فهرست– پاسخ‌نامه کتاب نوروز یازدهم ریاضی(جلد دوم)

آزمون ۱	شماره صفحه	نام مبحث
عربی، زبان قرآن(۲)	۵	من آیاتِ الأخلاقِ
زبان انگلیسی (۲)	۶	Understanding People
حسابان (۱)	۷	جبر و معادله
هندسه (۲)	۹	دایره
آمار و احتمال	۱۱	آشنایی با مبانی ریاضیات
فیزیک (۲)	۱۲	الکتریسیتهٔ ساکن
شیمی (۲)	۱۵	قدر هدایای زمینی را بدانیم

آزمون ۲	شماره صفحه	
عربی، زبان قرآن(۲)	۱۷	فی مَحضَر المعَلِّم
زبان انگلیسی (۲)	۱۸	Understanding People
حسابان (۱)	۱۹	جبر و معادله
هندسه (۲)	۲۱	دایره
آمار و احتمال	۲۳	آشنایی با مبانی ریاضیات
فیزیک (۲)	۲۴	الکتریسیتهٔ ساکن
شیمی (۲)	۲۶	قدر هدایای زمینی را بدانیم

آزمون ۳	شماره صفحه	
عربی، زبان قرآن(۲)	۲۹	عَجائبُ الأشجارِ
زبان انگلیسی (۲)	۳۰	A Healthy Lifestyle
حسابان (۱)	۳۱	تابع
هندسه (۲)	۳۳	دایره
آمار و احتمال	۳۴	احتمال
فیزیک (۲)	۳۵	جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
شیمی (۲)	۳۸	قدر هدایای زمینی را بدانیم + در پی غذای سالم

آزمون ۴	شماره صفحه	
عربی، زبان قرآن(۲)	۴۰	آدابُ الکلامِ
زبان انگلیسی (۲)	۴۱	A Healthy Lifestyle
حسابان (۱)	۴۲	تابع+ توابع نمایی و لگاریتمی
هندسه (۲)	۴۴	تبدیل‌های هندسی و کاربردها
آمار و احتمال	۴۶	احتمال
فیزیک (۲)	۴۷	جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
شیمی (۲)	۵۱	در پی غذای سالم

آزمون ۵	شماره صفحه	
عربی، زبان قرآن(۲)	۵۴	الکذبُ + آنه ماری شیمِل
زبان انگلیسی (۲)	۵۵	A Healthy Lifestyle+ Art and Culture
حسابان (۱)	۵۶	توابع نمایی و لگاریتمی + مثلثات
هندسه (۲)	۵۸	تبدیل‌های هندسی و کاربردها
آمار و احتمال	۶۰	آمار توصیفی
فیزیک (۲)	۶۱	مغناطیس
شیمی (۲)	۶۴	در پی غذای سالم

آزمون جامع	شماره صفحه	
عربی، زبان قرآن(۲)	۶۶	مِن آیات الأخلاق ... آنه ماری شیمِل
زبان انگلیسی (۲)	۶۷	Understanding People+ A Healthy Lifestyle + Art and Culture
حسابان (۱)	۶۸	جبرو معادله + تابع + توابع نمایی و لگاریتمی + مثلثات
هندسه (۲)	۷۰	دایره+ تبدیل‌های هندسی و کاربردها
آمار و احتمال	۷۲	آشنایی با مبانی ریاضیات + احتمال + آمار توصیفی
فیزیک (۲)	۷۴	الکتریسیتهٔ ساکن+ جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس
شیمی (۲)	۷۷	قدر هدایای زمینی را بدانیم + در پی غذای سالم

عربی، زبان قرآن(۲) – آزمون اول

۱– گزینهٔ «۱»

«قَد وَضَعَ»: قرار داده است (ماضی نقلی) / «اللهُ»: خداوند / «للّذینَ»: برای کسانی که / «یُظهرونَ»: نشان می‌دهند، آشکار می‌کنند / «الخصالَ»: ویژگی‌ها، خصلت‌ها / «السیّئةَ»: بد، ناپسند / «المؤمنینَ»: مؤمنان / «عقوبةً شدیدةً»: مجازات شدیدی / «فی الدّنیا و الآخرةِ»: در دنیا و آخرت

۲– گزینهٔ «۲»

«الجاسوسُ»: جاسوس، تجسّس‌کننده / «هو الّذی»: همان کسی است که / «یَعملُ»: کار می‌کند / «خفیّاً»: مخفیانه، پنهانی / «لیحصلَ علی»: تا به دست آورد / «معلومات»: اطلاعاتی، معلوماتی / «عن الآخَرینَ»: در مورد دیگران / «لأعدائهم»: برای دشمنانشان / «بهدف»: با هدف / «ایجاد الدسیسة»: ایجاد توطئه / «علیهم»: برای آن‌ها

۳– گزینهٔ «۴»

«خَزَرُ»: خزر / «أکبرُ»: بزرگترین / «بُحیرة»: دریاچه / «العالمِ»: جهان / «الّتی»: که / «خمسة بلدان»: پنج کشور / «تَستفِدنَ»: استفاده می‌کنند، بهره می‌برند / «مِن»: از / «منابعِهِ»: منابعش / «أعمق»: (اسم تفضیل) عمیق‌ترین / «مکانه»: جای آن / «یَقع»: واقع می‌شود، قرار دارد / «فی»: در / «الجزءِ الجنوبیِّ»: قسمت جنوبی

۴– گزینهٔ «۱»

تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینهٔ «۲»: «هست» نادرست است./ گزینهٔ «۳»: «گمراه کند» نادرست است./ گزینهٔ «۴»: «گناه می‌کنیم» نادرست است.

۵– گزینهٔ «۳»

«الفَلَق» به معنی «سپیده‌دم» است و مترادف آن «الفَجر» می‌باشد.

۶– گزینهٔ «۲»

این جمله که «اقیانوس (المُحیط) کوچک‌تر از دریا (البَحر) است!» جملهٔ نادرستی است.

۷– گزینهٔ «۲»

«آخَر» اسم تفضیل و «بِه» جارّ و مجرور است.
تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینهٔ «۱»: جار و مجرور ندارد./ گزینهٔ «۳»: جار و مجرور ندارد./ گزینهٔ «۴»: اسم تفضیل ندارد.

۸– گزینهٔ «۴»

«جُهّال»: جمع مکسر «جاهِل» است، پس اسم فاعل است./ «مُناسِبة»: عین الفعل (حرف سین) کسره دارد، پس اسم فاعل است./ «مَنافِذ»: جمع مکسر «مَنفَذ» است، پس اسم مکان است.

۹– گزینهٔ «۲»

با توجه به ترجمه، تنها گزینهٔ «۲» عملیات حسابی نادرستی را ارائه می‌کند:
گزینهٔ «۱»: ۸ ضرب در ۴ مساوی است با ۳۲./ گزینهٔ «۲»: ۱۰۰ تقسیم بر ۵ مساوی است با ۲۵. / گزینهٔ «۳»: ۶۴ تقسیم بر ۸ مساوی است با ۸./ گزینهٔ «۴»: ۱۱ ضرب در ۴ مساوی است با ۴۴.

۱۰– گزینهٔ «۳»

محلّ اعرابی صحیح کلمات: «شَهوة»: فاعل/ «عَقْل»: مفعول/ ضمیر «ه»: مضاف الیه/ «هُوَ»: مبتدا/ «شَرّ»: خبر/ «البَهائِمِ»: مجرور به حرف جر

مباحث آزمون اول	
نام درس	مبحث
عربی، زبان قرآن (۲)	من آیاتِ الأخلاقِ
زبان انگلیسی (۲)	**Understanding People**
حسابان(۱)	جبر و معادله
هندسه(۲)	دایره
آمار و احتمال	آشنایی با مبانی ریاضیات
فیزیک(۲)	الکتریسیتهٔ ساکن
شیمی(۲)	قدر هدایای زمینی را بدانیم

زبان انگلیسی (۲) – آزمون اول

۱۱–گزینهٔ «۲»

ترجمهٔ جمله: «من دوست ندارم در دریا شنا کنم. من از کودکی‌ام از آب می‌ترسم.»

۱) تصور کردن ۲) شنا کردن

۳) متغیر بودن ۴) خوردن

۱۲–گزینهٔ «۳»

ترجمهٔ جمله: «کتاب کار ما آنقدر ماهرانه طراحی شده است که می‌تواند دانش‌آموزان را قادر سازد بهتر به اهداف خود برسند.»

۱) قرار گذاشتن، مرتب کردن ۲) ترک کردن

۳) ملاقات کردن، رسیدن (هدف) ۴) احترام گذاشتن

۱۳– گزینهٔ «۲»

ترجمهٔ جمله: «یک زبان با گویش‌گران بسیار کم یک زبان در معرض خطر نامیده می‌شود.»

۱) قوی ۲) در معرض خطر

۳) متفاوت ۴) با ارزش

۱۴– گزینهٔ «۳»

ترجمهٔ جمله: «من معمولاً یک قرص نان و یک تکه کیک برای صبحانه می‌خورم.»

نکته: به ترکیب **"a loaf of bread"** توجه نمایید.

۱۵– گزینهٔ «۳»

ترجمهٔ جمله: «او کلمات اسپانیایی زیادی می‌داند، بنابراین می‌تواند آن (اسپانیایی) را خیلی خوب حرف بزند.»

"word" کلمه‌ای قابل شمارش است (دلیل نادرستی گزینهٔ «۴»).

در ضمن **"a lot"** قید است و در این ساختار به کار نمی‌رود.

با توجه به مفهوم جمله، گزینهٔ «۳» صحیح است.

۱۶– گزینهٔ «۲»

ترجمهٔ جمله: «چه چیزی می‌تواند بهترین عنوان برای متن باشد؟»

«زبان‌های در معرض خطر»

۱۷– گزینهٔ «۲»

ترجمهٔ جمله: «این می‌تواند از متن فهمیده شود که بسیاری از زبان‌ها دارند منقرض می‌شوند.»

۱۸– گزینهٔ «۱»

ترجمهٔ جمله: «کلمهٔ **"exist"** (وجود داشتن) که زیر آن خط کشیده شده است، از لحاظ معنایی به **"live"** (زندگی کردن) نزدیک‌ترین است.»

۱۹–گزینهٔ «۱»

ترجمهٔ جمله: «کدام جمله بر اساس متن نادرست است؟»

«انگلیسی تنها زبان جهانی است.»

۲۰–گزینهٔ «۴»

ترجمهٔ جمله: «اگر گویش‌گران بومی یک زبان از صحبت کردن به آن (زبان) دست بردارند، چه می‌شود؟»

«آن زبان خواهد مرد.»

حسابان(۱) – آزمون اول

۲۱– گزینهٔ «۱»

$$a_۶ + a_{۱۵} = (a_۱ + ۵d) + (a_۱ + ۱۴d) = ۲a_۱ + ۱۹d = ۳۷$$

$$S_{۲۰} = \frac{۲۰}{۲}[۲a_۱ + ۱۹d] \Rightarrow S_{۲۰} = ۱۰ \times [۲a_۱ + ۱۹d] = ۱۰ \times ۳۷ = ۳۷۰$$

۲۲– گزینهٔ «۳»

بنابر فرضیات مسئله داریم:

$$\begin{matrix} a_۱ + a_۳ + ... + a_{۱۹} = ۱۲۰ \\ a_۲ + a_۴ + ... + a_{۲۰} = ۱۳۵ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱۰}{۲}[a_۱ + a_{۱۹}] = ۱۲۰ \\ \frac{۱۰}{۲}[a_۲ + a_{۲۰}] = ۱۳۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_۱ + a_{۱۹} = ۲۴ \\ a_۲ + a_{۲۰} = ۲۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a_۱ + ۱۸d = ۲۴ \\ ۲a_۱ + ۲۰d = ۲۷ \end{cases} \Rightarrow d = \frac{۳}{۲}$$

۲۳– گزینهٔ «۲»

می‌دانیم $a_۶ + a_۷ = S_۷ - S_۵$ است. لذا داریم:

$$\begin{matrix} S_۷ = \frac{۳(۷)^۲ + ۷}{۲} = ۷۷ \\ S_۵ = \frac{۳(۵)^۲ + ۵}{۲} = ۴۰ \end{matrix} \Rightarrow a_۶ + a_۷ = ۷۷ - ۴۰ = ۳۷$$

۲۴– گزینهٔ «۴»

می‌دانیم مجموع n جملهٔ اول یک دنباله حسابی با قدر نسبت d و جملهٔ اول a برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{۲}[۲a_۱ + (n-۱)d]$$

بنابراین: $S_{۱۰} = ۵(۲a_۱ + ۹d)$

در دنبالهٔ جدید داریم:

$$S'_{۱۰} = ۵(۲a_۱ + ۹(d+۳)) = ۵(۲a_۱ + ۹d + ۲۷)$$

$$= ۵(۲a_۱ + ۹d) + ۱۳۵$$

درنتیجه:

$$S'_{۱۰} = S_{۱۰} + ۱۳۵$$

۲۵– گزینهٔ «۱»

در ابتدا مساحت مربع $(۲\sqrt{۲})^۲ = ۸$ واحد مربع است. در مرحله اول $\frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$ واحد مربع از شکل سفید است. در مرحله دوم $(\frac{۱}{۲})^۲ \times ۸ = ۲$ واحد مربع از شکل سفید است و در نهایت در مرحله nاُم، $(\frac{۱}{۲})^n \times ۸$ واحد مربع از مساحت مربع باقی‌می‌ماند که سفید است. حال با توجه به شرط مسأله، باید کم‌تر از ۴ درصد سفید باقی‌مانده باشد. پس:

$$\frac{(\frac{۱}{۲})^n \times ۸}{۸} < \frac{۴}{۱۰۰} \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^n < (\frac{۱}{۲۵}) \Rightarrow n \geq ۵ \xrightarrow{\text{حداقل مقدار}} n = ۵$$

۲۶– گزینهٔ «۳»

اگر جملهٔ اول را $a_۱$ و قدر نسبت را q در نظر بگیریم، طبق فرض داریم:

$$\frac{S_۶}{S_۲} = ۴۳$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{۱-q^۶}{۱-q^۲} = ۴۳ \Rightarrow \frac{(۱-q^۲)(۱+q^۲+q^۴)}{۱-q^۲} = ۴۳ \Rightarrow q^۴ + q^۲ - ۴۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (q^۲ + ۷)(q^۲ - ۶) = ۰$$

لذا $q^۲ = ۶$ می‌باشد. در نتیجه:

$$\frac{S_۴}{S_۲} = \frac{۱-q^۴}{۱-q^۲} = ۱ + q^۲ = ۱ + ۶ = ۷$$

۲۷– گزینهٔ «۲»

روشن است که صورت و مخرج کسر، مجموع جملات دو دنباله هندسی هستند. پس:

$$\frac{۱ + a + ... + a^{۱۳} + a^{۱۴}}{۱ + a^۳ + a^۶ + a^۹ + a^{۱۲}} = \frac{\frac{۱(۱-a^{۱۵})}{۱-a}}{\frac{۱(۱-(a^۳)^۵)}{۱-a^۳}} = \frac{۱-a^۳}{۱-a}$$

$$= \frac{(۱-a)(۱+a+a^۲)}{۱-a} = ۱ + a + a^۲$$

حال از آن‌جایی که $a = \frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ است، داریم:

$$۲a = \sqrt{۵} - ۱ \Rightarrow ۲a + ۱ = \sqrt{۵} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} ۴a^۲ + ۴a + ۱ = ۵$$

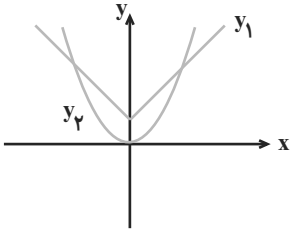
$$\Rightarrow ۴(a^۲ + a) = ۴ \Rightarrow a^۲ + a = ۱$$

بنابراین حاصل عبارت مطلوب برابر است با:

$$۱ + a + a^۲ = ۱ + (۱) = ۲$$

۲۸– گزینهٔ «۲»

برای حل معادلهٔ $۳ + ۲|x| - x^۲ = ۰$ به روش هندسی، معادله را به‌صورت $x^۲ = ۳ + ۲|x|$ می‌نویسیم. در نهایت محل برخورد منحنی‌های دو تابع $y_۱ = ۳ + ۲|x|$ و $y_۲ = x^۲$ جواب‌های معادلهٔ مذکور می‌باشند.



۲۹- گزینهٔ «۳»

اگر m و n جواب‌های معادله $f(x)=0$ باشند، طبق فرض داریم:

$$(m-n)^2=(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2 \Rightarrow m^2+n^2-2mn=m+n+2\sqrt{mn}$$

$$\Rightarrow (S^2-2P)-2P=S+2\sqrt{P} \Rightarrow S^2-4P-S-2\sqrt{P}=0$$

می‌دانیم: $S=-\frac{b}{a}$ و $P=\frac{c}{a}$، لذا داریم:

$$P=1 \Rightarrow (1-2k)^2-4-(1-2k)-2=0 \quad \text{و} \quad S=1-2k$$

$$\Rightarrow 4k^2-2k-6=0 \Rightarrow 2k^2-k-3=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=-1 \\ k=\frac{3}{2} \end{cases} \text{(غ ق ق)}$$

$k=\frac{3}{2}$ غیرقابل قبول است زیرا به ازای آن $m=n=-1$ به دست می‌آید.

۳۰- گزینهٔ «۳»

می‌دانیم $\alpha\beta=\frac{c}{a}$، در نتیجه:

$$\alpha\beta=\frac{2}{2}=1 \Rightarrow \beta=\frac{1}{\alpha}$$

لذا داریم:

$$\alpha+\frac{1}{\alpha}=\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha+\frac{1}{\alpha}=\frac{7}{2}$$

۳۱- گزینهٔ «۲»

اگر ریشه‌های معادلهٔ اول را x_1 و x_2 و ریشه‌های معادله جدید را α و β بنامیم، داریم: $x_1x_2=-4$ و $x_1+x_2=2\sqrt{3}$، حال از آن‌جایی که $\alpha=x_1^2$ و $\beta=x_2^2$، داریم:

$$S=\alpha+\beta=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=12+8=20$$

$$P=\alpha\beta=x_1^2x_2^2=\underbrace{(x_1x_2)}_{-4}^2=16$$

بنابراین معادلهٔ مطلوب برابر است با:

$$x^2-20x+16=0$$

۳۲- گزینهٔ «۱»

با توجه به این‌که تابع دارای ماکزیمم است پس:

$$m+5<0 \Rightarrow m<-5$$

از طرفی در تابع درجه دوم، عرض نقطه ماکزیمم $\frac{-\Delta}{4a}$ است. حال بنابر فرض مسأله داریم:

$$-\frac{\Delta}{24}=0 \Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow 24-4m(m+5)=0 \Rightarrow m^2+5m-6=0$$

$$\Rightarrow (m+6)(m-1)=0 \xrightarrow{m<-5} m=-6$$

۳۳- گزینهٔ «۴»

$$f(0)=3 \Rightarrow c=3 \Rightarrow f(x)=ax^2+bx+3$$

از طرفی یکی از ریشه‌ها $x=2$ است، پس $f(2)=0$ می‌باشد.

$$4a+2b+3=0$$

هم‌چنین داریم:

$$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{25}{8} \Rightarrow -\frac{b^2-4a(3)}{4a}=\frac{25}{8} \Rightarrow -b^2+12a=\frac{25}{2}a$$

$$\Rightarrow -2b^2+24a=25a \Rightarrow a=-2b^2$$

بنابراین:

$$4a+2b+3=0 \Rightarrow 4(-2b^2)+2b+3=0 \Rightarrow -8b^2+2b+3=0$$

$$\Rightarrow b=\frac{-2\pm\sqrt{4+96}}{-16}=\begin{cases} \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{(غ ق ق)}$$

چون دهانه سهمی رو به پایین است $(a<0)$ و طول رأس سهمی $(-\frac{b}{2a})$ هم مثبت است، پس باید $b>0$. در نتیجه:

$$b=\frac{3}{4} \Rightarrow a=-2(\frac{3}{4})^2=-\frac{9}{8}$$

۳۴- گزینهٔ «۲»

می‌دانیم ریشه یک معادله در خود معادله صدق می‌کند. لذا داریم:

$$x=\alpha \Rightarrow 2\alpha^2-5\alpha+1=0 \Rightarrow 2\alpha^2=5\alpha-1$$

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{5}{2}$$

بنابراین:

$$2\alpha^2+5\beta=5\alpha-1+5\beta=5\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S}-1=5\times(\frac{5}{2})-1$$

$$=\frac{23}{2}=11\frac{1}{2}$$

۳۵- گزینهٔ «۳»

باید $\Delta>0$ و هم‌چنین $x_1+x_2>0$ و $x_1x_2>0$. لذا داریم:

$$\Delta=4(1-k(2k-1)) \xrightarrow{\Delta>0} -2k^2+k+1>0 \Rightarrow 2k^2-k-1<0$$

$$\Rightarrow (2k+1)(k-1)<0 \Rightarrow -\frac{1}{2}<k<1 \qquad (1)$$

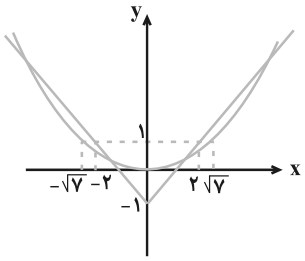
از طرفی $x_1+x_2=-\frac{2}{k}$ و $x_1x_2=\frac{2k-1}{k}$ می‌باشد، بنابراین:

$$-\frac{2}{k}>0 \text{ و } \frac{2k-1}{k}>0 \Rightarrow k<0 \text{ و } (k<0 \text{ یا } k>\frac{1}{2}) \Rightarrow k<0 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} -\frac{1}{2}<k<0$$

۳۶- گزینهٔ «۴»

با توجه به نمودار سهمی $y=\frac{1}{7}x^2$ و نمودار $y=|x|-1$ نتیجه می‌شود که این معادله ۴ ریشه حقیقی دارد.



۳۷- گزینهٔ «۳»

با توجه به این‌که جواب‌های هر معادله در آن معادله صدق می‌کنند، $x=۲$ را در معادله قرار می‌دهیم.

$$\frac{۲}{۳(۲)-۱}+\frac{۱۱}{t}=\frac{۸(۲)}{۳(۲)+۱}\Rightarrow\frac{۱۱}{t}=\frac{۱۶}{۷}-\frac{۲}{۵}=\frac{۸۰-۱۴}{۳۵}=\frac{۶۶}{۳۵}$$

$$\Rightarrow t=\frac{۳۵}{۶}$$

۳۸- گزینهٔ «۲»

اگر $\sqrt{۳+\frac{۱}{x}}=a$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\sqrt{\frac{۳x+۱}{x}}=a\Rightarrow\sqrt{\frac{x}{۳x+۱}}=\frac{۱}{a}$$

بنابراین معادله به شکل زیر درمی‌آید:

$$۴\frac{۱}{a}+a=۴\Rightarrow a^۲-۴a+۴=۰\Rightarrow(a-۲)^۲=۰\Rightarrow a=۲$$

در نتیجه:

$$\sqrt{۳+\frac{۱}{x}}=۲\Rightarrow۳+\frac{۱}{x}=۴\Rightarrow\frac{۱}{x}=۱\Rightarrow x=۱$$

لذا معادله تنها یک ریشه حقیقی دارد.

۳۹- گزینهٔ «۲»

دو طرف معادله را در «ک.م.م» مخرج‌ها یعنی $(x+۱)(x^۲-x+۱)$ ضرب می‌کنیم: $(x\neq-۱)$

$$(x^۲-x+۱)-۲(x+۱)=۱-۲x\Rightarrow x^۲-۳x-۱=۱-۲x$$

$$\Rightarrow x^۲-x-۲=۰$$

$$\Rightarrow(x+۱)(x-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x_۱=-۱ & (\text{غ ق ق})\\ x_۲=۲\end{cases}$$

۴۰- گزینهٔ «۱»

دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{۲۶+\sqrt{۲x+۸۰}})^۲=(۶)^۲\Rightarrow۲۶+\sqrt{۲x+۸۰}=۳۶$$

$$\Rightarrow\sqrt{۲x+۸۰}=۱۰\Rightarrow۲x+۸۰=۱۰۰$$

$$\Rightarrow۲x=۲۰\Rightarrow x=۱۰$$

هندسه(۲) – آزمون اول

۴۱- گزینهٔ «۱»

طول کمان AC مشخص است و از رابطهٔ $L=\frac{\pi R}{۱۸۰}\alpha$ طول کمان AC مشخص می‌شود. داریم:

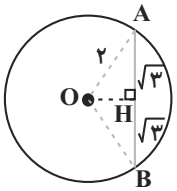
$$L=\frac{\pi\times۲}{۱۸۰}\alpha=\frac{\pi}{۲}\rightarrow\alpha=\overset{\frown}{AC}=۴۵^\circ$$

چون زاویهٔ ABC زاویهٔ محاطی است، پس اندازهٔ آن نصف کمان $\overset{\frown}{AC}$ است، پس:

$$A\hat{B}C=\frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}=۲۲/۵^\circ$$

۴۲- گزینهٔ «۳»

مطابق شکل از مرکز دایره بر وتر AB عمودی رسم می‌کنیم و می‌دانیم خط عمود بر این وتر، آن را نصف می‌کند. در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOH داریم:



$$OA^۲=AH^۲+OH^۲\rightarrow OH=۱$$

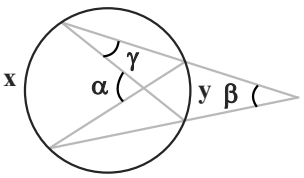
در این مثلث قائم‌الزاویه یک ضلع نصف وتر است، پس زاویهٔ رو به آن ۳۰ درجه است. داریم:

$$O\hat{A}H=۳۰^\circ\rightarrow A\hat{O}H=۶۰^\circ\xrightarrow[AOH\ ,\ BOH]{\text{هم‌نهشتی دو مثلث}}B\hat{O}H=۶۰^\circ$$

$$\rightarrow\overset{\frown}{AB}=A\hat{O}B=۲A\hat{O}H=۱۲۰^\circ$$

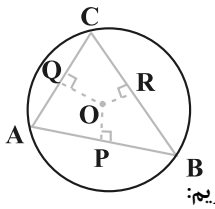
۴۳- گزینهٔ «۳»

$$\begin{cases}\alpha=\frac{x+y}{۲}\\ \beta=\frac{x-y}{۲}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x=\alpha+\beta\\ y=\alpha-\beta\end{cases}$$



زاویهٔ محاطی $:\gamma=\frac{y}{۲}=\frac{\alpha-\beta}{۲}$

۴۴- گزینهٔ «۴»



در هندسه دهم آموختیم که در یک مثلث، ضلع روبه‌رو به بزرگ‌ترین زاویه، بزرگ‌ترین ضلع است و ضلع روبه‌رو به کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌ترین ضلع است. داریم:

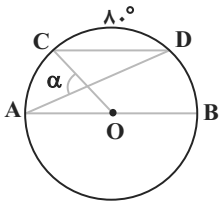
$$\left.\begin{matrix}\hat{A}=۷۰^\circ\\ \hat{B}=۵۰^\circ\end{matrix}\right\}\rightarrow\hat{C}=۶۰^\circ\rightarrow\hat{B}<\hat{C}<\hat{A}\rightarrow AC<AB<BC$$

می‌دانیم هر چه وتر بزرگ‌تر باشد، به مرکز دایره نزدیک‌تر است. پس:

$AC < AB < BC \rightarrow OQ > OP > OR$

۴۵- گزینهٔ «۲»

اگر دو وتر از یک دایره موازی باشند، کمان‌های محدود بین آن‌ها برابر است.



پس:

$AB \parallel CD \rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$

چون کمان AB نصف دایره است، پس اندازهٔ آن ۱۸۰ درجه است:

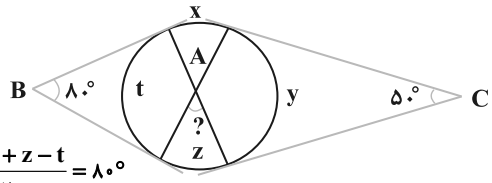
$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{BD} = 180^\circ \xrightarrow[\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}]{\overset{\frown}{CD} = 80^\circ} \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} = 50^\circ$

زاویهٔ α زاویهٔ خارجی است، پس اندازهٔ آن برابر با مجموع اندازهٔ زاویه‌های $D\hat{A}B$ و $C\hat{O}A$ است. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} D\hat{A}B = \text{زاویهٔ محاطی} \dfrac{\overset{\frown}{BD}}{2} = 25^\circ \\ C\hat{O}A = \text{زاویهٔ مرکزی} \overset{\frown}{AC} = 50^\circ \end{array}\right\} \rightarrow \alpha = 75^\circ$$

۴۶- گزینهٔ «۲»

روی دایره کمان‌های x، y، z و t را مشخص می‌کنیم، داریم:

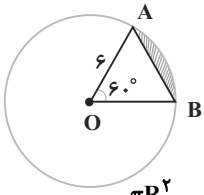


$$\begin{cases} \hat{B} = \dfrac{x + y + z - t}{2} = 80^\circ \\ \hat{C} = \dfrac{x + t + z - y}{2} = 50^\circ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\hat{B} + \hat{C}} x + z = 130^\circ \rightarrow \hat{A} = \frac{x + z}{2} = 65^\circ$$

۴۷- گزینهٔ «۱»

مساحت ناحیهٔ رنگی برابر با تفاضل مساحت قطاع AOB و مثلث متساوی‌الاضلاع AOB است، داریم:

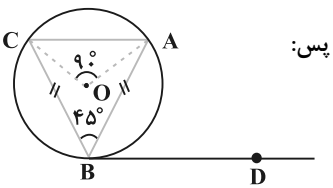


$$S_{\text{ناحیه رنگی}} = \frac{\pi R^2}{360}\alpha - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 = \frac{\pi \times 6^2}{360} \times 60 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$$

$$= 6\pi - 9\sqrt{3}$$

۴۸- گزینهٔ «۴»

زاویهٔ ABD، زاویهٔ ظلی است، پس:



$$A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = 67/5^\circ \rightarrow \overset{\frown}{AB} = 135^\circ$$

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس $\hat{A} = \hat{C}$، داریم:

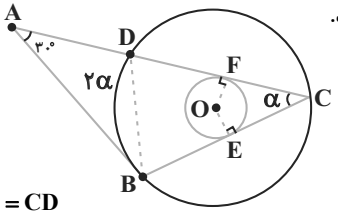
$$\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = 67/5^\circ \rightarrow \hat{A} = 67/5^\circ \rightarrow \hat{B} = 45^\circ \rightarrow \overset{\frown}{AC} = 90^\circ$$ زاویهٔ محاطی

مثلث AOC قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است، پس:

$$AC^2 = R^2 + R^2 \rightarrow AC = \sqrt{2}R$$

۴۹- گزینهٔ «۲»

می‌دانیم اگر فاصلهٔ مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه دو وتر مساوی‌اند.



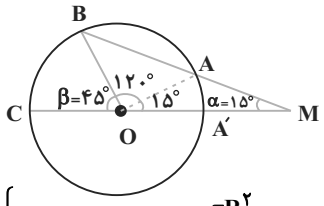
$$OE = OF \Rightarrow BC = CD$$

زاویهٔ ABD زاویهٔ ظلی است، داریم:

$$A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha \quad , \quad B\hat{D}C = C\hat{B}D = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

$$\Rightarrow B\hat{D}C = \hat{A} + A\hat{B}D \Rightarrow \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \alpha + 30^\circ \rightarrow \alpha = 40^\circ$$

۵۰- گزینهٔ «۲»



$$\begin{cases} \text{مساحت قطاع BOC} = \dfrac{\pi R^2}{360}\beta = 2\pi \\ \text{طول کمان BC} = \dfrac{\pi R}{180}\beta = \pi \end{cases}$$

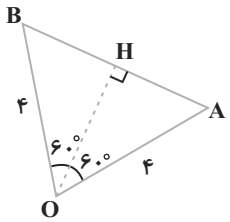
$$\rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ \beta = 45^\circ \rightarrow \alpha = 15^\circ \end{cases}$$

زاویهٔ بین امتداد دو وتر AB و A′C :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AA'}}{2} \rightarrow 15^\circ = \frac{45^\circ - \overset{\frown}{AA'}}{2} \rightarrow \overset{\frown}{AA'} = 15^\circ$$

$$\rightarrow A\hat{O}A' = 15^\circ \rightarrow OA = AM = R = 4$$

در مثلث AOB داریم:



$$\begin{cases} OH = \dfrac{OA}{2} = 2 \\ AH = \dfrac{OA\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \rightarrow AB = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

مساحت مثلث OBM برابر است با:

$$S_{OBM} = \frac{OH \times BM}{2} = \frac{2 \times (4\sqrt{3} + 4)}{2} = 4\sqrt{3} + 4$$

آمار و احتمال – آزمون اول

۵۱– گزینهٔ «۳»

مثال نقض گزینه‌های «۱» ، «۲» و «۴» عبارت است از:

گزینهٔ «۱»: $n=3 \Rightarrow 2^3+1=9 \neq$ عدد اول

گزینهٔ «۲»: $n=1 \Rightarrow 2^1 > 1!$

گزینهٔ «۴»: $n=1 \Rightarrow n+\frac{1}{n}=2$

اما در مورد گزینهٔ «۳» عبارت $\frac{n^2+n}{2}$ برابر با مجموع اعداد طبیعی از۱ تا nاست پس به ازای هر $n \in N$ حاصل یک عدد طبیعی خواهد بود و مجموعه جواب با دامنهٔ گزاره‌نما برابر خواهد بود.

۵۲– گزینهٔ «۴»

۱۵ عددی فرد است، بنابراین ترکیب فصلی « ۱۵ عددی فرد یا عددی اول است.» صحیح می‌باشد. در گزینهٔ «۱»، ۱۴۴ بر ۳۲ بخش‌پذیر نیست. در گزینهٔ «۲»، $2^8=256$ و $5^4=625$ است، پس هر دو گزاره نادرست هستند و در گزینهٔ «۳»، گزارهٔ « $-4>-3$ » نادرست است.

۵۳– گزینهٔ «۱»

چون گزارهٔ $p \wedge \sim q$ درست است، پس هر دو گزارهٔ p و $\sim q$ درست هستند، یعنی گزارهٔ q نادرست است. از طرفی گزارهٔ $q \vee r$ در صورتی درست است که حداقل یکی از دو گزارهٔ q و r درست باشند که با توجه به نادرستی q، قطعاً ارزش گزارهٔ r درست است.

۵۴– گزینهٔ «۴»

در گزینهٔ «۴»، هر لوزی، یک متوازی‌الاضلاع است. ولی قطرهای آن لزوماً برابر یکدیگر نیستند، پس گزارهٔ مقدم، درست و گزارهٔ تالی، نادرست است، پس ارزش گزارهٔ شرطی نادرست می‌باشد. در گزینهٔ «۱»، هر دو گزارهٔ مقدم و تالی، درست و در گزینه‌های «۲» و «۳»، هر دو گزارهٔ مقدم و تالی، نادرست هستند، پس ارزش گزارهٔ شرطی، درست است.

۵۵– گزینهٔ «۱»

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (r \vee \sim q) \equiv (r \vee \sim q) \vee \sim p$$
$$\equiv r \vee (\sim q \vee \sim p) \equiv r \vee \sim (p \wedge q) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

۵۶– گزینهٔ «۲»

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv [(q \vee \sim p) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$$
$$\equiv [q \vee (\underbrace{\sim p \wedge p}_{F})] \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow q \equiv T$$

۵۷– گزینهٔ «۴»

$$x \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow 1+\frac{1}{x} \leq 2 \Rightarrow \frac{x+1}{x} \leq 2$$

گزینهٔ «۱» به ازای $x=1$ و گزینهٔ «۲» به ازای $x=2$، نادرست هستند. برای گزینهٔ «۳»، مثال‌های نقض متعددی مانند $x=1$ می‌توان در نظر گرفت.

۵۸– گزینهٔ «۳»

نقیض گزارهٔ « $\forall x\ ;\ p(x)$ » به صورت « $\exists x\ ;\ \sim p(x)$ » است، بنابراین نقیض گزارهٔ «همهٔ اعداد اول فرد هستند.» به صورت «عدد اولی وجود دارد که فرد نباشد.» یا «عدد اولی وجود دارد که زوج باشد.» نوشته می‌شود.

۵۹– گزینهٔ «۴»

نقیض گزارهٔ « $\forall x\ ;\ p(x)$ » به صورت « $\exists x\ ;\ \sim p(x)$ » و نقیض گزارهٔ « $p(x) \Rightarrow q(x)$ » به صورت « $p(x) \wedge \sim q(x)$ » است، پس نقیض گزارهٔ صورت سوال به شکل « $\exists x \in \mathbb{R}\ ;\ (x<0) \wedge (x^2 \leq 0)$ » می‌باشد.

۶۰– گزینهٔ «۲»

با توجه به این‌که فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس دارای ۶ حالت است $(n(S)=6)$، پس هیچ پیشامدی مانند A در این فضای نمونه‌ای قابل تعریف نیست که احتمال وقوع آن برابر $\frac{1}{5}$ باشد.

فیزیک(۲) – آزمون اول

۶۱– گزینهٔ «۴»

سه حالت برای بار جسم رسانا وجود دارد:

۱) اگر بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ از ورقه‌ها به سمت کلاهک جابه‌جا شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

۲) اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ یکسان باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ به سمت ورقه‌ها رانده می‌شود و ورقه‌ها از هم دور می‌شوند.

۳) اگر جسم رسانا بدون بار باشد، به دلیل خاصیت القای الکتریکی، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار از ورقه‌ها به سمت کلاهک جذب شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

۶۲– گزینهٔ «۳»

اگر تعداد n الکترون از جسم بگیریم، بار الکتریکی آن (q) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$q = ne \Rightarrow ۱ = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸}$$ الکترون

اگر در هر ثانیه یک میلیون الکترون از جسم گرفته شود، زمان لازم برای گرفتن این تعداد الکترون برحسب ثانیه برابر است با:

$$\text{زمان} = \frac{۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸}}{۱۰^{۶}} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۲}\text{s}$$

زمان تقریبی لازم برحسب سال:

$$t = \frac{۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۲}}{۳ \times ۱۰^{۷}} \simeq ۲ \times ۱۰^{۵}$$ سال

۶۳– گزینهٔ «۴»

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد.

۶۴– گزینهٔ «۳»

با مالش کهربا توسط پارچهٔ کتانی، طبق جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) میلهٔ کهربایی بار منفی می‌گیرد و از آن‌جا که الکتروسکوپ نیز بار منفی دارد و بارهای هم‌نام یکدیگر را دفع می‌کنند، پس با نزدیک کردن میله به کلاهک تعداد بارهای منفی موجود در ورقه‌ها افزایش یافته و بیش‌تر یکدیگر را دفع می‌کنند، پس زاویهٔ بین ورقه‌ها زیاد می‌شود.

۶۵– گزینهٔ «۳»

از آن‌جایی‌که کره‌ها مشابه و فلزی هستند، پس از اتصال و برقراری تعادل، بارها بین آن‌ها به‌طور مساوی تقسیم می‌شوند. پس:

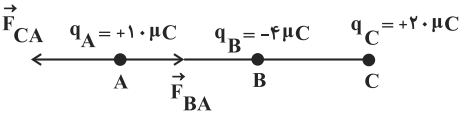
$$q_۱' = q_۲' = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۴ + ۲}{۲} = ۳\mu C$$

با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن، داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_۱' q_۲'}{q_۱ q_۲} \times \left(\frac{r_{۱۲}}{r_{۱۲}'}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{۳ \times ۳}{۴ \times ۲} \times ۱ = \frac{۹}{۸} \Rightarrow \frac{F' - F}{F} = \frac{۹ - ۸}{۸} = \frac{۱}{۸}$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی بین دو کره $= \frac{۱}{۸} \times ۱۰۰ = ۱۲/۵٪$ افزایش می‌یابد.

۶۶– گزینهٔ «۱»



$$F_{BA} = \frac{k q_B q_A}{r_{BA}^{۲}} = \frac{۹ \times ۱۰^{۹} \times (۴ \times ۱۰^{-۶}) \times (۱۰ \times ۱۰^{-۶})}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^{۲}} = ۴۰۰\text{N}$$

$$F_{CA} = \frac{k q_C q_A}{r_{CA}^{۲}} = \frac{۹ \times ۱۰^{۹} \times (۲۰ \times ۱۰^{-۶}) \times (۱۰ \times ۱۰^{-۶})}{(۶ \times ۱۰^{-۲})^{۲}}$$

$$= \frac{۱۸ \times ۱۰^{۳}}{۳۶} = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰\text{N}$$

چون دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، پس برایند آن‌ها برابر با تفاضل آن‌ها در جهت بردار بزرگ‌تر $\vec{F}_{CA}$، یعنی به طرف چپ می‌باشد.

$$F_{TA} = F_{CA} - F_{BA} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\text{N}$$

۶۷– گزینهٔ «۳»

با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q^{۲}}{r^{۲}} \xrightarrow[q' = \frac{q}{۲}]{r' = ۲r} F' = k\frac{\frac{q}{۲} \times q}{(۲r)^{۲}} = \frac{۱}{۸} k\frac{q^{۲}}{r^{۲}} \Rightarrow F' = \frac{۱}{۸} F$$

$$\Delta F = F' - F = \frac{۱}{۸} F - F = -\frac{۷}{۸} F \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times ۱۰۰ = -٪۸۷/۵$$

علامت منفی به معنی کاهش اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار است.

۶۸– گزینهٔ «۲»

در حالت تعادل، اندازهٔ نیروی الکتریکی رانشی وارد بر گلولهٔ بالایی از طرف گلولهٔ پایینی، با اندازهٔ نیروی وزن گلولهٔ بالایی برابر می‌شود و می‌توان نوشت:

$$F = mg \Rightarrow \frac{k q_۱ q_۲}{r^{۲}} = mg \xrightarrow{q_۱ = q_۲} q_۱^{۲} = \frac{r^{۲} mg}{k}$$

$$\Rightarrow q_۱^{۲} = \frac{(۰/۴)^{۲} \times ۰/۰۱ \times ۱۰}{۹ \times ۱۰^{۹}} = \frac{۱۶}{۹} \times ۱۰^{-۱۲}$$

$$\Rightarrow |q_1| = |q_2| = \frac{۴}{۳}\times ۱۰^{-۶}\,C = \frac{۴}{۳}\mu C$$

۶۹– گزینهٔ «۴»

با توجه به رابطهٔ قانون کولن، $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^۲}$ ، اندازهٔ نیرو با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد. $\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^۲$

$$\frac{F+۴}{F} = (\frac{۶}{۳})^۲ \Rightarrow \frac{F+۴}{F} = ۴ \Rightarrow F = \frac{۴}{۳}N$$

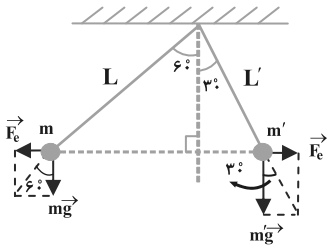
نیرو در فاصلهٔ $r = ۶cm$ به‌دست آمد. اگر نیرو در فاصلهٔ $r = ۴cm$ را F' بنامیم، داریم:

$$\frac{F}{F'} = (\frac{۴}{۶})^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۳F'} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow F' = ۳N$$

۷۰– گزینهٔ «۲»

اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد شده به دو گلوله با هم برابر است و بنابراین هر چه گلوله سنگین‌تر باشد، کمتر منحرف می‌شود.

بنابراین داریم:

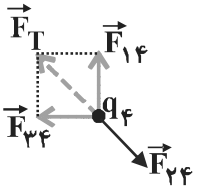


$$\left.\begin{aligned}\tan ۳۰^\circ = \frac{F_e}{m'g} \Rightarrow F_e = m'g\times\frac{\sqrt{۳}}{۳}\\ \tan ۶۰^\circ = \frac{F_e}{mg} \Rightarrow F_e = mg\times\sqrt{۳}\end{aligned}\right\} \Rightarrow m'g\frac{\sqrt{۳}}{۳} = mg\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow m' = ۳m$$

۷۱– گزینهٔ «۳»

باتوجه به این‌که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ هم‌نام هستند، برای آن که نیروی الکتریکی برایند وارد بر بار $q_۴$ صفر شود باید بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هرکدام با بار $q_۴$ ناهم‌نام باشند. چون برایند سه نیروی وارد بر بار $q_۴$ برابر صفر است، بنابراین برایند نیروهای $\vec{F}_{۳۴}$ و $\vec{F}_{۱۴}$ $(\vec{F}_T)$ باید هم‌اندازه با نیروی $\vec{F}_{۲۴}$ و در جهت مخالف آن باشد. در نتیجه بارهای $q_۱$ و $q_۳$ هم اندازه هستند.

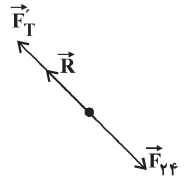


$$|\vec{F}_T| = |\vec{F}_{۲۴}|$$

با دو برابر شدن بارهای $q_۱$ و $q_۳$، جهت $\vec{F}_T$ تغییری نمی‌کند و اندازهٔ آن دو برابر می‌شود.

$$\vec{F'}_T = ۲\vec{F}_T$$

دو بردار $\vec{F'}_T$ و $\vec{F}_{۲۴}$ در جهت مخالف یک‌دیگر هستند، لذا برایند آن‌ها برابر با تفاضل اندازهٔ آن‌هاست.



$$R = |F'_T - F_{۲۴}| = |۲F_T - F_{۲۴}| = F_{۲۴}$$

$$F_{۲۴} = k\frac{q_۲q_۴}{r^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۲۴} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۳\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲} = ۲۰N$$

$$\Rightarrow R = F_{۲۴} = ۲۰N$$

۷۲– گزینهٔ «۲»

چون برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_C برابر با صفر است و نقطهٔ C در خارج از فاصلهٔ بین دو بار q_A و q_B واقع است، الزاماً باید بارهای q_A و q_B ناهم‌نام باشند.

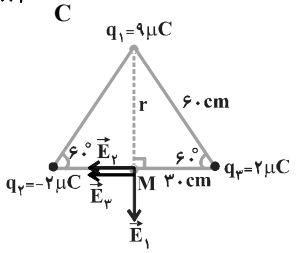
۷۳– گزینهٔ «۳»

با توجه به این‌که مثلث، متساوی‌الاضلاع است، نقطهٔ M وسط قاعدهٔ مثلث است و داریم:

$$r^۲ + (۰/۳)^۲ = (۰/۶)^۲ \Rightarrow r^۲ = ۰/۲۷m^۲$$

$$E_۱ = k\frac{q_۱}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۹\times۱۰^{-۶}}{۰/۲۷} = ۳\times۱۰^۵\,\frac{N}{C}$$

$$E_۲ = E_۳ = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^۲} = ۲\times۱۰^۵\,\frac{N}{C}$$



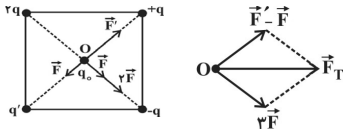
$$E' = E_۲ + E_۳ = ۲E_۲ = ۴\times۱۰^۵\,\frac{N}{C}$$

بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ M برابر است با:

$$E = \sqrt{E'^۲ + E_۱^۲} = \sqrt{(۴\times۱۰^۵)^۲ + (۳\times۱۰^۵)^۲} = ۵\times۱۰^۵\,\frac{N}{C}$$

۷۴- گزینهٔ «۲»

با فرض $q_0 < 0$ و q، اگر اندازهٔ نیرویی که بار الکتریکی q بر بار q_0 اعمال می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار $2q$ به بار q_0 وارد می‌کند $2F$ و بزرگی نیرویی که بار $-q$ بر بار q_0 وارد می‌کند F می‌باشد که جهت این نیروها مطابق شکل زیر است.



برای آن‌که $\vec{F}_T$، افقی و نیم‌ساز دو بردار دیگر باشد، باید:

$$|\vec{F}' - \vec{F}| = |3\vec{F}| \Rightarrow F' = 4F$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'q_0}{qq_0} \Rightarrow 4 = \frac{q'}{q} \Rightarrow q' = 4q$$

توجه کنید که اگر $q_0 < 0$ و q فرض شود، نیز به همین جواب می‌رسیم.

۷۵- گزینهٔ «۲»

برای تعیین جهت خط‌های میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، یک بار الکتریکی مثبت کوچک فرضی ($+q_0$) را در آن نقطه از فضا قرار می‌دهیم.

جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن، جهت میدان الکتریکی در آن نقطه خواهد بود. بنابراین، خط‌های میدان همواره از بارهای الکتریکی مثبت خارج و به بارهای الکتریکی منفی وارد می‌شوند و در الکتریسیتهٔ ساکن، این خطوط همواره بر سطح‌های رسانا عمود هستند. بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

۷۶- گزینهٔ «۳»

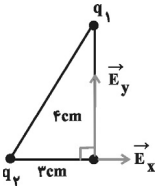
برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی مشابه که بر روی محیط دایره و مقابل یک‌دیگر قرار دارند، در مرکز دایره برابر با صفر است و برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای $+q$ و $-q$ که در بالا و پایین دایره قرار دارند، برابر است با:

$$|\vec{E}_T| = 2|\vec{E}| = 2\frac{kq}{r^2} = \frac{2\times 9\times 10^9 \times 2\times 10^{-6}}{(10\times 10^{-2})^2} = 36\times 10^5 \ \frac{N}{C}$$

۷۷- گزینهٔ «۴»

چون $\vec{E} = (3\vec{i} + 4\vec{j})\times 10^5 \frac{N}{C}$ است، لذا $\vec{E}_2 = \vec{E}_x = 3\times 10^5 \vec{i}(\frac{N}{C})$ و $\vec{E}_1 = \vec{E}_y = 4\times 10^5 \vec{j}(\frac{N}{C})$ می‌باشد. بنابراین با توجه به شکل زیر، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است؛ لذا $\frac{q_1}{q_2} < 0$ می‌باشد. از طرف دیگر، طبق رابطهٔ $E = k\frac{q}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{q_2}\times(\frac{r_2}{r_1})^2 \xrightarrow[E_1 = 4\times 10^5 \frac{N}{C}, E_2 = 3\times 10^5 \frac{N}{C}]{r_1 = 4cm, r_2 = 3cm}$$



$$\frac{4\times 10^5}{3\times 10^5} = \frac{|q_1|}{q_2}\times(\frac{3}{4})^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{|q_1|}{q_2}\times\frac{9}{16} \Rightarrow \frac{|q_1|}{q_2} = \frac{64}{27}$$

$$\xrightarrow{q_1<0, q_2>0} \frac{q_1}{q_2} = -\frac{64}{27}$$

۷۸- گزینهٔ «۲»

آن بارهایی که به‌صورت هم‌اندازه و هم‌علامت به صورت متقارن و قرینه نسبت به نقطهٔ O قرار دارند، میدان الکتریکی‌شان یکدیگر را خنثی می‌کند، پس برای بارهای باقی‌مانده داریم:

اندازهٔ میدان حاصل از هر بار q از مربع را در نقطهٔ O، E_1 و اندازهٔ میدان حاصل از هر بار q از دایره در نقطهٔ O را E_2 در نظر می‌گیریم، داریم:

میدان هر بار از مربع: $E_1 = k\frac{|q|}{r_1^2} = 9\times 10^9 \times \frac{4\times 10^{-6}}{(20\times 10^{-2})^2} = 9\times 10^5 \ \frac{N}{C}$

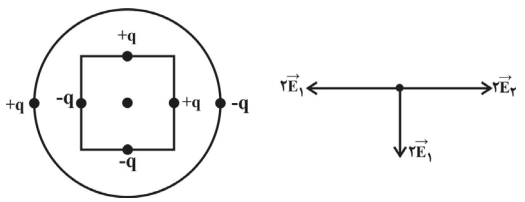
میدان هر بار از دایره: $E_2 = k\frac{|q|}{r_2^2} = 9\times 10^9 \times \frac{4\times 10^{-6}}{(60\times 10^{-2})^2} = 10^5 \ \frac{N}{C}$

حال با توجه به شکل، برایند میدان‌ها را در محورهای x و y به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{E}_x = -2E_1\vec{i} + 2E_2\vec{i} = -2\times 9\times 10^5 \vec{i} + 2\times 10^5 \vec{i} = -16\times 10^5 \vec{i}\left(\frac{N}{C}\right)$$

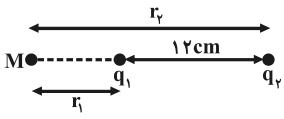
$$\vec{E}_y = -2E_1\vec{j} = -18\times 10^5 \vec{j}(\frac{N}{C}) \Rightarrow$$

$$\vec{E}_T = -16\times 10^5 \vec{i} - 18\times 10^5 \vec{j}(\frac{N}{C})$$



۷۹– گزینهٔ «۴»

با توجه به شکل خط‌های میدان الکتریکی، بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند و چون تراکم خطوط در اطراف بار q_2 بیشتر است و انحنای خطوط میدان حاصل از بار q_1 بیشتر تغییر کرده است، بنابراین $|q_1|<|q_2|$ است. از طرف دیگر، میدان الکتریکی برایند برای دو بار الکتریکی ناهم‌نام، در خارج از فاصلهٔ بین دو بار، روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچکتر می‌تواند صفر شود. بنابراین داریم:



$$E_M = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

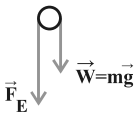
$$\Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\xrightarrow[|q_2|=9|q_1|]{|q_1|<|q_2|} \frac{1}{r_1^2} = \frac{9}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 3 \xrightarrow{r_1=(r_2-12)cm} r_2 = 18cm$$

۸۰– گزینهٔ «۳»

با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی رو به بالا و ذره دارای بار منفی است، پس نیروی الکتریکی وارد بر آن به سمت پایین می‌باشد و علاوه بر این، نیروی وزن نیز بر آن وارد می‌شود که به سمت پایین است. طبق قانون دوم نیوتون داریم:



شتاب جسم × جرم جسم = نیروی خالص وارد بر جسم

$$\Rightarrow F_E + W = ma \Rightarrow E|q| + W = ma$$

$$\xrightarrow[m=4\times10^{-3}kg]{E=8\times10^3\frac{N}{C},|q|=2\mu C=2\times10^{-6}C}$$

$$8\times10^3\times2\times10^{-6} + 4\times10^{-3}\times10 = 4\times10^{-3}a$$

$$\Rightarrow a = 14\frac{m}{s^2}$$

شیمی(۲) – آزمون اول

۸۱– گزینهٔ «۳»

بررسی عبارت‌های نادرست:

«الف»: میزان استخراج به تنهایی نمی‌تواند ملاکی برای میزان توسعه یافتگی باشد و میزان بهره‌برداری از این منابع نیز مهم است.

«ب»: پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رسانا (نه رسانا) ساخته می‌شوند.

۸۲– گزینهٔ «۱»

رنگ برخی نافلزات دورهٔ سوم جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

فسفر: سفید و قرمز (به هر دو صورت موجود است.)- گوگرد: زرد - کلر: زرد - آرگون: بی‌رنگ

به‌طور کلی نافلزات در واکنش با دیگر عناصر الکترون می‌گیرند یا به اشتراک می‌گذارند.

۸۳– گزینهٔ «۲»

آرایش الکترونی عنصری که در دورهٔ ششم و گروه ۱۴ قرار دارد به صورت $[_{54}Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^2$ می باشد، بنابراین عدد اتمی آن ۸۲ می‌باشد، به طور مشابه آرایش الکترونی عنصر دیگر به صورت $[_{10}Ne]3s^2$ می‌باشد، پس عدد اتمی آن ۱۲ می‌باشد و اختلاف این دو عدد برابر $82-12=70$ است.

۸۴– گزینهٔ «۳»

ابتدا آرایش الکترونی اتم $_{16}X$ را رسم می‌کنیم و سپس اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آن را جمع می‌کنیم:

$$_{16}X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 \Rightarrow \text{مجموع} = 46$$

حال با توجه به این‌که در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، ۲ عنصر شبه فلز داریم، $_{14}Si$ و $_{32}Ge$ ، بنابراین داریم:

$$\text{نسبت} = \frac{46}{2} = 23$$

۸۵– گزینهٔ «۱»

از آن‌جا که خصلت فلزی و نافلزی با یکدیگر رابطهٔ عکس دارند، بنابراین یا گزینهٔ «۱» صحیح است یا گزینهٔ «۴»؛ اما باید بدانیم یک عنصر نمی‌تواند به‌طور خالص خاصیت فلزی یا به طور خالص خاصیت نافلزی از خود نشان بدهد، به همین دلیل گزینهٔ «۴» نیز حذف می‌شود و گزینهٔ «۱» پاسخ صحیح خواهد بود.

۸۶- گزینهٔ «۳»

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ب»: در یک دوره از چپ به راست خصلت فلزی عناصر کاهش می‌یابد، پس خصلت فلزی عنصر $_{13}X$ از عنصر $_{12}Y$ کمتر است.

عبارت «پ»: این عبارت همواره صحیح نیست. برای مثال عنصر $_{31}Ga$ دارای ۱ الکترون در زیرلایهٔ 4p می‌باشد ولی عنصر $_{20}Ca$ دو الکترون در زیرلایهٔ 4s دارد.

۸۷- گزینهٔ «۳»

از آن‌جا که مشخص نشده کدام گروه مدنظر است بنابراین این گروه می‌تواند گروه ۱ (فلزات قلیایی) یا گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) باشد و چون فعالیت شیمیایی در فلزات و نافلزات به صورت یکسان تغییر نمی‌کند بنابراین هیچ‌کدام از خواص بالا به صورت یکسان با فعالیت شیمیایی تغییر نمی‌کند.

۸۸- گزینهٔ «۲»

با توجه به نمودار صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی اختلاف شعاع اتمی آلومینیم و سیلیسیم بیشتر از گوگرد و کلر است. بنابراین نسبت اختلاف شعاع اتمی Al و Si به S و Cl، بزرگ‌تر از یک می‌شود. در فلزات از بالا به پایین واکنش‌پذیری افزایش می یابد، پتاسیم واکنش پذیری بیشتری از سدیم و لیتیم واکنش‌پذیری کمتری نسبت به سدیم دارد.

۸۹- گزینهٔ «۱»

عنصر M می‌تواند $_{31}Ga$ یا $_{21}Sc$ باشد، عنصر N نیز می‌تواند $_{29}Cu$ یا $_{19}K$ باشد؛ بنابراین هیچ‌کدام از عبارت‌های مطرح شده در ارتباط با آن‌ها همواره صحیح نیست.

۹۰-گزینهٔ «۲»

آهنگ رشد تولید و مصرف نسبی این مواد به صورت «فلزها > مواد معدنی > سوخت‌های فسیلی» می‌باشد.

۹۱-گزینهٔ «۳»

عناصر گروه‌های ۱۷،۱۶،۱۵،۳،۲،۱ با تشکیل یون پایدار به آرایش گاز نجیب می‌رسد. (۶ عنصر)

$_{11}Na$، $_{12}Mg$ و $_{13}Al$ نیز عناصر فلزی دورهٔ سوم هستند، پس نسبت خواسته شده در سوال به صورت $\frac{۶}{۳} = ۲$ محاسبه می‌گردد.

۹۲- گزینهٔ «۴»

عناصری که دارای سطح درخشان هستند:

$_{11}Na$، $_{12}Mg$، $_{13}Al$ و $_{14}Si$ (چهار عنصر)

عناصری که رسانای جریان برق نیستند: $_{15}P$، $_{16}S$، $_{17}Cl$ و $_{18}Ar$ (چهار عنصر)

۹۳- گزینهٔ «۴»

خاصیت فلزی در جدول دوره‌ای در یک دوره از راست به چپ و در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

همچنین نیروی جاذبهٔ هسته با افزایش تعداد پروتون هسته (چپ به راست و بالا به پایین) در جدول دوره‌ای افزایش می‌یابد.

۹۴- گزینهٔ «۴»

تنها عبارت «پ» درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

سطح درخشان در شبه فلزات نیز دیده می‌شود. (نادرستی عبارت «الف») در این گروه عناصر C، Si و Ge شکننده هستند.

(نادرستی عبارت «ب») نسبت مورد نظر برابر با $\frac{۴}{۵}$ است.

(نادرستی عبارت «ت»)

۹۵- گزینهٔ «۳»

کلر در دمای اتاق به آرامی با H_2 واکنش می‌دهد، برم نیز در دمای $۲۰۰^{\circ}C$ با H_2 واکنش می دهد. سایر عبارت‌ها صحیح است.

۹۶- گزینهٔ «۱»

پرمصرف‌ترین فلز در بین صنایع گوناگون آهن ($_{26}Fe$) است و در یون $+۲$ آن ۲۴ الکترون وجود دارد.

عنصر اسکاندیم ($_{21}Sc$) عنصری است که بزرگ‌ترین عدداتمی را بین عناصری که می‌توانند یونی با آرایش گاز نجیب آرگون تولید کنند، دارد.

$۲۴ - ۲۱ = ۳$: اختلاف خواسته شده

۹۷- گزینهٔ «۳»

فلز طلا با گازهای موجود در هواکره واکنش نمی‌دهد.

۹۸- گزینهٔ «۴»

عناصر O، N و S نافلزاتی هستند که به صورت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند. در میان فلزات، تنها طلا به شکل کلوخه یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

۹۹-گزینهٔ «۲»

نام‌گذاری صحیح موارد نادرست به صورت زیر است:

منگنز(II)کربنات: $MnCO_3$

گوگرد: S

کلسیم‌کربنات: $CaCO_3$

دقت کنید که در نام‌گذاری یون‌ها زمانی بار آن را مطرح می‌کنیم که عنصر مربوطه چند یون تشکیل بدهد.

۱۰۰- گزینهٔ «۱»

با توجه به جدول ۱ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی ترتیب مصرف فلزات در جهان به صورت زیر است:

$Fe > Al > Mg > Cu$ و Cr