دارد.

$$\frac{N}{n} = \frac{621}{9} = 69$$

حالا باید از ۶۹، ۱۸۸۷ تا ۶۹ تا عقب برویم تا به اولین واحد انتخاب شده برسیم که اگر این کار را ادامه بدهیم به ۱۴۰۴ می‌رسیم.

**روش تستی:** باقی‌مانده‌ی ۱۸۸۷ بر ۶۹ عدد ۲۴ است. پس باید دنبال گزینه‌ای باشیم که باقی‌مانده‌اش بر ۶۹، عدد ۲۴ باشد که فقط گزینه‌های ۲ و ۴ دارای این خاصیت هستند و ۱۴۰۴ کوچکتر است. روش سوم: باید کوچکترین عددی را انتخاب کنیم که از ۱۳۹۷ بزرگتر یا مساوی بوده و باقی‌مانده‌اش بر ۶۹ برابر ۲۴ باشد.

**۶۹**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶  
 باقی‌مانده‌ی ۷۶ و ۱۹۶ بر قدرنسبت  $\left(\frac{N}{n}\right)$  برابر است. در نتیجه اختلاف این دو عدد بر  $\frac{N}{n}$  بخش پذیر است. یعنی باید دنبال گزینه‌ای باشیم که اگر ۵۴۰ را بر آن تقسیم کنیم حاصل شمارنده‌ی ۱۲۰ باشد که فقط گزینه‌ی ۲ این خاصیت را دارد.

**۷۰**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶  
 باید دنبال شمارنده‌های ۵۴۰ باشیم که اگر ۵۴۰ بر آن تقسیم شود حاصل شمارنده‌ی ۱۲۰ باشد یعنی ۱۲۰ باید بر  $\frac{540}{n}$  بخش پذیر باشد که معادل است با  $120n$  بر ۵۴۰ بخش پذیر است. یعنی  $2n$  بر ۹ بخش پذیر است. پس  $n$  باید مضرب ۹ باشد. فرض کنیم  $n = 9t$ ، گفتیم ۵۴۰ بر  $n$  بخش پذیر است پس ۶۰ باید بر  $t$  بخش پذیر باشد، پس ما باید تعداد شمارنده‌های مثبت ۶۰ را بیابیم.

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$12 = (2+1)(1+1)(1+1) = \text{تعداد شمارنده‌های مثبت}$$

**نکته.** اگر  $P_1, P_2, \dots, P_k$  اعداد اول متمایز باشد تعداد شمارنده‌های مثبت  $P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_k^{\alpha_k}$  (رابطه‌ی ۱)  $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$  به دست می‌آید.

**۷۱**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\frac{N}{n} = \frac{714}{14} = 51$$

احتمال اینکه ۱۲۳ انتخاب شود برابر است با  $\frac{1}{51}$ ، از آنجایی که  $153 = 123 - 276$  مضرب ۵۱ است وقتی ۱۲۳ انتخاب شود خودبخود ۲۷۶ نیز انتخاب می‌شود. پس احتمال موردنظر همان  $\frac{1}{51}$  است.

**۷۲**  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶  
 چون می‌خواهیم از هر پایه متناسب با تعداد دانش‌آموزان آن پایه نمونه‌گیری کنیم باید از ۱۴۴ نفر

